# 測圓海鏡細草

# 重刻測圓海鏡細草序

測圓海鏡何爲而作也所以發揮立天元一之術也算數之書九章尚已少廣著開方之法方程別正負之用立天元一者融會少廣方程而加精焉者也李敬齋自序稱老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而鄉之病我者使爆然落去而無遺餘葢其精心孤詣積累數十年而後能神明變化無不如志若此洎乎明代算學衰歇顧箬溪應祥作測圓海鏡分類釋術測圓算

術等書以立天元一無下手之處每章輒刪去細草而但演開帶從諸乘方法舍其本而求其末不知妄作之罪應祥實無可辭焉國朝梅文穆公肆業蒙養齋親受聖祖仁皇帝指示算法始悟西人所譯借根方即古立天元一之術流入彼中者於所著赤水遺珍中論之甚悉於是立天元術又得章明文穆之功斯爲鉅矣其爲術也廣大精微無所不包

大之而躔離度數小之而米鹽淩雜凡它術所能御者立天元皆能御之它術所不能御者立天元獨能御之自古天文家若元郭太史守敬所造授時術中法號爲最密而其求周天弧度以三乘方取矢亦用立天元術載在授時術草者可覆而按則其爲用亦神矣哉以元論之又非獨如是已也今歐邏巴本輪均輪撱圓地動諸法其密合無以加矣原其推步之密由於測驗測驗既精濟以算術則有弧三角法所以算

弧三角者則有八線表所以立八線表者則先求六等邊四等邊以至十八十四等邊其求十八等邊十四等邊二法則用益實減實歸除所謂益實減實歸除者究其實卽借根方借根方卽立天元一然則西法之精符天象獨冠古今亦立天元術有以資之也試以是書所列一百七十問反覆研究考之於二千年以來相傳之五曹孫子諸經葢無以逾其精深又證之以數萬里而外譯譔之同文算指諸編實不足擬其

神妙而後知立天元者自古算家之祕術而海鏡者中土數學之寶書也惜流傳之本不可多得元視學浙江從

文瀾閣四庫全書中鈔得一本寧波教授丁君小雅（杰）又以所藏舊本見贈但通之者鮮細草多譌因屬元和李君尚之（銳）算校一過其文字隱奧難曉及立術於率不通者李君又雜記數十條於書之上下方蓋敬齋此書爲數百年絕學元知學友中惟尚之獨能明之其精通妙悟

卽今之敬齋也且其所以發明古人之術闡繹聖祖之言者爲功亦鉅矣哉歙縣鮑君以文（廷博）請以是書刊入知不足齋叢書第二十集卽以畀之及其刻成而爲序之如此

嘉慶三年正月乙酉內閣學士兼禮部侍郎

文淵閣直閣事儀徵阮元序

# 測圜海鏡序

數本難窮吾欲以力強窮之彼其數不惟不能得其凡而吾之力且憊矣然則數果不可以窮耶既已名之數矣則又何爲而不可窮也故謂數爲難窮斯可謂數爲不可窮斯不可何則彼其冥冥之中固有昭昭者存夫昭昭者其自然之數也非自然之數其自然之理也數一出於自然吾欲以力強窮之使隸首復生亦末如之何也已苟能推自然之理以明自然之數則雖

邃而乾端坤倪幽而神情鬼狀未有不合者矣余自幼喜算數恒病夫考圓之術例出於牽強殊乖於自然如古率徽率密率之不同截弧截矢截背之互見內外諸角析剖支條莫不各自名家與世作法及反覆研究卒無以當吾心焉老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而嚮之病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求其說者於是乎又爲衍之遂累一百七十問既成編客復目之測圓海鏡蓋取夫天臨

海鏡之義也昔半山老人集唐百家詩選自謂廢日力於此良可惜明道先生以上蔡謝君記誦爲玩物喪志夫文史尙矣猶之爲不足貴況九九賤技能乎嗜好酸醎平生每痛自戒敕竟莫能已類有物憑之者吾亦不知其然而然也故嘗私爲之解曰由技兼於事者言之夷之禮夔之樂亦不免爲一技由技進乎道者言之石之斤扁之輪非聖人之所與乎覽吾之編察吾苦心其憫我者當百數其笑我者當千數乃若

吾之所得則自得焉耳寧復爲人憫笑計哉

戊申秋九月晦日欒城李治序

# 測圓海鏡目錄

第一卷
圓城圖式
總率名號
今問正數
識別雜紀 附新設四率
第二卷
正率一十四問
第三卷

邊股一十七問

第四卷

底勾一十七問

第五卷

大股一十八問

第六卷

大勾一十八問

第七卷

明叀前一十八問

第八卷
明重後一十六問
第九卷上
大斜四問
第九卷下
大和八問
第十卷
三事和八問
第十一卷

雜糅一十八問

第十二卷

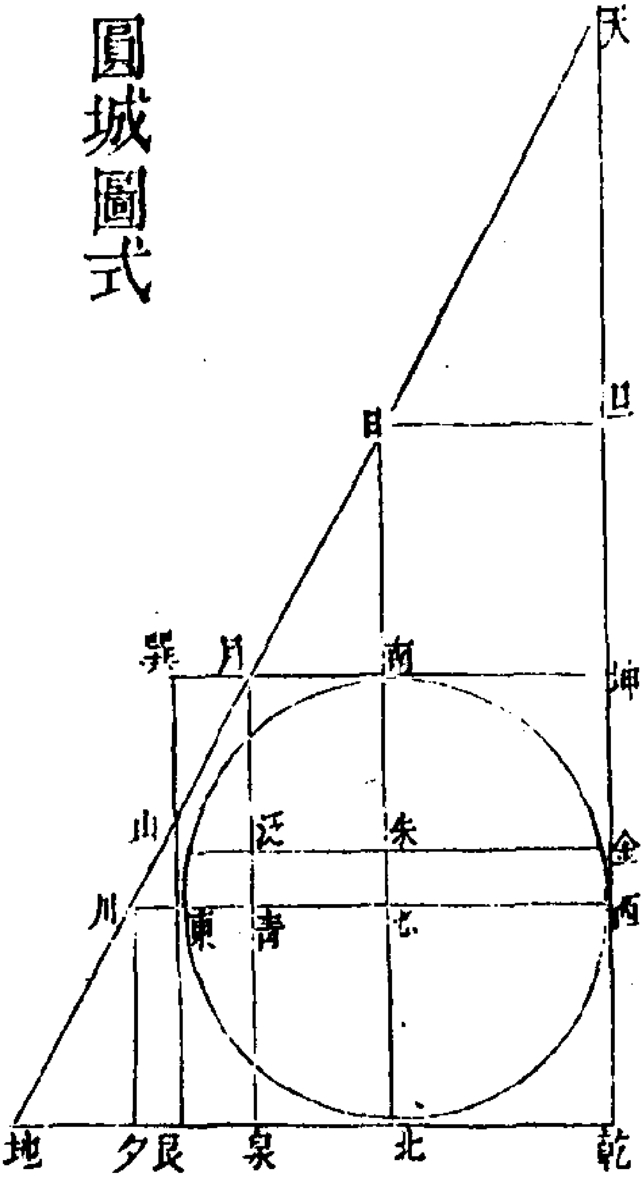
之分一十四問

測圓海鏡目錄

# 測圓海鏡細草卷第一

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

## 圓城圖式



總率名號

天之地爲通弦　天之乾爲通股

乾之地爲通勾

天之川爲邊弦　天之西爲邊股

西之川爲邊勾

日之地爲底弦　日之北爲底股

北之地爲底勾

天之山爲黃廣弦　天之金爲股卽股方差

也

金之山爲勾

月之地爲黃長弦　月之泉爲股

泉之地爲勾卽勾方差也

天之日爲上高弦　天之旦爲股

旦之日爲勾

日之山爲下高弦　日之朱爲股

朱之山爲勾

月之川爲上平弦　月之青爲股

青之川爲勾

川之地爲下平弦　川之夕爲股

夕之地爲勾

天之月爲大差弦　天之坤爲股

坤之月爲勾

山之地爲小差弦　山之艮爲股

艮之地爲勾

日之川爲皇極弦　日之心爲股

心之川爲勾

月之山爲太虛弦　月之泛爲股

泛之山爲勾

日之月爲明弦　日之南爲股

南之月爲勾

山之川爲東弦　山之東爲股

東之川爲勾

今問正數

通弦六百八十　勾三百二十　股六百

勾股和九百二十較二百八十

勾弦和一千較三百六十

股弦和一千二百八十較八十

弦較和九百六十較四百

弦和和一千六百較二百四十

邊弦五百四十四　勾二百五十六　股四百八十

勾股和七百三十六較二百二十四

勾弦和八百較二百八十八

股弦和一千〇二十四較六十四

弦較和七百六十八較三百二十

弦和和一千二百八十較一百九十二

底弦四百二十五　勾二百　股三百七十五

勾股和五百七十五較一百七十五

勾弦和六百二十五較二百二十五

股弦和八百較五十

弦較和六百較二百五十

弦和和一千較一百五十

黃廣弦五百一十　勾二百四十卽城徑也

股四百五十卽股方差也

勾股和六百九十較二百一十

勾弦和七百五十較二百七十

股弦和九百六十較六十

弦較和七百二十較三百

弦和和一千二百較一百八十

黃長弦二百七十二　勾一百二十八卽勾方差也　股二百四十卽城徑也

勾股和三百六十八較一百一十二

勾弦和四百較一百四十四

股弦和五百一十二較三十二

弦較和三百八十四較一百六十

弦和和六百四十較九十六

高弦二百五十五（上下同）勾一百二十卽半徑也　股二百二十五

勾股和三百四十五較一百〇五

勾弦和三百七十五較一百三十五

股弦和四百八十較三十

弦較和三百六十較一百五十

弦和和六百較九十

平弦一百三十六（上下同） 勾六十四 股一百二十卽半徑也

勾股和一百八十四較五十六

勾弦和二百較七十二

股弦和二百五十六較一十六

弦較和一百九十二較八十

弦和和三百二十較四十八

大差弦四百〇八　勾一百九十二　股三百六十

勾股和五百五十二較一百六十八

勾弦和六百較二百一十六

股弦和七百六十八較四十八

弦較和五百七十六較二百四十

弦和和九百六十較一百四十四

小差弦一百七十　勾八十　股一百五十

勾股和二百三十較七十

勾弦和二百五十較九十

股弦和三百二十較二十

弦較和二百四十較一百

弦和和四百較六十

皇極弦二百八十九　勾一百三十六　股二百五十五

勾股和三百九十一較一百一十九

勾弦和四百二十五較一百五十三

股弦和五百四十四較三十四

弦較和四百〇八較一百七十

弦和和六百八十較一百〇二

太虛弦一百〇二　勾四十八　股九十

勾股和一百三十八較四十二

勾弦和一百五十較五十四

股弦和一百九十二較一十二

弦較和一百四十四較六十

弦和和二百四十較三十六

明弦一百五十三　勾七十二　股一百三

十五

勾股和二百〇七較六十三

勾弦和二百二十五較八十一

股弦和二百八十八較一十八

弦較和二百一十六較九十

弦和和三百六十較五十四

叀弦三十四　勾一十六　股三十

勾股和四十六較一十四

勾弦和五十較一十八

股弦和六十四較四

弦較和四十八較二十

弦和和八十較一十二

識別雜紀

天之於日與日之於心同心之於川與川之於地同

日之於心與日之於山同故以山之川爲小差（鋭案股弦較曰小差此小差謂皇極弦上股弦較）川之於心與川之於月同故以月之日爲大差（鋭案勾弦

（較曰大差此大差謂皇極弦上勾弦較）

明勾重股相得（〔鏡案〕相得卽相乘）名爲內率求虛積

明股重勾相得名爲外率求虛積　虛勾虛股相得名爲虛率求虛積

凡勾股和卽弦黃和（〔鏡案〕弦和較曰黃亦曰黃方卽內容圓徑也）

凡大差卽股黃較　凡小差卽勾黃較

高股平勾差名角差又名遠差　此數卽高平二差共也又爲明和重和較也（又爲通差內去極差又爲極差虛差共）

明重二差共名次差又名

近差又名戾（音列）和　此數又爲明大差重小差較也　勾圓差之股股圓差之勾相併名混同和　此數又爲一徑一虛弦共也　明重二差較名傍差　此數又爲高平二差較又爲極雙差內減虛和（（銳案）勾弦差股弦差共曰雙差）又爲極弦內減城徑也　虛差不及傍差名蔓（音剉）差　此數又爲大差差內去角差又爲極差內去二之平差又爲次差內去小差差又爲明股重勾共內去二

之明勾也（〔銳案〕於新設第一率則倣差不及虛差名萎差此數又爲角差內去大差差又爲二之平差內去極差又爲小差差差內去次差又爲二之明勾內去明股重勾共也〔新率附本卷末〕）

虛差旁差共名萎和

凡大小差相乘爲半段徑冪（大差勾小差股相乘亦同上）

虛勾乘大股得半段徑冪（虛股乘大勾亦同上）

邊股重股相乘得半徑冪（明勾底勾相乘亦同上）

黃廣股黃長勾相乘爲徑冪

高股平勾相乘得半徑冪

明弦明股併與重弦重勾併相乘得半徑冪（明弦明勾併與重弦重股併相乘亦同上）

高弦平弦相乘爲一段皇極積　明勾重股相乘倍之爲一段太虛積（明股重勾亦同）

右諸雜名目

通弦上勾股和即一城徑一通弦也其較即勾圓差股圓差較也　勾弦和即二勾一大差其較則大差也　股弦和即二股一小差其較則小差也　弦較和爲一徑三差共其較則大勾小差共也　三事和即邊弦三事和上帶大勾也又爲底弦三事

和上帶大股也其較則城徑也

邊弦上勾股和爲通股平弦共其較則大差股內去平弦也　勾弦和卽通股底勾共其較則明股明弦共也　股弦和卽通股通弦和內少个邊勾也其較則平勾也弦較共爲大差上股弦和其較則大勾也

三事和卽通弦上股弦和又爲黃廣三事和上帶勾圓差也其較則大差勾也又爲平弦上弦較和又爲太虛弦上股弦和

也

底弦上勾股和爲通勾高弦共其較則高弦內去小差勾也　勾弦和爲通勾上弦較較與高股共其較則高股也　股弦和爲半个通弦上三事和其較則叀弦上勾弦和也　弦較和爲大差上勾弦和也其較則小差上勾弦和也　三事和卽通弦上勾弦和又爲黃長三事和上帶股圓差其較則小差股也又爲高弦上弦較較又爲

太虛弦上勾弦和

黃廣弦上勾股和爲大股虛股共又爲通勾通股共內少个小差上勾股和其較則兩个高差也　勾弦和爲二高弦一圓徑共其較則二明股也　股弦和爲通弦上弦較和其較則二叀股也　弦較和卽兩个大差股也其較卽兩个小差股也　三事和卽兩大股也其較則兩虛股也

黃長弦上勾股和爲大勾虛勾共又爲通和

內少个大差上勾股和也其較則兩个平差也　勾弦和爲通弦上弦較較其較則兩个明勾也　股弦和爲二圓徑二直勾其較則二直勾也　弦較和爲兩个大差勾也其較則兩个小差勾也　三事和爲兩大勾其較則兩虛勾也

高弦上勾股和爲高弦虛股共又爲一徑及高勾高股差也其較則底弦內減大勾也又爲邊股內減底股也　勾弦共則底股

其較則明股也　股弦共卽邊股其差則東股也　弦較共則大差其較則小差股也　三事和卽大股其較則虛股也又爲小差上勾弦較又爲明弦上弦較較平弦上勾股共卽平弦虛勾共也其較則大股內減邊弦也　勾弦共卽底勾其差則明勾也　股弦共卽邊勾其較則東勾也弦較共卽大差勾其較則小差也　三事和卽大勾其較則虛勾也又爲大差上

股弦較又爲黄弦上弦較和

大差上勾股和卽大股內去虛勾其差則大差弦內去圓徑也　勾弦共卽大股其差則大差股內去二之明勾也　股弦和爲大股上加个大中差也（案大中差乃明股弦和與半徑之較）（鋭案勾股較曰中差大中差卽大差弦上勾股較舊案誤）其較則虛勾也　弦較和爲兩个邊弦上勾弦較其較卽城徑也　三事和卽股與股圓差共又爲大弦大較共又爲二邊股其較則太

虛上弦較和也

小差上勾股和卽大勾內去虛股也其較則圓徑內去小差弦也　勾弦和爲大勾上減个小中差也（〔案〕小中差乃叀勾弦和與半徑之較〔銳案〕小中差卽小差弦上勾股較舊案誤）其較則虛股也　股弦共卽大勾其較則小差勾內去兩个叀股也

弦較和爲圓徑其較則爲兩个底弦上股弦較又爲兩个叀弦上勾弦和也　三事和卽勾與勾圓差共也又爲大弦大較

較（案即通弦上弦較較）又爲二底勾其較則太虛上弦較較也

皇極勾股和即高弦平弦共其較則明股內去東勾也　勾弦共即底弦其較則明弦也　股弦共則邊弦其較則東弦也　弦較和爲高弦明弦共又爲大股內減大差勾又爲大差弦其較則小差弦也　三事和即通弦其較則太虛弦也又爲明勾東股共又爲高弦內減明弦又爲平弦內減

直弦又爲大差勾上減虛股又爲小差股上減虛勾也

太虛勾股和卽圓徑內減虛弦又爲虛弦虛黄方共又爲皇極弦內去明股直勾共其差則大差勾內減个小差股也　勾弦共卽小差股也其較則虛股內減个小黄方也　股弦共卽大差勾其較則虛勾內減个小黄方也　弦較和爲大差弦上弦和較又爲黄長弦上勾弦較又爲兩个明勾其

較則小差弦上黃方面也　三事和卽大黃方其較則爲兩个明弦上股弦較又爲叀弦上兩个勾弦較又爲明弦上小差與叀弦上大差其也

明弦勾股和卽大差內減明弦其較則明弦內減虛股也　勾弦併卽高股其較則高股內少二之明勾也　股弦和卽邊股內減大差勾又爲邊勾邊弦差其較則半个虛黃方也　弦較和卽大差上勾弦較其

較則虛股也　三事和卽股圓差其較則太虛上勾弦較又爲虛股內減虛黃方也叀弦上勾股和卽小差內減叀弦其較則虛勾內減叀弦也　勾弦和卽底勾內減小差股又爲底股底弦差其較則半个虛黃方也　股弦和卽平勾其較則平勾內少兩个叀股也　弦較和卽虛勾其較則小差上股弦較也　三事和卽勾圓差其較則太虛上股弦較又爲虛勾內減虛黃方

也

前黃廣勾股下　其勾股較又爲大差上少个小差股又爲中差（案中差係通勾股較）內少个小差較又爲黃廣股內少一徑　勾弦共又爲兩个底股又爲大股與小差股共股弦和又爲大弦中差共又爲兩个邊股

股弦差又爲小差上黃方面

前黃長勾股下　其勾股較又爲大差勾上少个小差也又爲圓徑內少个黃長勾

勾弦共又爲兩个底勾又爲大勾與小差勾共　勾弦較又爲大差上黃方面　股弦共又爲兩个邊勾

右五和五較

大弦爲大勾與股圓差共又爲大股與勾圓差共　邊弦乃邊股平勾共又爲大股內減平弦上勾股較　底弦乃底勾高股共又爲大勾內加一个高差　黃廣弦爲大股內減虛股又爲邊股直股共　黃長弦

乃大勾內減虛勾又爲底勾明勾共　高
弦乃大差弦內減明弦又爲明弦虛弦共
平弦乃小差弦內減叀弦又爲叀弦虛
弦共　大差弦乃大股內減大差勾又爲
高弦明弦共又爲大弦內去黃長弦　小
差弦爲大勾內減小差股又爲平弦叀弦
共又爲大弦內去黃廣弦　極弦乃高股
平勾共又爲平弦明弦共又爲高弦叀弦
共又爲大差弦內減高平二弦較又爲小

差弦內加高平二弦較　虛弦乃皇極黃方面又爲明勾叀股共又爲高弦內減明弦又爲平弦內減叀弦　明弦乃高弦內減虛弦　叀弦乃平弦內減虛弦

黃廣弦黃長弦相併爲大弦虛弦共也以此數減於大和餘卽虛和　若以二弦相減餘卽虛弦平弦共也（〔案〕虛弦平弦共此題數偶合當云二極差）

（○〔銳〕〔案〕此數偶合於新設四率俱不通）黃廣弦又爲大差弦虛弦共　黃長弦又爲小差弦虛弦共

以黃長弦減於大勾餘卽虛勾　以黃廣弦減於大股餘卽虛股

邊弦底弦相併爲大弦皇極弦共也於此併數內減大和餘爲皇極弦內減圓徑也

若以二弦相減餘卽皇極差也此數同者最多故又爲皇極弦內少个小差弦又爲高弦平弦較又爲明股內少叀勾又爲大差弦內少皇極弦又爲次差虛差共也

邊弦又爲皇極股弦共又爲黃廣弦叀弦

共　底弦又爲皇極勾弦共又爲黃長弦明弦共也　以邊弦減大股餘爲半徑內減平勾又爲平弦內減小差也　底弦內減大勾餘爲高股內減半徑又爲大差內減高弦也

黃廣弦內減邊股卽叀股　黃長弦內減底勾卽明勾也

高弦高股共卽邊股　平弦平勾共卽底勾

高弦高勾共卽底股　平弦平股共卽

邊勾

上高弦減於通股餘即邊股內減明股也

下平弦減於通勾餘即邊勾內減明勾也

高弦平弦相併即大弦內少个皇極弦也若以相併數減於大和餘爲皇極弦圓徑其也　高弦平弦相減餘即皇極差也又爲皇極弦上減小差弦也若以相減數却加於相併數即黃廣弦也

高弦內減明股得半徑　平弦內減重勾亦

同上

皇極勾上加明弦爲皇極弦　皇極股上加

叀弦亦同上

皇極弦　得極勾卽底弦　得極股卽邊弦

內去極勾卽明弦　去極股卽叀弦

減於通弦卽極和　得虛弦亦同上　內

去虛弦卽明弦叀弦共　去虛黃卽明和

叀和共也　去城徑卽傍差　內加極差

卽大差弦　去極差卽小差弦　加角差

即兩个高股　減角差即二平勾

太虛弦　加入極弦爲極和　極弦內去之

即明東二弦共　再去之則明大差東小

差併也　加於大差弦即黃廣弦　加於

小差弦即黃長弦　內去明勾則東股

加明勾爲圓徑內少虛黃東股共　加入

明股爲明和東股共　減於明股即明較

內去東股（銳案於新設第一率則內減明股即東股內去明較）　加

入明弦爲極股　減於明弦爲明大差東

小差內少个叀弦（銳案於新設第一率則太虛弦卽明弦明大差叀小差共卽叀弦）加於明和卽兩个虛弦一个高差共也　減於明和卽高差也　內去叀勾卽明勾叀較共又爲叀股平差共加於叀勾卽叀和明勾共　加於叀股爲二虛弦內少明勾又爲圓徑內少虛黃明勾共　內減叀股卽明勾　內加叀弦卽極勾　內減叀弦爲明勾內少个叀小差加入叀和卽兩个虛弦內少个平差也

内減重和卽平差也　加入明重二和共卽極和内少个虛黃也　若減於明重二和共卽明股重勾共也　減於高弦卽明弦減於平弦卽重弦加於角差卽二明勾一極差共　減於角差卽一極差二重股較也（銳案於新設第一率則内減角差卽一極差二重股較也）得傍差卽明股重勾共　内減傍差卽虛三事和内去了極雙差也（銳案於新設第三第四率則減於旁差卽極雙差内去了虛三事和也）　内加虛差卽二明勾

內減虛差卽二東股　內加虛黃方卽虛和　內減虛黃方卽虛積大小差併也

右諸弦

大差弦小差弦共卽兩个極弦也以兩个極差爲之較　大差差小差差共卽兩个極差也以兩个傍差爲之較　大差上大差小差上大差共卽兩个明弦也以兩个明差爲之較　大差上小差小差上小差共卽兩个東弦也以兩个東差爲之較　大

差黃（案明勾）即二小差黃（案虛股）即兩數共即兩个極黃（案虛弦）即二也以兩个虛差爲之較　大差勾小差勾共即兩个極勾也以兩个平差爲之較　大差股小差股共即兩个極股也以兩个高差爲之較　二和共爲二極和以二角差爲之較

大差上弦較較即圓徑　小差上弦較和亦同上　大差上小差即虛勾　小差上大差即虛股也　大差弦與明勾共即邊股

小差弦與叀股共即底勾也　大差弦内減中差即黃長勾（案勾應作股）　小差弦内加中差即黃廣股也（案股應作勾○銳案此二案並非蓋正文本不誤也）　大股内減小差股即黃廣股　大勾内減大差勾即黃長勾也　虛弦得虛股即大差勾　虛弦得虛勾即小差股也

明段弦較和即大差上勾弦較　明段弦較較即小差上勾弦較也　叀段弦較和即大差上股弦較　叀段弦較較即小

差上股弦較也　大差勾內減虛弦餘即虛股　小差股內減虛弦餘即虛勾也

以大差和減大股即虛勾　以小差和減大勾即虛股也　以大差差減圓徑即明勾此差若多於圓徑則內減圓徑餘即虛勾也（案此條因題數偶合而誤若勾股差甚大甚小者皆不能合　銳案於新設第一率以大差差減圓徑不得明勾於新設第三第四率以圓徑減大差差亦不得虛勾於新設第二率以圓徑減大差差正得虛勾此新設第二率即卷第十一第十一問所用之率故云然）以小差差減圓徑即小差

弦也　大差弦上加一徑卽大股上加虛

勾也　小差弦上加一徑卽大勾上加虛

股也　大差股內減高弦餘卽高股內減

半徑　平弦內減小差勾餘卽半徑內減

平勾也　大差差內減虛差卽二明差

小差差內減虛差卽二叀差也

大弦內減大小差共卽圓徑　三事和內減

二之大小差共卽三个圓徑也

大差勾小差股相併名混同和卽一圓徑一

虛弦也若以相減卽虛差也

大差和小差和二數相併卽大弦虛弦共也

二數相減卽中差虛差共也又半之併

數卽爲極弦虛弦共也又爲高弦平弦共

又爲皇極勾股共也

大差差小差差二數相併卽兩个皇極差又

爲大差弦內減小差弦也　二數相減而

半之卽是皇極弦上減圓徑也（卽旁差）

右大小差

大差差小差差虛差共爲一个通差　高平極三差共亦同上　明差叀差虛差共爲一个極差也　諸黃方面亦倣此

邊黃內減底黃卽虛差　黃廣黃內減黃長黃卽二虛差　高黃內減平黃卽虛差葢高黃卽虛股平黃卽虛勾也　大差黃內減小差黃卽二虛差葢大差黃卽二明勾小差黃卽二叀股也　明黃內減叀黃餘卽虛差　叀弦上三差合成一个虛黃方

高差內減平差爲旁差　邊差內減底差亦同上　明差內減直差亦同上　大差差內減小差差爲二旁差　黃廣差內減黃長差亦同上

極雙差卽明直二弦共　內加虛雙差卽明直二和共　內減虛雙差卽明雙差直雙差共也　內加旁差卽極弦內少个虛弦旁差差（銳案於新設第三第四率則內加旁差卽極弦內加个虛弦旁差差）內減旁差卽虛和也　內加虛差卽極

弦內少二重股　內減虛差則極弦內少二明勾也

極差內加旁差爲大差差　內減旁差爲小差差也　內加虛差即角差　內減虛差即次差也　倍極差爲大差差小差差共則倍旁差爲之較　倍極弦爲大差弦小差弦共倍極差爲之較　以極差爲明差平差共則以夔差爲之較　以極差爲高差重差共則以夔和爲之較　副置夔和

上加較差而半之卽旁差也下減較差而半之則虛差也　極差內減二之平差得較差（銳案於新設第一率則副置較和上加較差而半之卽虛差也下減較差而半之則旁差也二之平差內減極差得較差）角差內加旁差爲二高差　內減旁差卽二平差也　內加明東二差併而半之得極差　內減明東二差而半之則虛差也　內加極差卽通差　內減極差則虛差也　以虛差減於明和爲明東二股共　以虛差

加於重和爲明重二勾共也　又副置二和共上加次差而半之卽明重二股共下減次差而半之卽明重二勾共也　明重二股共以高差爲較　明重二勾共以平差爲較

以高差減明和卽虛弦　以平差加重和亦同上　以高差減高股卽半徑　以平差加平勾亦同上　以高差減大差差卽明差　以平差減小差差卽重差也　以高

差減大差即高弦　以平差加小差即平弦也　二之平差內去虛差餘即小差差去二虛差即兩个重差

高股即半徑上股方差　平勾即半徑上勾方差　故高勾平股共爲全徑也　黃廣股即全徑上股方差　黃長勾即全徑上勾方差　故黃廣勾黃長股共數爲兩个全徑也

邊弦內減底弦即皇極差　邊股內減底股

卽高差又爲底弦內減大勾　邊勾內減底勾卽平差又爲大股內減邊弦也　大勾減底弦餘卽半徑爲勾之中差也　大股內減邊弦餘卽半徑爲股之中差也　邊股底勾相併卽大弦　若以相減卽通中差也

二高股一虛差合成一个股圓差　二平勾一虛差合成一个勾圓差（案此兩條誤當云二明股一虛股合成一个股圓差　二重勾一虛勾合成一个勾圓差也○銳案此有脫誤於今）

問正數新設四率俱不合綮云云亦未必然蓋安知非一高股一明股合成一个股圓差一平勾一東勾合成一个勾圓差邪

明雙差亦爲明東二大差其較則明差也

東雙差亦爲明東二小差其較則東差也

明雙差內減明差卽虛黃　東雙差上加東差亦同上　以明雙差加明和卽兩明弦　以東雙差加東和則兩東弦也

以明雙差減明和而半之卽明黃又爲虛大差　以東雙差減於東和而半之卽東

黃又爲虛小差也　以虛大差減明和卽明弦　以虛小差減叀和卽叀弦也　明雙差叀雙差相較則次差也　明雙差叀雙差又相併加於明叀二和共則爲兩个極雙差　若以減於明叀二和共則爲兩个虛雙差也　明雙差上加虛雙差卽明叀二股共　叀雙差上加虛雙差卽明叀二勾共也

以明叀二股共爲明弦叀黃共則高差虛黃

共爲之較（案明弦與黃較）爲明大小差虛大小差共則明叀二股共內去兩个虛雙差爲之較也（案明大小差虛大小差之較）以明叀二勾共爲叀弦明黃共則以平差虛黃較爲之較（案叀弦明黃較）爲叀大小差虛大小差共則明叀二勾共內減兩个叀大小差爲之較也（案虛大小差叀大小差之較）

明叀二和共內減旁差卽二虛弦　虛弦內加旁差卽明股叀勾共也

明和內去平差卽明股東勾共　東和上加高差亦同上也　明和內去高差卽虛弦東和上加平差亦同上　明弦內去高差卽虛勾　東弦上加平差卽虛股也

明股內去東股卽高差　去東勾則極差也　明勾內去東股卽虛差　去東勾則平差也

明東二股併內減虛弦卽明差　明東二勾併減於虛弦卽東差

明叀二和共又爲明叀二弦共與明叀二黃共數也　其較則明雙差叀雙差共數也　其明叀二和共數內減旁差卽二虛弦也　若內減虛雙差卽明叀二弦共也

極弦爲高股平勾共則角差爲之較　爲高弦叀弦共則極差虛弦共爲之較　爲平弦明弦共則極差虛弦較爲之較也

極弦得極差爲大差弦大差弦內減明和則高弦內減虛大差也　內減極差則爲小

差弦小差弦內減東和則是平弦內減虛小差也　又大差弦內減明和與高股共餘則爲虛勾不及明勾數（銳案內減當作減於於新設第一率則大差弦即明和與高股共虛勾即明勾）小差弦內減東和與平勾共餘則爲東股不及虛股數也

右諸差

邊勾邊股差又爲皇極差與高差共也又爲邊弦內去大勾也　邊勾邊弦共又爲大勾邊股共　邊勾邊弦較又爲大差弦內

減半徑也　邊股邊弦較又爲東弦上股弦和

底勾底股差又爲皇極差平差共又爲大股內去底弦又爲高股內去底小差　底勾底弦共爲大弦內少个底股大勾差（銳案於新設第一率則底勾底弦共爲大弦內加个底股大勾差）　底勾底弦較又爲明弦上勾弦和　底股底弦共與邊勾邊弦共同　底股底弦較又爲底勾內少小差股也

邊股內減高弦餘則高股　內減大差弦餘則明勾　內減底弦卽底股內減大勾也又爲高弦內減底勾也（銳案於新設第一率則減於底弦卽大勾內減底股也又爲底勾內減高弦也）

底勾內減平弦餘卽平勾　內減小差弦餘卽重股　以底勾減於邊弦餘卽大股內減邊勾也又爲邊股內減平弦也

邊弦內減底股與底弦內減邊勾同爲皇極弦內減半徑也

皇極勾內減明勾餘卽平勾也若減東勾卽半徑也倍之則爲底勾明勾共　皇極股內減東股餘卽高股也若減明股餘卽半徑也倍之則爲邊股東股共也

明股得虛股卽高股　明勾得虛勾卽半徑　東股得虛股卽半徑　東勾得虛勾卽平勾也　高弦內減高股卽東股　平弦內減平勾卽明勾也　明弦內減明差卽虛股　東弦內加東差卽虛勾也　高股

卽虛明二股共　平勾卽虛叀二勾共也
　明弦明勾併數與高股同　叀弦叀股
併數與平勾同也
明股叀勾相併減於極弦卽虛和又爲極黃
虛黃共也
明叀二弦併　內減叀雙差卽明叀二股併
　內減明雙差卽明叀二勾併　內加虛
弦卽極弦　內減虛弦卽明大差叀小差
併也

以明和爲明弦明黃共則明雙差爲之較以直和爲直弦直黃共則直雙差爲之較也　明和又爲高差虛弦共又爲極差與明直二勾共數　直和又爲平差少於虛弦數又爲極差少於明直二股數

半之三事和內加半黃方卽勾股共　若減之則弦也　半圓徑內加半虛黃卽虛和減半虛黃卽虛弦也　又以半虛黃加明和卽高股以半虛黃加直和卽平勾也

加明股則明弦　加叀勾則叀弦也　以減明勾則明黃　減叀股則叀黃也　以虛黃加明黃則爲虛股　以加叀黃則虛勾也

右諸率互見

高弦叀弦共爲極弦其差卽虛弦極差共也

高股叀股共爲高弦其差卽虛股高差共也　高勾叀勾共爲平弦其差卽半徑內減叀勾也　高和叀和共爲極和其差

卽極和內少二叀和也　高差叀差共爲極差共差卽虛差旁差共也　高黃叀黃共爲虛弦共差卽叀黃不及虛股數也（高黃卽虛股）　高大差叀大差共卽明弦共差卽半虛黃不及明股數也此高大差卽明股此叀大差卽半虛黃也　高小差（卽叀股）叀小差共卽叀弦共差卽叀小差不及叀股數也　明平二弦共亦爲極弦共較卽虛弦不及極差數也（鋭案此於新設第一率則其較卽極差不及虛弦）

（數也）明平二股共亦爲高弦其較卽明股內減半徑也（銳案於新設第一率則其較卽半徑內減明股也）明平二勾共亦爲平弦其較卽平差內去虛勾也（銳案於新設第一率則其較卽虛勾內去平差也）明平二和共亦爲極和其較則極和內少二之平和也（銳案於新設第一率則其較卽二之平和內少極和也）明平二差共亦爲極差其較卽虛差不及旁差數也（銳案於新設第一率則其較卽旁差不及虛差數也）明平二黃共亦爲虛弦其較則虛勾（案虛勾卽平黃）不

及明黃數也（銳案於新設第一率則其較即明黃不及虛勾數也）明平二大差共亦爲明弦其較即明勾不及明大差數也（平大差即明勾○銳案於新設第一率則其較即明大差不及明勾數也）明平二小差共亦爲叀弦其較則叀勾不及半虛黃數也（銳案於新設第一率則其較即半虛黃不及叀勾數也）此明小差即半虛黃此平小差即叀勾

右四位相套

邊弦　自減其股爲平勾　自減其勾爲明

股明弦併　減於通弦餘平弦　減於通股餘平差　內減通勾餘邊差　內減底弦餘極差　內減底股爲半徑旁差共又爲極弦內少半徑　內減底勾卽大股內去邊勾也　內減黃廣弦餘重弦　內減黃廣股卽小差股內去平差　內減黃廣勾卽大差內去平差　內減黃長弦又得黃長弦（案此條誤○銳案此數偶合於新設四率俱不通）　內減黃長股與內減黃廣勾同　內減黃長勾

卽大股內去極勾虛勾共　內減皇極弦餘高弦

底弦　自減其股爲叀勾叀弦併　自減其勾爲高股　減於通弦餘高弦　減於通股餘底差　內減通勾餘高差　減於邊弦餘極差　減於邊股卽底差內去半徑（銳案於新設第一率則內減邊股卽半徑內去底差）　內減邊勾卽高差平勾共　減於黃廣弦餘爲明大差叀小差併（案此條亦係數偶合○銳案此數偶合於新設四率俱不通）

減於黃廣股卽底差內去小差股（鋭案於新
設第一率則內減黃廣股則小差股內去底差）內減黃廣勾卽
一个明弦一个黃長股弦較　內減黃長
弦餘明弦　內減黃長股與內減黃廣勾
同　內減黃長勾餘爲高股明勾共（鋭案舊本
作內減黃長勾餘虛弦明股共於今問正數新設四率俱不合葢有脫誤）內
減極弦爲平弦　減於邊股又爲底股內
去大勾（鋭案於新設第一率則內減邊股又爲大勾內去底勾）
高差平差共又爲平勾高股差　以半徑減

高股即高差　半徑內減平勾即平差明勾內減叀勾與平差同　明股內減叀股與高差同　股圓差內減極股即高差也　勾圓差減於極勾即平差也　正股內去邊弦即平差也　底弦內去正勾即高差也　大差勾內去極勾即平差也極股內去小差股即高差也　極差內去叀差即高差也內去明差即平差也旁差即城徑極弦較也又爲明差叀差較又

爲高差平差較　極差得之爲大差差也

去之則爲小差差也

又高差平差（下、）　明和內去虛弦卽高差

虛弦內去叀和卽平差

大差弦內加虛差卽黃廣股　小差弦內減

虛差卽黃長勾

通差內去高差卽底差　[illegible]內去平差卽邊差

也

虛大差得二虛勾卽勾圓差之股　虛小差

得二虛股卽股圓差之勾也

明段弦較較卽虛股也　東段弦較共卽虛勾也

半虛黃　東勾得之卽東弦也減於此數卽虛黃內去東弦也（〔銳案〕於新設第一率則內減此數卽東弦內去虛黃也）東股得之卽虛勾也去之卽東黃方也　東弦得之卽平勾內去東黃也去之則東勾也　明勾內得之卽虛股也去之卽明黃方也　明股得之卽明弦也去

之卽明弦內去个虛黃方也　明弦得之卽高股內去明黃也去之卽明股也

右拾遺

案識別雜記約五百條皆隨時錄其所得未經審定者故難易淺深不拘先後要皆精思妙義足以開示數理之蘊奧者徐光啓亟傳新法而於勾股義中獨推是書其必有所見矣

銳案右雜紀數百條乃是書之綱領非

此不能立算然其中亦有止合今問正數而於它率不通者案卷第十一第十一問草曰此問所求城徑與諸問竝同其勾股則與前後諸率不同今特爲此草者欲使後學有以考較諸率當否也今據卷第八第十五問法所稱勾股各率依總率名號新設四率於後以考較之其句八股十五之率卽今問正數所用故不具

（新設）第一率

通弦六百　勾三百六十　股四百八十

勾股和八百四十較一百二十

勾弦和九百六十較二百四十

股弦和一千〇八十較一百二十

弦較和七百二十較四百八十

弦和和一千四百四十較二百四十

邊弦四百五十　勾二百七十　股三百六十

勾股和六百三十較九十

勾弦和七百二十較一百八十

股弦和八百一十較九十

弦較和五百四十較三百六十

弦和和一千〇八十較一百八十

底弦四百黃廣弦同　勾二百四十　股

三百二十

勾股和五百六十較八十

勾弦和六百四十較一百六十

股弦和七百二十較八十

弦較和四百八十較三百二十

弦和和九百六十較一百六十

黃長弦三百大差弦同　勾一百八十

股二百四十

勾股和四百二十較六十

勾弦和四百八十較一百二十

股弦和五百四十較六十

弦較和三百六十較二百四十

弦和和七百二十較一百二十

高弦二百小差弦同　勾一百二十　股一百六十

勾股和二百八十較四十

勾弦和三百二十較八十

股弦和三百六十較四十

弦較和二百四十較一百六十

弦和和四百八十較八十

平弦一百五十　勾九十　股一百二十

勾股和二百一十較三十

勾弦和二百四十較六十

股弦和二百七十較三十

弦較和一百八十較一百二十

弦和和三百六十較六十

皇極弦二百五十　勾一百五十　股二百

勾股和三百五十較五十

勾弦和四百較一百

股弦和四百五十較五十

弦較和三百較二百

弦和和六百較一百

太虛弦一百明弦同　勾六十　股八十

勾股和一百四十較二十

勾弦和一百六十較四十

股弦和一百八十較二十

弦較和一百二十較八十

弦和和二百四十較四十

直弦五十　勾三十　股四十

勾股和七十較一十

勾弦和八十較二十

股弦和九十較一十

弦較和六十較四十

弦和和一百二十較二十

（新設）第二率

通弦七百八十　勾三百　股七百二十

勾股和一千○二十較四百二十

勾弦和一千〇八十較四百八十

股弦和一千五百較六十

弦較和一千二百較三百六十

弦和和一千八百較二百四十

邊弦六百五十　勾二百五十　股六百

勾股和八百五十較三百五十

勾弦和九百較四百

股弦和一千二百五十較五十

弦較和一千較三百

弦和和一千五百較二百

底弦四百六十八　勾一百八十　股四百三十二

勾股和六百一十二較二百五十二

勾弦和六百四十八較二百八十八

股弦和九百較三十六

弦較和七百二十較二百一十六

弦和和一千〇八十較一百四十四

黃廣弦六百二十四　勾二百四十　股

五百七十六

勾股和八百一十六較三百三十六

勾弦和八百六十四較三百八十四

股弦和一千二百較四十八

弦較和九百六十較二百八十八

弦和和一千四百四十較一百九十二

黃長弦二百六十　勾一百　股二百四
十

勾股和三百四十較一百四十

勾弦和三百六十較一百六十

股弦和五百較二十

弦較和四百較一百二十

弦和和六百較八十

高弦三百一十二　勾一百二十　股二百八十八

勾股和四百○八較一百六十八

勾弦和四百三十二較一百九十二

股弦和六百較二十四

弦較和四百八十較一百四十四

弦和和七百二十較九十六

平弦一百三十　勾五十　股一百二十

勾股和一百七十較七十

勾弦和一百八十較八十

股弦和二百五十較一十

弦較和二百較六十

弦和和三百較四十

大差弦五百二十　勾二百　股四百八十

十

勾股和六百八十較二百八十

勾弦和七百二十較三百二十

股弦和一千較四十

弦較和八百較二百四十

弦和和一千二百較一百六十

小差弦一百五十六　勾六十　股一百

四十四

勾股和二百〇四較八十四

勾弦和二百一十六較九十六

股弦和三百較一十二

弦較和二百四十較七十二

弦和和三百六十較四十八

皇極弦三百三十八　勾一百三十　股三百一十二

勾股和四百四十二較一百八十二

勾弦和四百六十八較二百〇八

股弦和六百五十較二十六

弦較和五百二十較一百五十六

弦和和七百八十較一百〇四

太虛弦一百〇四　勾四十　股九十六

勾股和一百三十六較五十六

勾弦和一百四十四較六十四

股弦和二百較八

弦較和一百六十較四十八

弦和和二百四十較三十二

明弦二百〇八　勾八十　股一百九十

二

勾股和二百七十二較一百一十二

勾弦和二百八十八較一百二十八

股弦和四百較一十六

弦較和三百二十較九十六

弦和和四百八十較六十四

叀弦二十六　勾一十　股二十四

勾股和三十四較一十四

勾弦和三十六較一十六

股弦和五十較二
弦較和四十較一十二
弦和和六十較八
以上二率城徑與今問正數同

新設第三率
通弦一千四百　勾三百九十二　股一
千三百四十四
勾股和一千七百三十六較九百五十
二

勾弦和一千七百九十二較一千〇〇

八

股弦和二千七百四十四較五十六

弦較和二千三百五十二較四百四十

八

弦和和三千一百三十六較三百三十

六

邊弦一千二百二十五　勾三百四十三

股一千一百七十六

勾股和一千五百一十九較八百三十

三

勾弦和一千五百六十八較八百八十

二

股弦和二千四百〇一較四十九

弦較和二千〇五十八較三百九十二

弦和和二千七百四十四較二百九十

四

底弦八百　勾二百二十四　股七百六

十八

勾股和九百九十二較五百四十四

勾弦和一千〇二十四較五百七十六

股弦和一千五百六十八較三十二

弦較和一千三百四十四較二百五十六

弦和和一千七百九十二較一百九十二

黃廣弦一千二百　勾三百三十六　股

一千一百五十二
勾股和一千四百八十八較八百一十
六
勾弦和一千五百三十六較八百六十
四
股弦和二千三百五十二較四十八
弦較和二千〇一十六較三百八十四
弦和和二千六百八十八較二百八十
八

黃長弦三百五十　勾九十八　股三百三十六

勾股和四百三十四較二百三十八

勾弦和四百四十八較二百五十二

股弦和六百八十六較一十四

弦較和五百八十八較一百一十二

弦和和七百八十四較八十四

高弦六百　勾一百六十八　股五百七十六

勾股和七百四十四較四百○八

勾弦和七百六十八較四百三十二

股弦和一千一百七十六較二十四

弦較和一千○○八較一百九十二

弦和和一千三百四十四較一百四十四

平弦一百七十五　勾四十九　股一百六十八

勾股和二百一十七較一百一十九

勾弦和二百二十四較一百二十八

股弦和三百四十三較七

弦較和二百九十四較五十六

弦和和三百九十二較四十二

大差弦一千〇五十　勾二百九十四

股一千〇〇八

勾股和一千三百〇二較七百一十四

勾弦和一千三百四十四較七百五十六

股弦和二千○五十八較四十二

弦較和一千七百六十四較三百三十六

弦和和二千三百五十二較二百五十二

小差弦二百　勾五十六　股一百九十二

勾股和二百四十八較一百三十六

勾弦和二百五十六較一百四十四

股弦和三百九十二較八

弦較和三百三十六較六十四

弦和和四百四十八較四十八

皇極弦六百二十五　勾一百七十五

股六百

勾股和七百七十五較四百二十五

勾弦和八百較四百五十

股弦和一千二百二十五較二十五

弦較和一千○五十較二百

弦和和一千四百較一百五十

太虛弦一百五十　勾四十二　股一百四十四

勾股和一百八十六較一百〇二

勾弦和一百九十二較一百〇八

股弦和二百九十四較六

弦較和二百五十二較四十八

弦和和三百三十六較三十六

明弦四百五十　勾一百二十六　股四

百三十二

勾股和五百五十八較三百○六

勾弦和五百七十六較三百二十四

股弦和八百八十二較一十八

弦較和七百五十六較一百四十四

弦和和一千○○八較一百○八

叀弦二十五　勾七　股二十四

勾股和三十一較一十七

勾弦和三十二較一十八

股弦和四十九較一
弦較和四十二較八
弦和和五十六較六

（新設）第四率
通弦三千六百九十　勾八百一十　股
三千六百
勾股和四千四百一十較二千七百九
十
勾弦和四千五百較二千八百八十

股弦和七千二百九十較九十

弦較和六千四百八十較九百

弦和和八千一百較七百二十

邊弦三千三百二十一　勾七百二十九

股三千二百四十

勾股和三千九百六十九較二千五百

一十一

勾弦和四千○五十較二千五百九十

二

股弦和六千五百六十一較八十一

弦較和五千八百三十二較八百一十

弦和和七千二百九十較六百四十八

底弦二千○五十　勾四百五十　股二千

勾股和二千四百五十較一千五百五十

勾弦和二千五百較一千六百

股弦和四千○五十較五十

弦較和三千六百較五百

弦和和四千五百較四百

黃廣弦三千二百八十　勾七百二十

股三千二百

勾股和三千九百二十較二千四百八十

勾弦和四千較二千五百六十

股弦和六千四百八十較八十

弦較和五千七百六十較八百

弦和和七千二百較六百四十

黃長弦七百三十八　勾一百六十二

股七百二十

勾股和八百八十二較五百五十八

勾弦和九百較五百七十六

股弦和一千四百五十八較一十八

弦較和一千二百九十六較一百八十

弦和和一千六百二十較一百四十四

高弦一千六百四十　勾三百六十　股

一千六百

勾股和一千九百六十較一千二百四十

勾弦和二千較一千二百八十

股弦和三千二百四十較四十

弦較和二千八百八十較四百

弦和和三千六百較三百二十

平弦三百六十九　勾八十一　股三百六十

勾股和四百四十一較二百七十九

勾弦和四百五十較二百八十八

股弦和七百二十九較九

弦較和六百四十八較九十

弦和和八百一十較七十二

大差弦二千九百五十二　勾六百四十八　股二千八百八十

勾股和三千五百二十八較二千二百三十二

勾弦和三千六百較二千三百〇四

股弦和五千八百三十二較七十二

弦較和五千一百八十四較七百二十

弦和和六千四百八十較五百七十六

小差弦四百一十　勾九十　股四百

勾股和四百九十較三百一十

勾弦和五百較三百二十

股弦和八百一十較一十

弦較和七百二十較一百

弦和和九百較八十

皇極弦一千六百八十一　勾三百六十
九　股一千六百四十
勾股和二千〇〇九較一千二百七十
一
勾弦和二千〇五十較一千三百一十
二
股弦和三千三百二十一較四十一
弦較和二千九百五十二較四百一十

弦和和三千六百九十較三百二十八

太虛弦三百二十八　勾七十二　股三百二十

勾股和三百九十二較二百四十八

勾弦和四百較二百五十六

股弦和六百四十八較八

弦較和五百七十六較八十

弦和和七百二十較六十四

明弦一千三百一十二　勾二百八十八

股一千二百八十

勾股和一千五百六十八較九百九十

二

勾弦和一千六百較一千〇二十四

股弦和二千五百九十二較三十二

弦較和二千三百〇四較三百二十

弦和和二千八百八十較二百五十六

重弦四十一　勾九　股四十

勾股和四十九較三十一

勾弦和五十較三十二

股弦和八十一較一

弦較和七十二較一十

弦和和九十較八

以上二率城徑與今問正數不同

---

敬齋先生測圓海鏡細草卷第一

元和李鋭覆校

# 測圓海鏡細草

# 測圓海鏡細草卷第二

翰林學士知　制誥同修

## 正率一十四問

假令有圓城一所不知周徑四面開門門外縱橫各有十字大道其西北十字道頭定爲乾地其東北十字道頭定爲艮地其東南十字道頭定爲巽地其西南十字道頭定爲坤地

所有測望雜法一一設問如後

或問甲乙二人俱在乾地乙東行三百二十步

而立甲南行六百步望見乙問徑幾里

荅曰城徑二百四十步

法曰此爲勾股容圓也以勾股相乘倍之爲實併勾股冪以求弦復加入勾股共以爲法

草曰置甲南行六百步在地以乙東行三百二十步乘之得一十九萬二千步倍之得三十八萬四千步爲實以乙東行步自之得一十萬〇二千四百步爲勾冪以甲南行步自之得三十六萬步爲股冪二冪相併得四十

六萬二千四百步爲弦方實以平方開之得六百八十步則弦也以弦加勾股共共得一千六百步以爲法如法而一得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在西門乙東行二百五十六步甲南行四百八十步望見乙問荅同前

法曰此爲勾上容圓也以勾股相乘倍之爲實併勾股冪以求弦加入股以爲法

草曰置甲南行四百八十步在地以乙東行

二百五十六步乘之得一十二萬二千八百八十步倍之得二十四萬五千七百六十步爲實以乙東行步自之得六萬五千五百三十六步爲勾冪以甲南行步自之得二十三萬〇四百步爲股冪勾股冪相併得二十九萬五千九百三十六步爲弦方實以平方開之得五百四十四步爲弦也以加入甲南行步共得一千〇二十四步以爲法如法而一得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲南行三百七十五步望見乙問荅如前

法曰此爲股上容圓也以勾股相乘倍之爲實以勾股羃求弦加入勾以爲法

草曰置甲南行三百七十五步以乙東行二百步乘之得七萬五千步倍之得一十五萬步為實以乙東行自之得四萬步爲勾羃以甲南行自之得一十四萬〇六百二十五步爲股羃勾股羃相併得一十八萬〇六百二

十五步爲弦方實如平方而一得四百二十五步則弦也加入乙東行二百步共得六百二十五步以爲法以法除之得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在圓城中心而立乙穿城向東行一百三十六步而止甲穿城南行二百五十五步望見乙問荅同前

法曰此爲勾股上容圓也以勾股相乘倍之爲實併勾股冪如法求弦以爲法

草曰以二行步相乘得三萬四千六百八十步倍之得六萬九千三百六十步爲實置乙東行自之得一萬八千四百九十六步爲勾冪又以甲南行自之得六萬五千〇二十五步爲股冪二冪相併得八萬三千五百二十一步爲弦方實以平方開之得二百八十九步卽弦也便以爲法如法除實得二百四十步卽城徑也合問

或問甲乙二人同立於乾地乙東行一百八十

步遇塔而止甲南行三百六十步囘望其塔正居城徑之半問荅同前

法曰此爲弦上容圓也以勾股相乘倍之爲實以勾股和爲法

草曰以二行步相乘得六萬四千八百步倍之得一十二萬九千六百步爲實併二行步得五百四十步以爲法以法除實得二百四十步卽城徑也合問

或問甲乙二人俱在坤地乙東行一百九十二

步而止甲南行三百六十步望乙與城參相

直問荅同前

法曰此爲勾外容圓也以勾股相乘倍之爲

實以弦較共爲法

草曰以二行步相乘得六萬九千一百二十

步倍之得一十三萬八千二百四十步爲實

置乙東行自之得三萬六千八百六十四步

爲勾冪又置甲南行自之得一十二萬九千

六百步爲股冪二冪相併得一十六萬六千

四百六十四步爲弦方實以平方開之得四百〇八步卽弦也又置甲南行步內減乙東行步餘一百六十八步卽較也以較加弦共得五百七十六步以爲法實如法而一得二百四十步爲城徑也合問

案此題用勾股求得弦卽可加減得弦較較爲城徑今必以勾股相乘倍積爲實求得弦加減得弦較和爲法而後始得弦較較爲城徑者蓋欲因此竝明勾股相乘之

倍積爲弦較較弦較和相乘之積非故爲紆迴也

或問甲乙二人同立於艮地甲南行一百五十步而止乙東行八十步望乙與城參相直問

荅同前

法曰此爲股外容圓也以勾股相乘倍之爲實以弦較較爲法

草曰二行步相乘得一萬二千倍之得二萬四千步爲實以甲南行自之得二萬二千五

百步爲股冪又以乙東行步自之得六千四百步爲勾冪勾股冪相併得二萬八千九百步爲弦方實以平方開之得一百七十步卽弦也以二行步相減餘七十步爲勾股較也以此較又減弦餘一百步卽弦較較也便以爲法實如法而一得二百四十步卽城徑也

合問

案此題係弦較和爲城徑其用法實以較取和之意與上題同

或問甲乙二人同立於巽地乙西行四十八步而止甲北行九十步望乙與城參相直問荅同前

法曰此爲弦外容圓也勾股相乘倍之爲實以弦和較爲法

草曰以二行步相乘得四千三百二十步倍之得八千六百四十步爲實以甲北行自之得八千一百步爲股冪又以乙西行自之得二千三百〇四步爲勾冪二冪共得一萬〇

四百〇四步爲弦方實以平方開之得一百〇二步爲弦也又倂二行步得一百三十八步爲和以弦減和餘三十六步得黃方以爲法實如法而一得二百四十步卽城徑也合問

案此題弦和和卽城徑其以勾股相乘倍積爲實黃方爲法者亦以明弦和和黃方相乘之積與勾股相乘之倍積爲相等也

或問甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而

而一得城徑

草曰二行步相乘得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又假令乙出南門折東行二十步甲出北門折東行七百二十步如此之類亦同上法（以上三問俱是以半發梯求之）

［案］右三題通爲一問

或問甲乙二人乙在艮地東行八十步而立甲

在坤地南行三百六十步望見乙問荅同前

法曰此爲兩差求黃方也以二行步相乘倍之爲實以平方開之得城徑

草曰二行步相乘得二萬八千八百步倍之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步卽城徑也合問○別得甲南行卽股圓差也乙東行卽勾圓差也

或問甲出東門四十八步而立乙出南門四十八步見之問荅同前

法曰此當以方五斜七求之每出門二步管徑十步

草曰置出門步在地以五之得二百四十步卽城徑也　據此法合置出門步在地以十之二而一以二數相折故五因便是合問

案方五斜七疏率非密率也設問以盡此題之變故率之疏密勿論

或問出西門南行四百八十步有樹出北門東行二百步見之問荅同前

法曰以二行步相乘爲實二行步相併爲從一步常法得半徑

草曰立天元一爲半徑置南行步在地內減天元半徑得卜元卌。（〔案〕斜畫者少之記也卜元卌是爲四百八十步少一元也）爲股圓差（銳〔案〕凡算式自左而右步而左爲十百千萬步而右爲分釐毫絲凡十百千萬之類算式下注一字餘恐可知其不注者茲以右方尾位爲步其左方首位爲。者則以左方首位爲步算有正負以有斜畫者爲負無者爲正其逐層布算之法以虛數爲天元旁記元字眞數爲太極旁記太字元下必太太上必元故有元字不記太字有太字不記元字元上一層則元自乘數又上一層則元再乘數凡上一層則增一乘

太下一層則元除太數又下一層則元再除太數凡下一層則增一除凡加法以元加元以太加太各齊其等同名相加異名相減相加者正者正之負者負之相減者本數大則本數正者正之負者負之加數大則本數正者負之負者正之無對者正之正者正之負者負之凡減法亦齊其等同名相減異名相加相減者本數大則正者正之負者負之減數大則正者負之負者正之相加者本數正者正之負者負之無對者本數正者正之負者負之減數正者負之負者正之凡乘法亦齊其等列左右兩行以左行下方一層起自下而上徧乘右行爲乘第一次又於左行轉上一層亦徧乘右行爲乘第二次如是累乘有若干層則乘若干次後一次所得較前一次所得遞進一層同名相乘所得爲正異名相乘所得爲負乘訖同名相加異名相減以太乘太所得者爲太元乘太所得者爲元凡除法

多不受除惟以天元一爲法者以除元得太以除太得太下一層同名相除所得爲正異名相除所得爲負凡加減乘除所得算式有誤並如前法算正

又置乙東行步在地內減天元得下式丨元‖〇爲勾圜差以勾圓差增乘股圜差得丨元丅Ⅲ丄〇〇〇（案丨丅元Ⅲ爲一平方少六百八十元多九萬六千步）爲半段黃方羃卽城羃之半也寄左

又置天元羃以倍之得‖〇元亦爲半段黃方羃與左相消得丄丅〇Ⅲ丄〇〇〇如法開之得半徑合問（〔鏡案〕相消卽相減方程所謂直除是也可以又數減寄左數亦可以寄左數減又數故曰相消也凡相消所得算式有誤並如法算正今歐邏巴所傳借根方川於）

立天元術其加減乘除之法竝同惟此相消法與借根方兩邊加減則有異蓋相消止用減兩邊加減兼用加減二法相課雖得數適同而正負互異如此問以又數減寄左得數得下層實正中層從負上層隅負而以兩邊加減命之則步數根數平方數皆爲多號多卽正少卽負是實數同爲正而從隅之正負相反若以寄左數減又數則得實負從正隅正是從隅同爲正而實數之正負相反總而論之加減所得之實必是多號而相減所得之實亦有負算相消而得負實者則從廉隅之正負與加減所得合相消而得正實者則從廉隅之正負與加減所得必相反也又借根方加減之後過兩邊俱無眞數者則有降位之法令一邊爲眞數一邊爲根方數然後開方然其位雖降而其數不殊古人文簡不立此法既相消後卽不論天元太極等位但以下層爲實以上爲從廉隅故相消所得算式

旁更不記元太等字別卷閒有記者實亦可省也相消後算式得兩層者上法下實除之即得得三層者下層爲實中層爲從上層爲隅以平方除之得四層者下層爲實實上爲從從上爲廉廉上爲隅以立方除之凡多一層則增一廉而開方增一乘凡開方除古有帶從法有減從減廉減隅諸法有飜法有益積法略見顧應祥分類釋術今又有開帶維諸乘方簡法通初商次商爲一道布算最便寫之如後法曰列實於上以初商乘從得從積以初商自之以乘廉得廉積有第二第三廉者累以初商自增乘爲各廉乘數以乘各廉得各廉積以初商乘末廉乘數以乘隅得隅積求得從廉隅各積於下同名以加異名以減上位即得初商有不盡者復列元實於上并初商次商如前入之此法據相消所得正負言之故同名以加異名以減若以加減所得多少入算則當以同名減異名加也

案相消者取上兩相等之數同加減相等之數使一爲步數一爲方元數仍相等也如寄數內減一平方加六百八十元則得九萬六千步又數內亦減一平方加六百八十元則得一平方六百八十元是爲一平方六百八十元與九萬六千步等故其式爲丨𝍥𝍧〇元𝍨𝍮〇〇〇舊積方元數皆作斜畫以別之然遇方方元數有多少異號者殊混人目今不用（銳案）此緣不知相消古法故以負算斜畫爲別方元之記又以爲混人目而輒去之誤甚

又法識別得二行併即大弦也立天元一爲半徑置甲南行步加天元一得丨元𝍢𝍮〇爲大股又置乙東行步加天元得丨元𝍡〇〇爲大勾也勾股相乘得丨𝍤𝍮〇元𝍦𝍪〇〇〇爲一个大直積以天元除之

得下式阮𝍱〇𝍣𝍮〇〇爲三事和也（寄左黃方除倍積得三事和今以半黃方除直積亦爲三事和也）然後併二行步又併入勾股共得阮𝍣𝍮〇爲同數與左相消得十𝍥〇𝍣𝍮〇〇〇以平方開之得一百二十步倍之得全徑也

合問

（案）是書皆先法後草草者以立天元一推衍而得其方元積數者也法者又取推衍中之支節條目融會而歸於簡約者也草者法之本法者草之用法使人易於推步

而草則存其義以俟知者二者相須不可偏廢顧應祥僅演其開方乘除之數而去其細草益亦不得其理矣

---

# 敬齋先生測圓海鏡細草卷第二

元和李鋭覆校

# 測圓海鏡細草卷第三

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 邊股一十七問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙行五百一十步與乙相會問荅同前

法曰倍相減步以乘二之甲南行步爲平方實得城徑

草曰識別得二行相減餘三十步卽乙出東

門南行步也倍相減步得六十步以乘二之甲南行步九百六十步得五萬七千六百步爲平方實如法開之得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅東行八十步望見甲問荅同前

法曰倍南行步以東行步乘之爲實東行步爲從方一步常法得全徑

草曰立天元一爲圓徑以減於二之甲南行

步得（卞元　Ⅲ丄〇）為兩个大差也以乙東行步乘之得（赱〇元　Ⅲ〇〇）為圓徑冪寄左然後以天元冪與左相消得十（赱〇元　Ⅲ〇〇）以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又法半之乙東行步乘南行步為實半乙東行步為從一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑減甲南行步得（卞元　Ⅱ丄〇）為大差也以半之東行步乘之得（赱〇元　自〇〇）即半徑冪寄左然後以天元冪為同數與左相

消得十乇〇卧〇開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅亦南行一百五十步望見甲問荅同前

法曰兩行步相乘爲實南行步爲從方一爲隅得半徑

草曰立天元一爲半城徑以減乙南行步得卞元巨〇爲半梯頭以甲行步爲梯底以乘之得卌元丅〇〇〇爲半徑冪寄左然後以天元冪與左相

消得卜𠔿〇丅〇〇〇開平方得一百二十步倍之即
城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步乙出東門直
行一十六步望見甲問荅同前

法曰以四之東行步乘南行步爲實從空東
行爲廉一步爲隅法得全徑

草曰立天元一爲圓徑加乙東行步得（元一亅）
爲中勾其甲南行即中股也置東行步爲小
勾以中股乘之得（丄〇太）合以中勾除今不受除

便以爲小股也（內寄中勾分母）乃復以中股乘之得三百六十八萬六千四百又四之得一千四百七十四萬五千六百爲一段圓徑冪（寄中勾分母寄左）然後以天元徑自之又以中勾乘之得𝍠𝍩𝍥元爲同數與左相消得卜干〇𝍣𝍣𝍣𝍥以立方開之得二百四十步爲城徑也合問

案不受除者無可除之理也凡二數此數與彼數有可除之理則受除無可除之理則不受除也蓋除有法有實實可二法不

可二此題以中勾爲法而中勾內有一元又有十六步其爲數已二矣又何以均分不一之數乎故曰不受也寄分者姑寄其應除之數也俟求得兩相等數而此數內尚少一除不除此而轉乘彼則兩數仍相等猶之受除者也此所謂以乘代除也

或問乙出南門東行七十二步而止甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直問荅同前

法曰以乙東行冪乘甲南行爲實乙東行冪爲從方甲南行步內減二之東行步爲益廉一步常法得半徑

---

草曰立天元一爲半城徑以減南行步得𝍠̸元𝍣𝍰〇爲小股又以天元加乙東行得𝍠元𝍯𝍡爲小勾又以天元加南行步得𝍠元𝍣𝍰〇爲大股乃置大股在地以小勾乘之得下式𝍠𝍤𝍭𝍡元𝍢𝍬𝍤𝍮〇合以小股除之今不受除便以爲大勾（內寄小股分母）又置天元半徑以分母小股乘之得𝍠̸𝍣𝍰元以減

大勾得𝍡 𝍮𝍡元 𝍡𝍫𝍣𝍮〇爲半个梯底於上以乙東行

七十二步爲半个梯頭以乘上位得𝍠𝍫𝍣 𝍫𝍠𝍡元 𝍠𝍢𝍫𝍮〇

爲半徑冪（內寄小股分母）寄左然後置天元冪又以

分母小股乘之得𝍭 𝍢〇 元爲同數與寄左相

消得𝍠 𝍢𝍭 𝍫𝍣𝍢 𝍣𝍫𝍮〇以立方開之得一百二十步

倍之即城徑也合問

又法曰以云數相乘爲實相減爲從一虛法平

開得半徑

草曰別得二數相併爲大股內少一虛勾其

二數相減爲大差弦也立天元一爲半徑副置之上位減於四百八十得𝍠̸元𝍣𝍰〇爲股圓差（即大差股也）下位加七十二得𝍠元𝍯𝍡爲大差勾勾股相乘得下式𝍠̸𝍣〇𝍧元𝍢𝍬𝍤𝍮〇爲一段大差積。（寄左）（銳案七十二下得下式上元本脫今據卷第四第五問又法之例補）再以大差勾減於大差股餘𝍡̸元𝍣〇𝍧爲較又加入大差弦四百單八共得𝍡̸元𝍧𝍩𝍥爲弦較共也以天元乘之得𝍡̸𝍧𝍩𝍥元爲同數與左相消得𝍠̸𝍣〇𝍧元𝍢𝍬𝍤𝍮̸〇以平方開之得一百二十步即半徑合問　前法

太煩故又立此法以就簡也

或問乙出南門東行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙與城參相直又就乙行四百〇八步與乙相會問荅同前

法曰二行步相減以乘甲南行步爲實甲南行步內減相減步爲益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘七十二步卽是乙出南門東行數也更不須用弦遂立天元一爲半城徑加乙東行得𝍠元𝍯𝍡爲小勾也副置

南行步上減天元得𝍠元 𝍣𝍮〇為小股下加天元得𝍠元 𝍣𝍮〇為大股乃置大股以小勾乘之得下式𝍠 𝍣𝍮元 𝍢𝍭𝍣𝍮〇合以小股除之今不受除便以此為大勾也（內帶小股分母）又倍天元以小股乘之得下式𝍠 𝍣𝍮元以減於大勾得𝍡 𝍢〇𝍮元 𝍢𝍭𝍣𝍮〇為勾圓差也合以股圓差乘之緣此勾圓差內已帶小股分母（小股即股圓差也）更不須乘便以此為半段黃方冪也（更無分母寄左）乃以天元自之又倍之為同數與左相消得𝍠 𝍢〇𝍮 𝍢𝍭𝍣𝍮〇以平方開之得一百

二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙相會問荅同前

法曰半南行步減半斜行步以乘南行冪爲實從方空半斜行半南行相減得數加入南行步爲隅法得半徑

草曰識別得二行相減餘六十四步卽半徑爲股之勾也立天元爲半徑就以爲小股其

二行相減餘六十四步即小勾也乃置甲南行步加天元得下式元𝍣𝍱〇為大股以小勾乘之得𝍱𝍣元𝍢𝍮𝍤〇又以小股除之得𝍱𝍣太𝍢𝍮𝍤〇為大勾又倍天元一減之得下式𝍡𝍯元𝍱𝍣𝍣𝍮𝍤〇為勾圓差也半之得𝍪元𝍫𝍡𝍢𝍭𝍠〇於上乃以天元減甲南行步得𝍪元𝍣𝍱〇為股圓差以乘上位得𝍠𝍤𝍮元〇𝍢𝍮𝍤〇為半徑冪（寄左）然後以天元冪與左相消得下式𝍤𝍯〇𝍢𝍮𝍤〇以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

（案）此問以小股爲除法葢因小股只一天元其數不二猶有可除之理也然得數降於實數之下者皆不可以命名至開方時仍須各升一位以計之是兩邊各加一乘猶是寄分之理

又法以二數差乘二數併開方得邊勾復以邊股乘之爲實併二數而半之爲法實如法得二百四十步卽城徑（此葢用前勾上容圓法也）

或問乙從乾地東行不知幾步而止甲出西門

南行四百八十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相會問荅同前

法曰併二行數以二行差乘之內減二行差冪為實併二行步及二行差為從方二步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘二百步即半圓徑與小差共數也立天元一為半城徑加於二百步得𝍠元𝍡〇〇為大勾也又以天元加於甲南行四百八十步得𝍠元𝍣𝍰〇即大股也乃以大勾

自之得𝍠 𝍢𝍮〇元 𝍢𝍮〇〇〇 爲勾冪（寄左）乃置乙斜行六百八十步爲大弦加入大股共得𝍠元 𝍮𝍠〇 於上再置二行差內減天元得𝍠元 𝍢〇〇 爲小差以乘上位得𝍠 𝍧𝍮〇元 𝍪𝍢〇〇〇 爲同數與左相消得𝍡 𝍣𝍮〇 𝍧〇〇〇 以平方開之得一百二十步倍之卽城徑也

合問

又法求小差二行相減以自之又四之爲實二行相減八之於上二之南行步內減二之二行相減數又以加上位爲益方二步常法

草曰立天元一爲小差減二行差得十元‖〇〇爲半城徑以自之得丨卌元卌〇〇〇又四之得川丅元丅〇〇〇爲圓徑冪（寄左）然後以半城徑減於甲南行得丨元‖丄〇又倍之得‖元卌丄〇爲兩个大差也又以天元乘之得‖卌丄〇〇太爲同數與左相消得下式‖丄〇丅〇〇〇以平方開之得八十步爲小差也

或問乙出南門不知步數而立甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直復就乙斜行二百五十五步與乙相會問荅同前

法曰甲南行內減二之兩行差餘以乘甲南行又倍之爲實二步爲隅得半徑

草曰別得二行步相減餘二百二十五步乃是半徑爲勾之股也立天元一爲半城徑就以爲小勾率其二行差二百二十五步即爲小股率乃置甲南行步加入天元得丨元卌〇爲太股以天元小勾乘之得丨卌〇元合以小股除今不受除（案此所謂不受除乃其數奇零不能盡非無可除之理也與前辭同而意異）便以此爲大勾（內寄小股爲母）乃倍天元以小

股乘之得卌元以減大勾餘丨三元爲一个小差於上（內寄小股分母）乃以天元減甲南行步得卜元卌〇爲大差也以乘上位得卜卌〇刂卌元又倍之得卄卌〇〇卌卌元爲圓徑冪（內寄小股分母）寄左然後倍天元以自之又以小股乘之得卌〇〇〇元爲同數與左相消得卄〇卌〇〇以平方開之得一百二十步倍之卽城徑也合問

（案）此題止用股弦求勾法卽得城半徑其必展轉數次而後始得者益見其爲發明

立天元一之術使人易曉也後多有倣此者

---

或問乙出南門直行一百三十五步而止甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直問

荅同前

法曰二行步相減餘以自乘內減乙行羃爲實二之甲南行爲益從一步常法得半徑

草曰立天元一以爲半徑便以爲勾率又以天元加乙行步併以減於甲行步得𝍠̸元𝍢𝍫𝍤爲

股率乃置乙南行步一百三十五步爲小股以勾率乘之得𝍡𝍯〇元合以股率除之今不受除乃便以此爲小勾（內寄股率分母）又置乙南行步加二天元得𝍡元𝍡𝍯〇爲大股以勾率乘之得𝍡𝍡𝍯〇元合以股率除之今不受除便以此爲大勾（內寄股率分母）以小勾大勾相乘得𝍣〇𝍡𝍯𝍣元爲半徑冪（內帶股率冪爲分母）寄左然後置天元以自乘又以股率冪乘之得𝍠𝍣〇𝍡𝍯𝍣元爲同數與左相消得𝍠𝍣〇𝍥𝍣〇以平方開之得一百二十步倍之即

城徑也合問

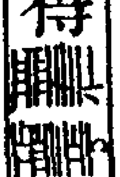
〔案〕此草得數爲九百六十立方少一三乘方與十萬零八百平方等（〔銳案〕九百六十益從負也而此反以爲多一步常法正也而此反以爲少葢誤以兩邊加減法命之耳說見前卷後凡加此者並同）皆虛數也各降二位卽如各以平方除之乃爲九百六十元少一平方與十萬零八百步等兩數等所降之位又等則兩數仍相等而實積步數乃出矣故可以帶縱平方開之也此係降位而得實數者

與前升位而得實數者其理互相發明草中不言蓋以爲不待於言也

或問甲乙二人同出西門向南行至西南十字道口分路乙折東行一百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望乙與城參相直問荅同前

法曰兩行相乘得數又以乙東行乘之爲實二行相乘於上位又置乙東行以二行相減數乘之得數加上位爲法

草曰立天元一為半城徑副之上位加甲行步得（丨元𝍣𝍧〇）為大股也下位減於甲行步得（𝍠̸元𝍣𝍧〇）為小股也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得（𝍤元𝍣𝍭𝍠〇）內寄小股（𝍠̸元𝍣𝍧〇）為母便以為大勾也置天元以母通之得（𝍠̸𝍣𝍧元）減於大勾得（丨𝍣𝍤元𝍣𝍭𝍠〇）為半个矮梯底於上再置乙東行丙減天元得下式（𝍠̸元𝍢𝍡）為半个矮梯頭以乘上位得下式（𝍠̸𝍣𝍧〇𝍣𝍤𝍣元𝍣𝍭𝍣〇）為半徑冪寄左再置天元以自之為冪又以分母乘之得（𝍠̸𝍣𝍧〇元）為

如積與左相消得上法下實得一百二十步卽城之半徑也合問

案草中相消法皆得兩邊數此獨得一邊二數益此條共數比彼條共數少一數又多一數爲相等則多少二數其必爲相等無疑矣多少數多者亦倣此此又相消法中之一變也（銳案得兩邊數者加減之法也得一邊數者相消之法也校書者惟知借根方法故反以得一邊數者爲變法耳）

又法二行步相乘爲實倍甲南行內減乙東行

爲法

草曰立天元一爲半城徑副之上位加甲南行得𝍠元 𝍣𝍰〇爲大股下位減甲行步得𝍠̸元 𝍣𝍰〇爲小股便是股圓差也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得𝍫𝍡元 𝍩𝍤𝍫𝍥〇內寄小股𝍠̸元 𝍣𝍰〇爲母便以爲大勾也再置天元以二之又以分母乘之得𝍡̸ 𝍱𝍥元爲全徑以減於大勾餘𝍡 𝍱𝍡𝍰̸元 𝍩𝍤𝍫𝍥〇爲勾圓差也合以股圓差乘之緣內已有小股分母不須更乘便以此爲兩段之半徑

冪也更無分母（寄左）然後置天元冪以二之

得川〇元爲加積以左相消得𝍤𝍮𝍧𝍣〇上法下實

得一百二十步卽半城徑也合問

或問見邊股四百八十步重弦三十四步問荅

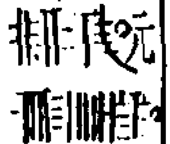
同前

法曰重弦乘邊股半之爲實半重弦半邊股

相併爲從半步開法平方得重股三〇

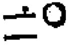
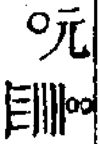
草曰立天元一爲重股加重弦得丨元三𝍣爲平

勾也又以天元減邊股而半之得𝍥元𝍡𝍬〇爲高

半徑冪又以明弦冪二萬三千四百〇九分母通之得爲同數與左相消得實從廉隅五層一如前式

或問邊股四百八十步高弦二百五十五步問荅同前

法曰以邊股減於二之高弦復以邊股乘之開平方得半徑

草曰立天元一爲半徑先倍高弦內減邊股餘復以邊股乘之得寄左以天元冪

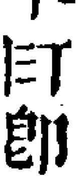
與左相消得十〇𝍠𝍫𝍢〇〇開平方得數倍之即城徑也合問

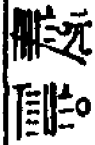
或問邊股四百八十步平弦一百三十六步問

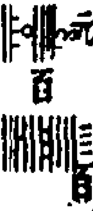
荅同前

法曰置平弦以邊股再乘之爲實以邊股自之爲益從平弦爲益廉一虛隅開立方得半徑

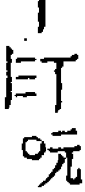
草曰別得平弦即皇極勾也　立天元一爲半徑副之上位加平弦得（𝍠元 𝍠𝍫𝍥）即邊勾也下

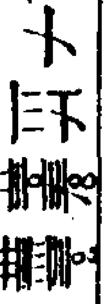
位減於平弦得即東勾也置東勾以邊

股乘之得合邊勾除今不受除寄爲母

便以此爲東股乃以此邊股乘之得

爲半徑冪（內帶邊勾分母）寄左　然後以天元爲冪以

分母邊勾乘之得爲同數與左相消

得開立方得一百二十步倍之即

城徑也合問

或問邊股四百八十步明股明弦和二百八十

八步問荅同前

法曰以二之云數相減餘加邊股復以減餘乘之訖又折半於上又以減餘自之減上位爲實併云數半之爲法得明勾𝍯𝍡

草曰別得二數相減餘𝍠𝍱𝍡爲大差勾　立天元一爲明勾減於大差勾得𝍠̸元 𝍠𝍱𝍡即半徑也又以天元減半徑得𝍡̸元 𝍠𝍱𝍡爲虛勾於上又以半徑加邊股得𝍠̸元 𝍥𝍯𝍡爲通股於下上下相乘得𝍡 𝍩𝍤𝍫𝍥̸元 𝍠𝍪𝍨〇𝍡𝍬折半得𝍠 𝍦𝍮𝍧̸元 𝍥𝍬𝍤𝍩𝍡爲半徑冪（寄左）　然後以半徑冪𝍠 𝍢𝍰𝍣̸元 𝍢𝍮𝍧𝍮𝍣爲同數與左相消得𝍡𝍯𝍥𝍬𝍧̸

𝍦𝍱𝍧上法下實得七十二步卽明勾也合問

或問見邊股四百八十步虛勾虛弦和五十步

問荅同前

法曰半邊股半和步相併得𝍡𝍮𝍤爲汎率（銳案此文相併下當有又加和步四字分類釋術曰股和相併半之得二百六十五爲汎率以汎率減邊股餘二百一十五自之得四萬六千二百二十五和步乘汎率得一萬三千二百五十半之得六千六百二十五二數相減餘三萬九千六百爲平實以汎率減邊股六之得一千二百九十爲從方作帶從開平方法開之得虛股三十案此求汎率不加和步然其所得實從隅之數皆不與細草合蓋顧氏所見本已有脫漏不能是正乃宛轉傳合以立

（此術非通法也）以汎率減邊股以自之又二之於上以和步乘汎率減上位爲實以汎率減邊股六之於上內又加半个邊股三个和步爲益從三步常法得直股三○

草曰別得和步得直股即小差也小差邊股共即二中差（案此句誤○銳案此數偶立合於新設四率俱不通）天元一爲直股加和步得元三○即小差也以小差加邊股而半之得○𝍤元𝍠𝍡𝍣即中差也中小差相併得𝍠元步𝍡𝍡𝍢𝍠即大差也以小差乘之得

𝍠𝍫步𝍡𝍮元𝍠𝍫𝍥𝍫〇爲半段徑冪（寄左）然後置邊股內減大差得𝍠𝍫元步𝍮𝍣爲半徑以自之得𝍠𝍮𝍣步𝍢𝍮元𝍠𝍯𝍨又倍之得下式𝍣𝍫步𝍤𝍮元𝍣𝍯〇與左相消得下式𝍢𝍡𝍮〇𝍡𝍮〇開平方得三十步即直股也合問

案草云以小差邊股共即二中差有誤蓋中差即勾股較小差即股弦較邊股即勾弦較與容圓半徑和若設勾二十股二十一弦二十九則勾弦較九容圓半徑六併之得十五爲邊股股弦較八爲小差小差

邊股共得二十三勾股較一爲中差倍之僅得二一則相差二十一矣是知細草乃因題數之偶合而誤非正法也今依其術另設法草於後以補其闕

法曰以東勾弦和自之邊股再乘爲實倍邊股加東勾弦和再以東勾弦和乘之爲從又倍東勾弦和減邊股餘爲益廉一爲隅帶縱立方開之得東股

草曰別得邊股卽高股弦和東股卽高股

弦差重股弦和卽平勾也立天元一爲重股自之得丨〇元應以重勾弦和除之不除便以爲重勾弦較（內寄重勾弦和分母）轉以重勾弦和自之得‖〇〇爲重勾弦和加重勾弦較得丨〇元‖〇〇爲倍重弦又以重勾弦和分母乘倍重股得丨〇〇元爲倍重股與倍重弦相加得丨丨〇〇元‖〇〇爲倍重股弦和卽倍平勾又於邊股內減重股得乂〇元‖‖〇爲倍高股倍高股倍平勾相乘得乂‖〇‖‖〇〇元‖〇〇〇〇〇爲圓徑冪（寄左）又

以邊股東股相乘得𝍣𝍮元為半徑冪四因之得𝍠𝍫𝍠〇元為圓徑冪又以東股弦和分母乘之得𝍰𝍠〇〇〇元為同數與左相消得𝍠 𝍫𝍣〇 𝍣𝍮𝍣〇 𝍡𝍩〇〇〇〇開帶縱立方得東股三十步合問銳案（此所謂相消實兩邊加減也卷四末補法同）

銳案此法及草因數偶合而誤今別擬如後

法曰和步乘邊股又以和步乘之為實倍邊股加和步又以和步乘之為從邊股內

減二之和步爲益廉一常法開立方得重股𝍫〇

草曰別得邊勾邊弦和內減和步卽黃廣勾弦和也邊股得重股卽黃廣弦也黃廣勾卽圓徑重弦上三事和卽小差　立天元一爲重股以和步乘邊股得𝍡𝍫太万　以重股除之得〇太𝍡𝍫万　爲邊勾邊弦和也以和步減之餘得下式𝍨̸〇太𝍡𝍬万　爲黃廣勾弦和也以天元加邊股得下式𝍠元𝍬𝍧〇爲黃廣弦

以減於黃廣勾弦和餘得下式𝍠元𝍫𝍢〇𝍡𝍫万

爲圓徑倍邊股得下𝍨太內減圓徑得下式

𝍠元𝍩𝍢𝍪百𝍡𝍮万爲兩个大差於上又以和步

加天元得下式𝍠元𝍫〇爲小差以乘上位得

𝍠𝍩𝍢𝍫〇𝍣𝍤〇𝍣𝍥百𝍮〇万爲徑冪寄左然後以天元

乘邊股又四之得𝍧元爲同數與左相消得

𝍠𝍢𝍮〇𝍤𝍣〇𝍤𝍤百𝍩𝍡〇万開立方得三十步卽重股

也合問

敬齋先生測圓海鏡細草卷第三 元和李銳覆校

# 測圓海鏡細草

# 測圓海鏡細草卷第四

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 底勾一十七問

或問乙出南門東行不知步數而立甲出北門東行二百步見之就乙斜行二百七十二步與乙相會問荅同前

法曰二行差數乘甲東行又四之爲平方實得全徑

草曰識別得二行相減餘七十二步卽乙出

南門東行數也以甲東行減於就乙斜行餘七十二步以乘甲東行步得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步卽城徑也合問

或問乙從坤隅南行三百六十步甲出北門東行二百步見之問荅同前

法曰二行步相乘倍之爲實乙南行爲從一步常法

草曰立天元一爲城徑以減於二之甲東行

步得𝍠元𝍣〇〇為兩个小差以乙南行步乘之得𝍡元𝍰𝍢〇〇為城徑冪寄左然後以天元冪與左相消得𝍠𝍢〇元𝍰𝍢〇〇〇以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又法半之乙南行步乘甲東行為實半乙南行為從一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑減甲東行得𝍠元𝍡〇〇為小差乃半乙南行步得一百八十步以乘小差得𝍠〇元𝍢𝍬〇〇〇為半徑冪寄左然後以天元冪

與左相消得下式𝍠𝍠𝍰〇𝍢𝍮〇〇〇以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙從坤隅東行一百九十二步而止甲出北門東行二百步見乙問荅同前

法曰兩行步相乘爲實甲東行爲從一爲隅得半徑

草曰立天元一爲半徑減於乙東行得𝍠元𝍠𝍱𝍡以甲行步乘之得𝍡〇〇元𝍢𝍰𝍣〇〇爲半徑羃（寄左）然後以天元羃與左相消得𝍠𝍡〇〇𝍢𝍰𝍣〇〇以平方開之

得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出南門直行一百三十五步甲出北門東行二百步見乙問荅同前

法曰以乙南行步乘甲東行冪又四之爲實從空乙南行爲廉一步常法

草曰立天元一爲城徑加乙南行得𝍠元𝍠𝍫𝍤爲股率其甲東行即勾率也置乙南行𝍠𝍫𝍤爲小股以勾率乘之得𝍡𝍯〇〇〇太合以股率除今不受除便以此爲小勾（寄股率爲母）乃以甲東行步乘之

得元𝍤𝍬〇〇〇〇〇又四之得二千一百六十萬於太極位爲一段城徑冪（寄股率分母）（寄左）然後以天元城徑自之又以股率分母通之得𝍠𝍠𝍫𝍤元爲同數與左相消得下式𝍠̸𝍠𝍫𝍤̸〇𝍡𝍩𝍥〇〇〇〇〇以立方開之得二百四十步卽城徑也合問

又法二行相乘又以自乘爲實以東行冪乘南行冪爲益方南行冪爲從八步益隅（〔鋭案〕此有誤當云以二之東行乘南行冪爲益方南行冪爲從廉四之東行爲益隅）立方開得

小勾七十二

草曰立天元一為小勾以南行為小股以東行二百步為大勾也置大勾內減天元得𝍡元𝍩〇為中勾也以小股乘之得𝍡〇〇元𝍩〇〇以天元小勾除之得〇元𝍡𝍤𝍤𝍩〇〇為中股即城徑也以自之得𝍤𝍢𝍤太𝍩𝍠〇〇𝍩〇〇〇〇為城徑冪也（寄左）又立天元小勾以乘大勾二百步又四之得𝍧〇〇元以為同數與左相消得𝍬〇〇𝍤𝍡𝍦𝍦𝍫𝍩𝍩𝍧開立方得七十二步即小勾也以乘大勾二百步為實平方開得一百二十步倍之即城徑也合問

又法求半徑以南行步乘東行步爲實從空東行步爲廉二常法

草曰立天元一爲半徑以二之加南行步得𝍠元𝍰𝍣爲股率以東行爲勾率以南行爲小股也置小股以勾率乘之得〇元𝍡𝍮〇〇〇以股率除之不受除只寄股率分母便以此爲小勾也又以勾率乘之得下式〇元𝍤𝍬易爲半徑冪（寄左）再立天元半徑以自之又以分母股率乘之得𝍡𝍰𝍣〇元爲同數與左相消得𝍦𝍰𝍨〇𝍡𝍮〇〇〇〇〇開

立方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而止甲出北門東行二百步望見乙與城參相直問荅同前

法曰以甲東行步乘乙南行冪爲實以乙南行冪爲從甲東行內減二之乙南行爲益廉一步爲隅得半徑

草曰立天元一爲半城徑減於甲東行步得丨̸元||〇〇爲小勾以天元加於乙南行步得丨元|||〇爲小股乃以天元加東行步得丨元||〇〇爲大勾

置大勾以小股乘之得｜‖⊦〇元⊥〇〇〇合以小勾除之今不受除便以此爲大股（內帶小勾分母）又置天元半徑以分母小勾乘之得⊤‖⊦〇元減於大股餘‖‖⊦〇元⊥〇〇〇以乙南行步乘之得⊥〇‖‖⊦〇元⊦〇〇〇〇爲半徑冪內有（小勾分母）寄左然後以天元爲冪又以小勾通之得⊤‖〇〇元爲同數與左相消得下式｜⊥〇‖‖‖〇〇⊦〇〇〇〇以立方開之得一百二十步倍之即城徑也合問（翻法在記。〔銳案〕據此知開方除法當別有一書今無攷）

又法乙南行乘甲東行爲平實二數相減爲從

一益隅翻開得半徑

草曰別得二數相併爲大勾內少一虛股其二數相減爲小差弦也　立天元一爲半徑副置之上位減於二百步得（𝍠̸元 𝍡〇〇）爲勾圓差（即小差勾也）下位加三十步得（𝍠元 𝍢〇）爲小差股勾股相乘得（𝍠̸ 𝍠𝍯〇元 𝍥〇〇〇）爲一段小差積寄左　再以小差勾減小差股餘有（𝍡元 𝍠̸𝍯〇）爲一較也又以此較減於小差弦（𝍠𝍯〇太）得下式（𝍡̸ 𝍢𝍫〇太）爲一个弦較較以天元乘之得下式（𝍡̸ 𝍢𝍫〇元）爲同數與左

相消得丨卜〇丄〇〇〇開平方得一百二十步卽半

城徑也合問（翻法在記）

再立此法者葢從簡也

案此乃以小差勾爲平弦上弦較較半徑爲平股故以小差弦上弦較較與半徑相乘等於平弦上弦較較與小差股相乘爲一段小差積也

或問乙出東門南行不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百七十

步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘甲東行爲實甲東行內減二行差爲益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘三十步卽乙出東門南行步也（更不須用弦）立天元一以爲半城徑加乙南行得丨元|||〇爲小股副置甲東行步上位減天元得下式丨̸元‖〇〇爲小勾下位加天元得丨元‖〇〇爲大勾也乃置大勾以小股乘之得下式丨̸丨⊫元丄〇〇〇合以小勾除不受除便以此爲

大股（內帶小勾分母）又倍天元以小勾乘之得卄卌元以減於大股得川卜元丄〇〇又倍之得丄卌元卜〇〇爲兩个股圓差合以勾圓差乘之緣爲其中已帶小勾分母更不須乘便以此爲黃方冪（更無分母）（寄左）然後倍天元以自之爲同數與左相消得‖卌元卜〇〇上下俱半之（俱半之者蓋從簡也）得丨卜〇丄〇〇以平方開之得一百二十步倍之即圓徑也合問

或問乙出南門直行不知步數而止甲出北門

東行二百步見之復就乙斜行四百二十五步與乙相會問荅同前

法曰倍兩行差以乘二之甲東行爲實從空四之甲東行於上倍兩行差加上位爲隅得半徑

草曰識別得二行差二百二十五步卽半徑爲勾之股也立天元一以爲半徑便是小勾其二行差便是小股乃置甲東行步加天元得𝍠元𝍡〇〇爲大勾以小股乘之得下式𝍡𝍡𝍤元𝍣𝍤〇〇〇又

以小勾除之得〇元 𝍠𝍮𝍣 𝍡𝍰〇〇〇爲大股又倍天元以

減之得𝍡元 𝍠𝍮𝍣 𝍡𝍰〇〇爲股圓差又倍之得𝍣元 𝍡𝍰〇 𝍧〇〇〇〇

爲兩个股圓差於上乃以天元減甲東行得

𝍩元 𝍡𝍭〇爲勾圓差以乘上位得下式𝍢 𝍬𝍣元 〇 𝍮〇〇〇〇〇

爲城徑冪（寄左）然後倍天元一以自之與左

相消得𝍮〇 〇 𝍮〇〇〇〇開平方得一百二十步倍

之卽城徑也合問（案此係得數各升一位然後開平方）

又法併二數以二數差乘之開方得底股復以

甲東行二百步乘之爲實併二數而半之以

爲法如法得二百四十步卽城徑也合問（此用股上容圓求之比前法極爲簡易）

或問乙從乾隅南行不知步數而止甲出北門東行二百步望見之復就乙斜行六百八十步與乙相會問荅同前

法曰併二行以二行差乘之內減二行差冪爲實併二行步及二行相減數（案卽倍乙斜行）爲從二步常法得半徑

草曰識別得斜行六百八十步卽大弦也其

二行相減餘四百八十步卽半圓徑與大差共數也（鋭案元本脫此句今據第三卷第八問之例補）立天元一爲半城徑副置之上位加二行相減數得𝍠元𝍣𝍰〇爲大股也下位加甲東行步得𝍠元𝍡〇〇爲大勾也乃以大股自增乘得𝍠𝍨𝍮〇元𝍡𝍪〇𝍣〇〇爲大股羃寄左乃倂大勾大弦得𝍠元𝍰𝍢〇於上又以大勾減大弦得𝍠̸元𝍢𝍰〇爲大差以乘上位得𝍠̸𝍣〇元𝍣𝍰〇爲同數與左相消得𝍡̸𝍠𝍯〇元𝍢𝍫〇〇開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

### 又法求大差

法曰二行差自乘爲實置二之二行差於上乃以甲東行步減二行差又半之以減於上爲益方（案三因斜行步二因東行步相減折半亦同）半步常法

草曰立天元一爲大差減於二行差得𝍠元𝍣𝍮〇爲半城徑以自之得𝍠𝍨𝍪〇元𝍡𝍩𝍠𝍮〇〇爲半徑冪寄左乃以半城徑減於甲東行得下式𝍠元𝍡𝍮〇爲小差又以天元乘之得𝍠𝍡𝍮〇元又半之得〇𝍤𝍠𝍫〇元爲同數與左相消得下式〇𝍭𝍦𝍱〇𝍡𝍩𝍠𝍮〇〇以平方開之

得三百六十步卽大差也合問

或問乙出東門不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百三十六步與乙相會問荅同前

法曰甲東行步內減二之二行差（案倍斜行步內減東行步亦同）餘以乘甲東行爲實一步常法得半徑

草曰別得二行相減餘六十四步卽半徑爲股之勾　立天元一爲半城徑就以爲股率其二行差卽勾率也乃置甲東行步加天元

得丨元‖〇〇為大勾以天元股率乘之得丨‖〇元合

以勾率除之不受除便以此為大股（內帶勾率分母）

乃倍天元以勾率乘之得⊧𝍦元以減大股得丨

⊥‖元為一个大差於上（內帶勾率分母）乃以天元減甲

東行得⊥元‖〇〇為小差以乘上位得卜⊧𝍦⊧‖元為

半段黃方冪（內寄勾率為母）寄左　然後以天元自之

又以勾率乘之又倍之得⊧𝍦〇元為同數與左

相消得下式卜〇⊧‖‖〇〇以平方開之得一百二

十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行一十六步而止甲出北門東行二百步望見乙與城參相直問荅同前

法曰二行步相減餘以自乘內減乙東行冪爲實二之甲東行爲益從一步隅法得半徑

草曰立天元一以爲半城徑加乙行步倂以減於甲行步得丨元𝍠𝍰𝍣爲平勾率其天元半徑即平股率也乃置乙東行一十六步爲小勾以股率乘之得丨元合以勾率除之今不受除便以此爲小股（內帶勾率分母）又置乙東行加二天

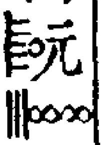
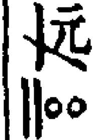
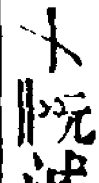
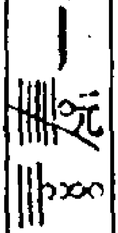
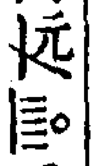
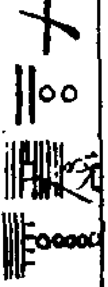
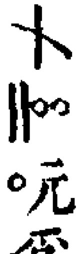
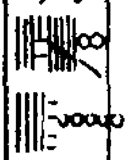
元得阬以為大勾以股率乘之得𝍡阬合以勾率除之今不受除便以此為大股（內寄勾率為母）以此小股大股相乘得𝍢𝍪𝍠𝍫𝍥阬為半徑冪（內寄勾率冪為母）（寄左）然後以勾率冪乘天元冪得｜（𝍣𝍦𝍠　𝍭𝍣𝍠）元為同數與左相消得｜𝍣〇〇𝍢𝍮開平方得一百二十步倍之即城徑也合問（係此係得數各降二位然後開平方）

或問甲乙二人同出北門向東行至東北十字道口分路乙折南行一百五十步而立甲又

向東行甲前後通行了二百步迴望乙恰與城相直問荅同前

法曰以二行步相乘於上又以南行步乘之爲實二行步相乘於上又以乙南行減於甲東行得數復以乙南行乘之加上位共爲法得半徑

草曰立天元一爲半城徑副之上位加甲行步得|元||〇〇爲大勾也下位減於甲行步餘|元||〇〇爲小勾也其乙折行即小股也置大勾以

小股乘之得內寄小勾爲母便以爲大股也再置天元以母乘之得減於大股餘爲半个矮梯底於上（內寄小勾爲母）再置乙折行步內減天元得爲半个矮梯頭以乘上位得爲半徑冪（寄左）乃以小勾分母乘天元冪得下式爲同數與左相消得上法下實如法而一得一百二十步即城之半徑也合問

又法

法曰二行步相乘爲實倍甲東行內減乙南行爲法

草曰立天元一爲半圓徑副之上位加甲東行得|元‖○○爲大勾下位減甲東行得⫽元‖○○爲小勾此小勾便是勾圓差也其乙南行即小股也置大勾以小股乘之得下式|Ⅲ○元|||╲×○內寄小勾⫽元‖○○爲母便以爲大股也再置天元以二之又以分母乘之得卄|||○元爲全徑以減於大股餘得‖|Ⅲ○元|||×○○爲股圓差也合以勾圓差

乘之緣內已有小勾分母故不須更乘便以此爲兩段之半徑冪也更無分母（寄左）再置天元以自之又二之得‖〇元爲同數與左相消得𝍠𝍱〇𝍡𝍪𝍧〇〇上法下實得一百二十步卽半城徑也合問

---

或問見底勾二百步明弦一百五十三步問荅同前

法曰半底勾乘明弦爲平實併二云數而半之爲從五分常法得明勾𝍡𝍪

草曰立天元一爲明勾加明弦得𝍠元𝍢爲高股也又以天元減底勾而半之得下式〇𝍤元𝍠〇〇爲平勾也股勾相乘得〇𝍤𝍤𝍤元𝍣𝍠〇爲半徑冪寄左然後以天元乘底勾得下式𝍡𝍠〇元爲同數與左相消得〇𝍤𝍡𝍤𝍤𝍣𝍠〇開平方得七十二步卽明勾也以明勾乘底勾爲平方實如法開之得一百二十步倍之卽城徑也合問

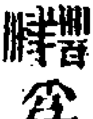
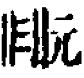
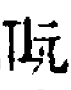
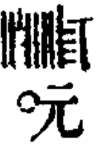
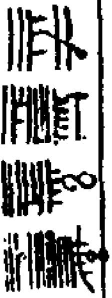
或問見底勾二百步東弦三十四步問荅同前

法曰底勾東弦相減餘倍之內減去底勾（粲倍）

（叀弦減勾亦同）底復以底勾乘之於上又以叀弦冪乘上位爲三乘方實倍底勾以叀弦冪乘之爲從二云數相減餘以自之爲第一廉二云數相減餘又倍之爲第二益廉一步隅法得

叀股𝍫〇

草曰立天元一爲叀股加叀弦得𝍠元𝍢𝍬爲平勾以平勾減底勾餘𝍠̸元𝍯𝍥爲平弦以倍之得𝍠̸元𝍠𝍰𝍡爲黃長弦也此弦內却減底勾餘得下式𝍠̸元𝍰𝍡爲明勾也復以底勾乘之得𝍣̸𝍰𝍠元𝍠𝍮𝍢𝍥𝍰𝍠於

上又東弦自乘得一千一百五十六爲分母以乘上位得爲帶分半徑冪（寄左）然後置黃長弦以天元乘之得合以東弦除之不除寄爲母便以此爲全徑也以半之得爲半徑（內帶東弦分母）以自之得爲同數與左相消得開三乘方得三十步即東股也餘各依數求之合問

又法底勾內減二東弦復以底勾乘之復以東弦冪乘之爲三乘方實餘廉從並與前同

草曰識別得二數相減餘一百六十六爲平勾虛弦共又爲平弦重股共於此餘數內又去半徑卽重和也重和重弦相併卽勾圓差也相減則重黃方也又倍重弦加重黃亦得勾圓差也底勾內減重股餘卽小差弦也

立天元一爲重股減於云數相減數得元丅爲平弦以平弦減底勾得元𝍢𝍪卽平勾以平勾減於云數相減數得元𝍪𝍡卽虛弦以天元又減虛弦得元𝍪𝍡卽明勾也乃置平弦以天

元乘之得𝍠̸ 𝍯𝍥元合直弦除不除寄爲母便以此爲平股也（卽半徑）平股自之得𝍠 𝍢𝍫𝍡̸ 𝍤𝍦𝍯𝍥元爲半徑羃（內帶直弦羃分母寄左）然後置底勾以明勾乘之得𝍤𝍫𝍡̸元 𝍢𝍦𝍫𝍥〇又以直弦羃一千一百五十六通之得下式𝍧𝍪𝍥̸元 𝍠〇𝍣𝍫𝍥爲同數與左相消得𝍠 𝍣𝍯𝍥 𝍣𝍫〇 𝍠〇𝍣𝍫𝍡̸廉從一一如上

或問見底勾二百步平弦一百三十六步問荅同前

法曰倍平弦內減底勾復以底勾乘之開平

方得半徑

草曰立天元爲半徑先倍平弦內減底勾餘⊥||爲明勾復以底勾乘之得〇元目|||·百爲半徑冪寄左然後以天元冪爲同數與左相消得十〇目|||·開平方得一百二十步又倍之卽城徑也合問

或問底勾二百步高弦二百五十五步問荅同前

法曰底勾冪乘高弦爲立實底勾冪爲從高

弦爲廉一爲隅得半徑

草曰識別得高弦即皇極股也　立天元一

爲半徑副之上位加高弦得丨元‖⊫||||即底股也

下位減於高弦得丨元‖⊫||||即明股也置明股以

底勾乘之得‖〇〇元||||⊦〇〇〇合以底股除不除寄爲母

便以此爲明勾又以底勾乘之得||||⊤元|〇‖方爲半

徑冪（內帶底股分母）（寄左）然後以天元冪乘底股得

丨‖⊫||||〇元與左相消得⊤‖⊫||||||||⊦〇〇〇|‖⊦〇〇〇開立方得一

百二十步倍之即城徑也合問

或問底勾二百步重勾重弦和五十步問荅同

前

法曰以二云數相減餘加底勾復以減餘乘之半之於上以減餘自之減上位爲實併云數半之爲法得重股三。

草曰別得二數相減餘丨。爲小差股　立天元一爲重股減於小差股得丨元丨。卽半徑也又以天元減半徑得丨丨元丨。爲虛股於上又以半徑加底勾得下丨元‖。爲通勾於下上下相

乘得𝍡𝍢𝍧元𝍡𝍤𝍧̸折半得𝍠𝍣𝍤𝍣元𝍢𝍡𝍧〇為半徑冪寄左

然後以半徑自之得下式𝍠𝍡𝍣̸元𝍠𝍣𝍣〇〇為同數與

左相消得𝍦𝍣𝍥𝍡𝍡𝍢𝍧〇上法下實得三十步即叀股

也合問

或問見底勾二百步明股明弦和二百八十八

步問荅同前

法曰二數相減又半之得數又減於底勾餘

為泛率以泛率自之又倍之於上位又二數

相減而半之以乘和步所得減於上位為實

倍泛率於上位又半底勾減和步加上位爲法得明勾𝍮𝍡

草曰別得和步得明勾爲大差也大差得底勾爲二中差（（銳案）此數偶合於新設四率俱不通）　立天元一爲明勾加和步得阮𝍠𝍮𝍢爲股圓差也（即大差）內又加底勾得阮𝍣𝍮𝍢折半得○𝍣阮𝍬𝍢卽通勾通股差也（此即中差）置大差減中差得下○𝍢阮𝍢𝍬卽小差也大小差相乘得○𝍣𝍠阮𝍬𝍡爲半段圓徑冪寄左乃置底勾內減小差得○𝍣阮𝍬𝍦爲半徑以自

之得𝍫𝍠𝍰𝍰元𝍠𝍰𝍦倍之得下式〇𝍤𝍤元𝍦𝍥爲同數與左相消得𝍠𝍣〇〇𝍡𝍮〇〇〇上法下實得七十二步即明勾也合問

〔案〕此條法草與三卷末以小差邊股共爲二中差者同誤依問另設於後

法曰以底勾乘明股弦和冪爲實倍底勾以明股弦和乘之加入明股弦和冪爲從倍明股弦和內減底勾爲廉一爲隅開帶縱立方得明勾

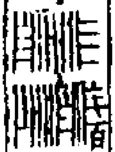
草曰別得明弦得明勾爲高股高勾即半徑也底勾爲平勾弦和明勾爲平勾弦較平股即半徑也　立天元一爲明勾自之得丨〇元應以明股弦和除之不除便以爲明股弦較（內寄明股弦和分母）明股弦和自之得𝍬𝍡𝍡𝍭爲股弦和以加股弦較得丨〇元𝍬𝍡𝍡𝍭爲倍明弦以分母乘倍天元得𝍣𝍥元爲倍明勾與倍明弦相加得丨𝍣𝍥元𝍬𝍡𝍡𝍭爲倍高股還底勾減天元得丨元‖丨〇〇爲倍平勾與倍高股相乘得

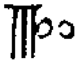
[illegible]為城徑冪（內寄明股弦和分母）寄左又倍天元與倍底勾相乘得[illegible]元以寄分母乘之得[illegible]元為相同數與左相消得丨[illegible]開立方得明勾合問

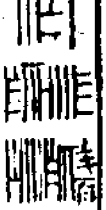
〔銳案〕此法及草因數偶合而誤別擬如後法曰和步乘底勾又以和步乘之為實倍底勾加和步又以和步乘之為從倍和步內減底勾為廉一常法開立方得明勾（詳草）

草曰底股底弦和內減和步即黃長股弦

和也底勾得明勾卽黃長弦也黃長股卽圓徑明弦上三事和卽大差　立天元一爲明勾以和步乘底勾得〇元𝍤𝍯𝍥〇以明勾除之得〇太𝍤𝍯𝍥〇爲底股底弦和也內減和步餘〇元𝍡𝍰𝍧𝍤𝍯𝍥〇爲黃長股弦和也以天元加底勾得𝍠元𝍡〇〇爲黃長弦以減黃長股弦和餘𝍠元𝍣𝍰𝍧𝍤𝍯𝍥〇爲圓徑倍底勾內減圓徑得𝍠元𝍰𝍧𝍰𝍤𝍯𝍥〇爲兩个小差於上以和步加天元得𝍠元𝍠𝍰𝍧爲一个大差於下上下相乘得下式𝍠𝍠𝍧𝍠元

爲圓徑冪寄左　然後以天元乘底勾

又四之得太爲同數與寄左相消得下

式　開立方得七十二步即明勾

也合問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡卷第四

# 測圓海鏡細草卷第五

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 大股一十八問

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從乾隅南行六百步望乙與城參相直問荅同前

法曰倍二行差內減甲南行步復以乘甲南行步爲實（倍二行差減甲南行步卽是甲南行步內減二之乙南行也）四之甲南行步內減二之乙南行爲從方四益

隅（鏡案元本脫四益隅三字今據卷第六第一問法之例補）開平方得半

徑

---

草曰立天元一爲半徑以二之加乙南行步得𝍡元𝍡𝍫𝍤爲中股以中股又減於甲南行步得𝍡̸元𝍢𝍮𝍤爲股率其天元半徑即勾率也置甲南行爲大股以勾率乘之得𝍥〇〇元合以股率除之不受除便以此爲大勾（內帶股率分母）再置天元以二之以股率乘之得𝍣̸𝍦𝍫元減於大勾餘𝍣𝍠̸𝍫〇元爲勾圓差於上（內有股率分母）又以二之天元減甲

南行得𝍡̸元𝍮〇為大差以乘上位得𝍧̸𝍢𝍮〇𝍣̸元為

半段黃方冪（內寄股率分母）寄左　然後以天元自之

又以股率乘之又倍之得𝍣̸𝍫𝍢〇元為同數與

左相消得下式𝍣̸𝍤〇𝍦〇〇〇開平方得一百二十

步倍之即城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步而止甲從乾隅

南行六百步望乙與城參相直問荅同前

法曰云數相乘為平實甲南行為從二益隅

得半徑

草曰別得虛勾乘通股得半段圓徑冪此與虛股乘通勾同　立天元一為半徑內減乙東行得丨元卅為虛勾以乘甲南行得丄元‖‖丅〇〇為半段徑冪寄左　再以天元為冪又倍之為同數與左相消得卄丄〇〇‖‖丅〇〇開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行一十六步甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰以乙東行乘甲南行冪為實二之乙東

行乘甲南行爲從方廉空二步隅法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以二之加於乙東行得丨元以爲勾率又以天元減甲南行得丨元丄〇〇爲股率乃置乙東行以股率乘之得丨元三丅〇〇合以勾率除不除便以此爲小股此小股即半梯之頭也（內帶勾率分母）又以股率乘之（此股率即半梯之底）乘訖得丄Ⅲ乂〇元ⅡⅡ丌〇〇〇爲半徑冪（內帶勾率分母）寄左也

然後置天元冪以勾率通之得川丄〇元爲同數與左相消得卄〇Ⅲ乂〇ⅡⅡ丌〇〇〇開立方得一百二

十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實以乙南行爲從一步常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以減於甲南行得丨元丄○○爲半梯底以乙南行三十步爲半梯頭以乘之得川元𝍠𝍰○○○爲半徑冪寄左乃以天元冪與左相消得卜𝍫元𝍰○○開平方得一百二十步即

半城徑也合問

或問乙從艮隅南行一百五十步而立甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實幷二行步爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置之上以減於乙南行得𝍠元𝍠𝍭〇爲半梯頭下以減於甲南行得𝍠元𝍥〇〇爲半梯底上下相乘得𝍠𝍦𝍭〇元𝍨〇〇〇〇爲半徑冪寄左乃以天元冪與左相消得下式𝍦𝍭〇𝍨〇〇〇〇

上法下實如法而一得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙從艮隅東行八十步而立甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘又倍之爲實二之乙東行爲從一步常法得全徑

草曰別得乙東行八十步即小差也立天元一爲城徑減於甲南行步得元丄〇〇爲大差以乙東行步乘之得𠄡元‖丄〇〇又倍之得|元亖丅〇〇爲城

徑冪（寄左）然後以天元冪與左相消得卜𝍯○

𝍫𝍥○○開平方得二百四十步即城徑也合問

或問南門東不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步望樹與城參相直復就樹斜行四百八步至樹問荅同前

法曰兩段（鏡案元本脫兩段二字今據卷第六第七問法之例補）南行步冪內減兩段兩行相乘數爲實二之南行步爲從一步益隅

草曰別得南行步內減城徑即小股也其斜

行步卽小弦也又二行相減卽大差爲股之勾也乃立天元一爲圓徑以減南行步得丨元丄〇〇爲股圓差也（合爲小股）置南行步以斜行步乘之得丨‖‖丄〇〇太合以小股除之不受除便以此爲大弦（內帶小股分母）再置南行步以小股乘之得丄〇元𝍢丄〇〇〇爲大股（亦帶小股分母）以大股減大弦得丄元𝍤丄〇〇爲小差也合以大差乘之緣於內帶大差分母更不須乘便以爲半段黃方冪（更無分母）又二之得丄〇元丄𝍣〇〇爲一段黃方冪（寄左）然後以天元冪爲

同數與左相消得十⊥〇〇〡〇𝍣開平方得二百四十步即城徑也合問

依前問假令乙出南門東行不知步數而止甲從乾南行六百步望乙與城相直復就乙斜行四百八步（案此即前問以明又法）

法曰二行差冪乘甲南行爲實二之二行差以乘南行步爲益方二之二行差爲隅得半徑

草曰識別得二行相減即半城徑與乙東行

共也得此數更不須用斜立天元為半徑減於二行差一百九十二得𝍠元𝍠𝍱𝍡卽半梯頭也又以二天元減甲南行步得𝍡元𝍥〇〇為股率又以一百九十二為勾率乃置甲南行以勾率乘之得〇元𝍠𝍩𝍤𝍪〇〇合股率除不除便以此為大勾（內寄股率分母）再置天元以股率乘之得卅𝍥元以減於大勾得𝍡𝍥元𝍢𝍮〇〇為半梯底也頭底相乘得下卅𝍧𝍣元𝍠𝍯〇〇為半城徑冪也（內寄股率分母）寄左然後以股率乘天元冪為同數與左相消得𝍣𝍢

[illegible]開平方得一百二十步卽半城徑也合

問

或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步見樹復向樹斜行五百一十步至樹問

荅同前

法曰二之之差步乘二之甲南行爲實併二之差步二之甲行步爲從二益隅（若欲從筋上下俱折半）

草曰別得二行相減數卽虛積之股也立天元一爲圓徑內減二之差步得阬〇爲梯頭

於上又以天元減於二之甲行步得（元𝍡〇）為梯底上下相乘得十（𝍣元𝍡〇〇）為圓徑冪寄左然後以天元冪與左相消得（𝍪𝍣〇𝍡〇〇）開平方得二百四十步即城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而立甲從乾隅南行六百步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙相會問答同前

法曰以二行步相減乘甲南行步得數又半之南行步以乘之為實以二行差乘南行步

於上又以半之南行步乘南行步加於上爲從方二之南行步爲益廉一步常法得半徑

草曰別得二行相減卽平積上勾股較（此股卽半徑也）又別得是太勾圓差不及平弦數立天元一以爲半城徑以減南行步得元丄〇〇爲中股其斜行步卽中弦也乃立半城徑以斜行步乘之得||||𝍬||元合以中股除今不受除便以此爲平弦（內帶中股分母）又以二行步相減餘五十六步爲勾圓差不及平弦數置此數以中股乘之

得𝍣元𝍢𝍮〇〇復以減平弦餘得𝍮〇元𝍣𝍮〇〇為小差（內帶中股）（分母）乃以二天元減甲南行步為大差又半之得𝍠元𝍢〇〇以乘小差得𝍮〇〇𝍮〇元𝍮太〇〇〇〇為半徑冪（寄左）然後以天元自乘又以中股通之得十𝍮〇〇〇元為同數與左相消得一𝍮〇〇𝍣〇〇𝍮太〇〇〇開立方得一百二十步倍之即城徑也合問（翻法在記）

或問甲乙二人俱在乾隅乙東行不知步數而立甲南行六百步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘二行併開平方得數內復減二行差得全徑

草曰別得二行相減即勾圓差也先求大勾立天元一爲大勾以二行相減餘八十步以乘二行相併數一千二百八十步得（丨〇𝍡𝍣〇〇太）爲勾冪開平方得三百二十步即大勾也大勾內減去勾圓差餘二百四十步即城徑也合問

或問南門外不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步望樹與城參相直復就樹斜行二百五

十五步至樹問荅同前

法曰倍二行相減數內減甲南行得數復以乘甲南行爲實倍二行相減數爲從二步益隅得半徑

草曰識別得斜行步乃是樹至城心之數也立天元一爲半徑加斜行步得𝍠元𝍠𝍰𝍤爲樹至城北門之步也乃以減於甲南行得𝍠̸元𝍠𝍰𝍤爲小股率其天元半徑即小勾率其斜步即小弦數也再置甲南行步內減天元得𝍠̸元𝍥〇〇爲

梯底於上又置梯底內減二之小股率得元

三〇即梯頭也復以乘上位得𠀋丄||||元|||||三〇〇爲半徑

冪寄左　然後以天元冪與左相消得下式廾

丄|||元||||三〇〇〇開平方得一百二十步倍之即城徑也

合問

或問東門外不知步數有槐樹一株甲從乾隅

南行至柳樹下望見槐樹復斜行至槐樹下

甲自云我共行了一千一百四十四步乙從

艮隅東行望見槐樹與城相直復斜行至槐

樹下乙自云我東行步不及斜行五十六步

問荅同前

法曰甲斜行減於甲南行以乘甲南行得數復以乘二之甲南行爲實半之甲南行以乘二之甲南行於上甲斜行減於甲南行餘復以乘甲南行又倍之加上位爲從方二之甲南行爲益廉五分隅法（案五分隅法即半个方）

草曰識別得五十六步是小差不及平弦數（此小差即勾圓差也）又爲平弦上勾股差又爲甲斜行

不及大股乃副置甲共行在地其上位加五十六步而半之得六百步卽大股也其下位減五十六步而半之得五百四十四步卽今弦也立天元一爲圓徑以半之減於甲南行步得○𝍤元𝍥○○爲中股其斜行五百四十四步卽中弦也乃立半天元以斜步乘之得𝍡𝍯𝍡元合以中股除之今不受除便以此爲平弦（內寄中股分母）又置勾圓差不及平弦數以中股乘之得𝍡𝍰元𝍢𝍰𝍥○○復以減於平弦𝍢𝍮○元𝍢𝍰𝍥○○爲小差（內帶中股分母）又以

天元減甲南行倍之得‖元𝍥〇〇爲兩个大差以乘小差得⊥〇〇𝍫𝍬〇〇元𝍫𝍣〇〇爲圓徑冪寄左然後以中股乘天元冪得下式〇𝍫⊥〇〇〇元爲同數與左相消得〇𝍫𝍥〇〇𝍫𝍬〇𝍫𝍮〇〇開立方得二百四十步即城徑也合問（翻法在記）

或問出東門向南行不知步數有柳樹一株甲從乾隅南行六百步望見柳樹而止乙出東門直行不知步數望見柳樹與甲相直却斜行三十四步至柳樹下問荅同前

法曰斜行乘甲南行數以乘甲行冪爲實斜行乘甲南行冪又三之爲從方甲行冪內減兩段斜行南行相乘數（案甲南行內減二之乙斜行以甲南行乘之）爲第一廉二之南行步爲第二益廉二步

常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之減甲南行得𝍡̸元𝍮〇〇爲大差以自之得𝍣𝍡̸𝍬〇〇元𝍢𝍮〇〇〇〇爲大差冪加於南行冪得𝍣𝍡̸𝍬〇〇元𝍯𝍡〇〇〇〇又半之得𝍡𝍠̸𝍪〇〇元𝍢𝍮〇〇〇〇爲大弦也內帶大差𝍡̸元𝍮〇〇分母別寄又置乙斜行

以大股六百步乘之得𝍠〇𝍡𝍩太百合大弦除不除便以此爲小股也（内帶大弦分母）乃以天元減甲南行得𝍠元𝍮〇即半梯底也以乘小股半梯頭得𝍡𝍤𝍢〇〇元𝍡𝍤〇〇〇爲半徑羃於上此半徑羃内有大弦分母緣別寄大弦分母元帶大差分母故又用大差分母𝍡元𝍮〇〇乘上半徑羃得𝍢𝍮〇〇𝍣𝍮〇〇元𝍤𝍮〇〇〇爲帶分半徑羃也所帶之分謂只帶大弦分母也寄左然後以大弦乘天元羃得𝍡𝍤〇〇𝍡𝍤〇〇〇〇元爲同數與左相消得𝍡𝍤〇〇𝍣𝍤〇〇𝍣𝍤〇〇〇𝍣𝍤〇〇〇〇開三乘方得一

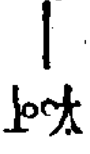
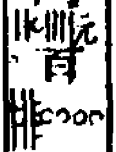
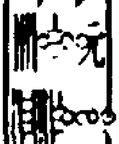
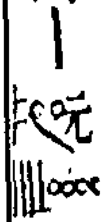
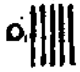
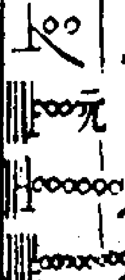
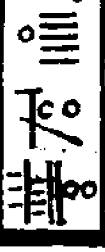
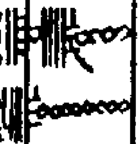
百二十步卽半城徑也合問

案此條寄分內又帶寄分則以所帶之分乘本條仍以寄分乘次條者蓋寄分爲應除本條之數而寄分內所帶之分又爲應除寄分之數今不除寄分而乘本條則猶是寄分乘次條之理也乘除之變至斯而極矣

又法置甲行羃於上又置甲行羃半之以乘上位爲實以斜行乘甲行羃倍之於上位又以

甲行再自乘加上位爲益方置甲行冪於上以斜行乘甲南行倍之以減上位爲第一廉甲南行步爲第二益（銳案元本脫益字今補）廉半步常法得股圓差

草曰立天元一爲股圓差（即大差）以自之爲冪以加甲南行冪得丨〇元𝍧〇〇〇〇半之又以天元除之得〇𝍤〇太𝍦〇〇〇〇爲大弦其甲南行即大股也別置乙斜行三十四步以大股乘之得𝍦𝍣〇太合大弦除不除便以爲小股（內寄大弦分母）乃以天元加

甲南行步得爲全梯底也以乘小股半梯頭得又倍之得爲城徑冪（內寄大弦爲母）寄左乃置天元大差減甲南行餘爲圓徑以自之得又以大弦分母乘之得爲同數與左相消得下式開三乘方得三百六十步卽股圓差也以股圓差減甲南行餘二百四十步卽城徑也合問

或問甲從乾隅南行六百步而止丙從南門直

行乙出南門東行各不知步數而立甲望乙丙悉與城參相直既而乙就丙斜行一百五十三步相會問荅同前

法曰以甲南行步再自之於上以斜行步乘甲南行冪又倍之減上位爲立方實南行步自之又四之於上以斜步乘甲南行又倍之減上位爲益從六之甲行步爲從廉四步虛常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之減於甲南行

得𝍡元𝍮〇〇為大差也以自之得𝍣𝍡𝍬〇〇𝍢𝍮〇〇〇太為大差

冪也乃置甲南行冪內加大差冪而半之得

𝍡𝍠𝍪〇〇𝍢𝍮〇〇〇太為大弦也（內帶大差分母）又置甲南行冪內

減大差冪而半之得𝍡𝍮〇元為大勾也（亦帶大差分母）

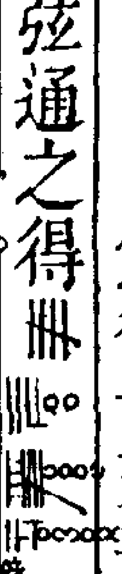
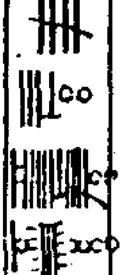
乃置斜行步在地以大勾乘之得𝍢〇𝍮𝍠𝍬𝍢元合以

大弦除不除便以此為小勾內帶大弦為母

其大勾內元有大差分母不用（即半梯頭也寄上位）再置天元

半徑以大差乘之得𝍡𝍥〇〇〇太以減於大勾得

𝍮〇元為半梯底也以乘上位得𝍠𝍬〇𝍠𝍮〇〇太〇元為半徑

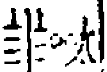
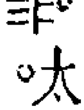
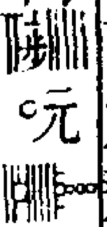
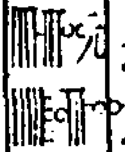
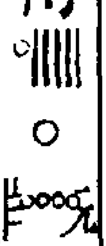
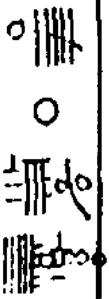
冪也（内帶大差及大弦爲母）寄左然後置天元冪以大差通之又以大弦通之得元爲同數與左相消得開立方得一百二十步即半城徑也合問

依前問假令南門外有樹乙出南門東行不知步數而立（只云乙東行步少於樹去城步）甲從乾隅向南行六百步望樹與乙悉與城參相直乙就樹斜行一百五十三步至樹下問荅同前

法曰以斜行步乘甲行冪爲立方實以甲行

冪半之於上以斜行步乘甲行步減上位為益從廉無入（〔銳案〕無入謂無對也見九章算術注元本誤作人今改正）五分虛隅得大勾大弦差

草曰別得斜步即小弦小弦得小和即勾弦差也立天元一為股圓差以自之為冪副之上以加甲南行冪而半之得〇𝍣〇元𝍥〇〇〇為大弦也（寄大差分母）下以減於甲南行冪而半之得下式〇𝍣〇元𝍥〇〇〇為大勾也（寄大差分母）乃置斜步以大勾乘之得下𝍤𝍣〇元[illegible]〇〇〇〇合大弦除不除便以此

爲小勾（寄大弦分母）又置斜步以甲南行乘之得合以大弦除爲小股不除而又以同母分通之得爲同分小股也（只寄大弦分母）注（大股乘時無大差分母故今通之以齊大勾上所有大差分母也）又置斜步以大弦通之得爲通分小弦也三位相併得爲股圓差也（寄左）然後置天元大差以大弦分母通之得爲同數與左相消得開立方得三百六十步卽股圓差也以股圓差減於甲南行步卽城徑也

合問

或問東門外不知步數有樹甲從乾南行六百步而止乙出北門東行斜望樹及甲與城參相直却就樹斜行一百三十六步問荅同前

法曰二行步相乘於上又半甲南行乘之爲實二行相乘於上又半甲南行以乘甲南行加上位爲益從甲南行爲從廉一步益隅開立方得半徑

草曰立天元一爲半徑便以爲小股其斜行

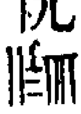
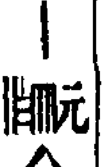
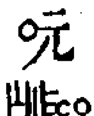
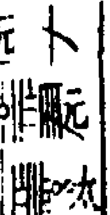
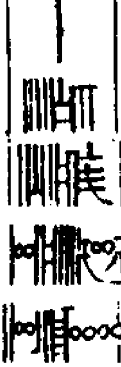
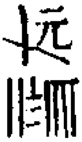
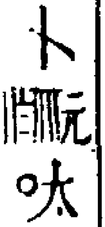
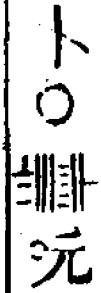
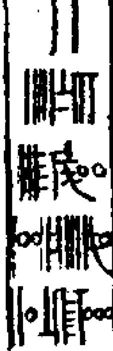
步即小弦也乃以甲南行爲大股以小弦乘之復以天元除之得〇太𝍫𝍣〇即大弦也又倍天元減甲南行餘𝍠元𝍮〇〇爲大差以減大弦餘𝍡𝍮〇太𝍫𝍣〇爲大勾也又倍天元以減勾得𝍠𝍮太𝍫𝍣〇爲小差也却以半大差𝍠元𝍢𝍮〇乘之得𝍮〇〇𝍢𝍮太𝍣𝍮〇〇爲半徑冪（寄左）乃以天元冪相消得下式𝍥〇〇𝍢𝍮〇𝍣𝍮〇〇〇開立方得一百二十步即半徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株東門外不知步數有柳樹一株槐柳二樹相去二百八

十九步有人從乾南行六百步而止斜望槐柳與城參相直問荅同前

法曰云數相乘得又自增乘爲三乘方實斜步冪乘南行步又二之爲益從二云數相乘又倍之（案此下脫內減斜步冪五字。鋭案此案非蓋正文本不脫也）爲益廉二之斜步爲第二從廉二步常法得槐至城心步

草曰別得槐樹至城心步卽人所止至槐樹步也乃立天元一爲槐樹至城心步（卽人至槐處）

加於斜步得爲邊弦也以天元乘之得合斜步除不除便以此爲邊股（寄斜步分母）又以斜步乘南行步得爲大股以邊股減之餘爲半城徑（寄斜步分母）以自之得爲半徑冪（內帶斜步冪爲母） 寄左 又以天元減斜步得爲㝩弦以天元乘之得合斜步除不除寄爲母便以此爲半梯頭以邊股半梯底乘之得爲同數與左相消得開三乘方得二

百五十五步卽槐樹至城心之步也亦爲皇極正股又自之得數以減斜冪餘如平方而一得城心至柳樹步又爲皇極正勾也勾股相乘倍之爲實如斜步而一卽城徑也合問

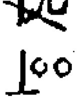
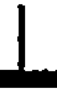
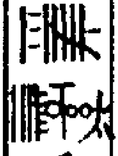
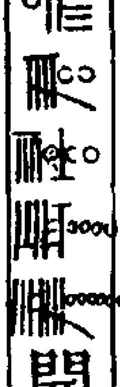
或問甲從乾南行六百步而立乙出南門直行丙出東門直行三八相望俱與城相直而乙丙共行了一百五十一步問荅同前

法曰甲南行爲冪折半又以自之爲實倍共步加甲南行以乘半段甲行冪爲從方甲行

乘其數爲從廉一个半甲南行爲第二益廉二分五釐爲三乘方隅

草曰識別得共步加城徑卽皇極和也又是半徑爲勾之弦與半徑爲股之弦相和步也二之此數內減去大弦卽皇極勾股內黃方面也亦爲太虛弦乃立天元一爲大差以自之副置二位上位減於甲南行冪以天元除之又折半得〇𝍣太𝍮〇〇〇爲大勾也下位加甲南行冪以天元除之又折半得〇𝍤太𝍮〇〇〇爲大弦

也其甲南行卽大股也併大勾大股得下式〇𝍣 𝍮〇太 𝍯〇〇〇〇卽大和也再立天元減甲南行得上𝍮〇〇太卽圓徑也加共步得𝍩元 𝍯𝍣𝍥卽皇極和又是半徑爲勾之弦及半徑爲股之弦共數也又倍之得𝍡 𝍰〇𝍠太卽全徑爲勾之弦及全徑爲股之弦共數也內減大弦得𝍱𝍣 𝍰〇𝍠太 𝍯〇〇〇〇卽小和內黃方面也乃置天和〇𝍤 𝍮〇太 𝍯〇〇〇以小黃方面乘之得𝍠𝍢釐 𝍠𝍣𝍥 𝍣𝍠〇〇太 𝍢𝍥〇〇〇 𝍤𝍥〇〇〇〇〇𝍩合以小和除之不除便以此爲大黃方也（內寄小和爲母）寄左 然後以天元減

甲南行得爲大黃方以小和乘之得爲同數與左相消得開三乘方得三百六十步卽股圓差也以股圓差減於甲南行餘二百四十步卽城徑也合問

或問丙出南門東行乙出東門南行各不知步數而立甲從乾隅南行六百步斜望乙丙悉與城參相直乙就丙斜行一百二步相會問

荅同前

法曰以斜步乘甲南行冪又倍之爲實倍甲

行冪於上又以斜步乘二之甲南行加於上爲從方四之甲南行爲益廉四步常法開立方得半徑

草曰別得斜步爲小弦也以斜步減圓徑餘爲小和也乃立天元爲半徑以二之減於甲南行得𝍡元𝍥〇〇爲大差也以自之得𝍣𝍡𝍫〇〇元𝍢𝍥〇〇〇〇爲大差冪也置甲南行冪𝍢𝍥〇〇〇〇太內加大差冪而半之得𝍡𝍠𝍪〇〇元𝍢𝍥〇〇〇〇爲大弦也（內帶大差爲分母）又置甲南行冪內減大差冪而半之得𝍡𝍠𝍪元爲大勾也

（帶大差分母）又以大差乘股六百步得𝍠𝍮〇元𝍢𝍮〇〇〇併入大勾得廿〇元𝍢𝍮〇〇〇爲大和也（帶大差分母）乃先以小弦乘大和得下式𝍠𝍮𝍣元𝍣𝍮〇〇〇（寄左）又以小和𝍠〇元𝍠〇𝍣乘大弦得𝍢𝍠𝍮𝍣𝍤𝍮〇元𝍣𝍮〇〇爲同數與左相消得下𝍢𝍠𝍮〇〇𝍤𝍮〇〇𝍣𝍮〇〇〇開立方得一百二十步卽半徑也合問

依前問假令乙出東門南行丙出南門東行各不知步數而立（只云丙行步多於乙行步）甲從乾隅南行六百步望乙丙與城參相直乙復斜行就丙

行了一百二十步與丙相會問荅同前

法曰以斜步乘甲行冪又倍之爲立方實甲行冪內加斜行南行相乘數爲從方甲南行爲益廉半步爲隅得全徑

草曰別得相就步卽小弦也小弦得小和爲直徑也　立天元一爲城徑以減於甲南行步得𝍠̸元 𝍮〇〇爲大差以自之得𝍠 𝍠𝍪〇̸〇元 𝍢𝍮〇〇〇〇爲大差冪也置甲南行步以自之爲冪副之上以加大差冪而半之得〇𝍤 𝍮〇̸〇元 𝍢𝍮〇〇〇〇爲大弦也（內寄大差分母）

下以減大差冪而半之得〇卌卜〇元〇為大勾也（內寄大差分母）乃置相就步在地以大勾乘之得卌乀卝〇元合大弦除不除寄為母便以此為小勾也寄大弦母又置斜步（即相就步也）以甲南行乘之得〇元卝〇〇合以大弦除之不除寄為母便以此為小股而又以元分母大差乘之得卝〇元卌〇〇〇為同分小股也只寄大弦分母（其大勾內元有大差分母其大股內却無分母故今乘過）復以大差通之齊分母也又置斜行步以大弦通之得卌卜卝〇元卌〇〇〇為小弦也上三位相併得

𝍤𝍥元 𝍮𝍧〇〇爲城徑也（內寄大弦分母）寄左 然後置天元以

大弦通之得〇𝍧 𝍤〇 𝍡元爲同數與左相消得〇𝍧

𝍤〇 𝍪𝍦〇 𝍯𝍨〇〇開立方得二百四十步卽城徑也合

問

---

元和李銳覆校

# 敬齋先生測圓海鏡細草卷第五

# 測圓海鏡細草

# 測圓海鏡細草卷第六

翰林學士知　制誥同修

## 大勾一十八問

或問乙從東門直行一十六步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前

法曰甲東行內減二之乙南行復以乘甲東行爲實四之甲東行內減二之乙東行爲從四益隅得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之加乙東行得

𝍠元𝍮為中勾以中勾減於甲東行得𝍠元𝍡𝍮𝍢為勾率也其天元半徑卽股率也置甲東行為大勾以股率乘之得𝍡𝍮元合以勾率除之不受除便以此為大股（內帶勾率分母）再置天元以二之以勾率乘之得𝍨𝍭元減於大股餘𝍢𝍣元為股圓差於上（內有勾率分母）又以二之天元減甲東行得𝍠元𝍡〇為小差以乘上位得𝍦𝍡𝍤𝍨元為半段黃方冪（內有勾率分母）（寄左）然後以天元自之又以勾率乘之又就分倍之得𝍨𝍭〇元為同數與

左相消得卌𝍣𝍤〇開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前

法曰甲乙相乘爲實甲東行爲從二虛法平開得半徑

草曰識別具見大股第二問中　立天元爲半徑內減乙南行得𝍢元𝍤〇爲虛股以乘通勾甲東行得𝍢元𝍤〇爲半段城徑冪寄左　然後以

天元自之又就分二之得𝍡〇元爲同數與左

相消得𝍡̸𝍢𝍪〇𝍨𝍮〇〇̸開平方得一百二十步倍之

即城徑也合問

---

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從

乾隅東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰以乙南行乘甲東行冪爲實二之乙南

行乘甲東行爲從方廉空二步常法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以二之加於乙南

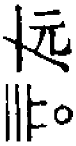
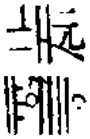
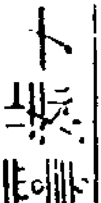
行得𝍡元𝍠𝍫𝍤爲股率以天元減甲東行得𝍠̸元𝍢𝍪〇

為勾率乃置乙南行以勾率乘之得𝍮𝍣̸元𝍣𝍮〇合股率除不除便以此為小勾此即半梯之頭（內帶股率分母）又以勾率乘之得𝍮𝍣𝍰〇̸元𝍯𝍦𝍯𝍢𝍮〇〇〇為半徑冪（內帶股率分母）（寄左）乃以股率乘天元冪得𝍡𝍮𝍣〇元為同數與左相消得𝍦〇𝍰〇̸𝍯𝍦𝍯𝍢𝍮〇〇〇開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步甲從西北隅取直東行三百二十步見乙問荅同前

法曰二行相乘為實以乙東行為從一步常

法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以減甲東行步得爲梯底以乙東行七十二步爲梯頭以乘之得爲半徑冪寄左　然後以天元冪與左相消得以平方開之得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙從西南隅直東行一百九十二步甲從西北隅直東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實二行相併爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置之上以減於乙東行得𝍠̸元𝍠𝍱𝍡爲梯頭於上下位減於甲東行得𝍠̸元𝍡𝍯〇爲梯底以乘上位得𝍠𝍣𝍮𝍡̸元𝍤𝍩𝍧𝍬〇爲半徑冪寄左 然後以天元冪與左相消得𝍣𝍮𝍡𝍤𝍩𝍧𝍬̸上法下實即半徑也合問

或問乙從坤隅直南行三百六十步而止甲從乾隅直東行三百二十步望見乙問荅同前

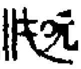
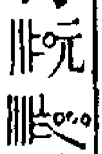
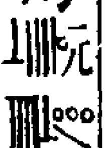
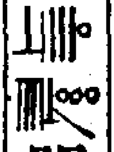
法曰二行步相乘倍之爲實二之甲東行爲從一步常法得城徑

草曰立天元一以爲城徑加乙南行得𝍠元𝍢𝍮〇爲股二行步相併得六百八十步爲弦甲東行爲勾勾股相乘得𝍢𝍪元𝍠𝍩𝍤𝍪〇〇又倍之得𝍥𝍬元𝍪𝍢〇𝍣〇〇爲二直積（寄左）然後以勾股弦相併得𝍠元𝍩𝍢𝍮〇爲三事和以天元乘之得𝍠𝍩𝍢𝍮元爲同數與左相消得𝍪𝍢〇𝍣〇〇𝍦𝍪〇𝍠開平方得二百四十步即城徑也合問

或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步望樹與城參相直復就樹斜行一百七十步至樹問荅同前

法曰兩段東行步冪內減兩段東行斜行相乘數爲實（案或云倍東行步以二行差乘之亦同）二之東行爲從一益隅

草曰別得東行步即大勾斜行步即小弦也乃立天元一爲城徑減東行步得𝍠元𝍢〇爲勾圓差也（今爲小勾）置東行步以斜步乘之得𝍤𝍣𝍣〇〇合

以小勾除之今不受除便以此爲大弦（內帶小勾分母）再置東行步以小勾乘之得爲大勾以減大弦得爲大差合以小差乘之（緣內帶小差分母）更不須乘便以此爲半段黃方冪（更無分母）又二之得爲一段黃方冪（寄左）然後以天元冪與左相消得開平方得二百四十步即城徑也合問

依前問假令乙出東門南行不知步數而止甲從乾東行三百二十步望乙與城相直復就

乙斜行一百七十步

法曰以甲東行乘二行差冪爲實以甲東行乘二之二行差爲益方二之二行差爲隅法

草曰識別得二行相減餘一百五十卽半城徑與乙南行共數也得此數更不須用斜立天元一爲半徑減於二行差得𝍠元𝍠𝍫〇卽半梯頭也又以二天元減甲東行步得𝍡元𝍡𝍯〇爲勾率又以一百五十爲股率乃置甲東行以股率乘之得𝍣𝍯〇〇〇合勾率除不除便以此爲大

股（內寄勾率分母）再置天元以勾率乘之得廾 卌元以減於大股得𝍡 卌元 𝍣卌〇〇〇爲半梯底也頭底相乘得下廾 𝍮𝍡〇 𝍪〇〇〇元 𝍮𝍡〇〇〇〇〇爲半徑冪也（內帶勾率分母 寄左）然後以勾率乘天元冪得廾 卌〇元爲同數與左相消得𝍢〇〇 𝍣𝍮〇〇 𝍮𝍡〇〇〇〇開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問南門東不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步見樹復向樹斜行二百七十二步至樹問荅同前

法曰二之二行差乘二之甲東行爲實併二之二行差及二之甲東行爲從二步益隅

草曰別得二行相減餘四十八步即虛積之勾也　立天元一爲城徑內減二之二行差得𝍠元𝍱𝍥爲梯頭於上再置甲東行步以二之內減天元得𝍠元𝍮𝍣〇爲梯底以乘上位得𝍠𝍦𝍫𝍥元𝍥𝍩𝍣𝍬〇爲城徑冪（寄左）然後以天元冪與左相消得𝍡𝍦𝍫𝍥𝍥𝍩𝍣𝍬〇開平方得二百四十步即城徑也合問（翻法在記）

或問甲從乾隅東行三百二十步而止乙出南門直行不知步數望見甲復就甲斜行四百二十五步與甲相會問荅同前

法曰二行步相減以乘東行步得數又以半之東行步乘之爲實以半之東行步乘東行步於上以二行步相減餘乘東行步減上位爲從二之東行步爲益廉一步常法得半徑

草曰識別得二行相減是高積上勾股較（此勾即半徑也）又別得是高弦不及股圓差數乃立天

元爲半城徑以減東行步得丄元‖卜〇爲中勾其斜行步即中弦也又置半城徑以斜步乘之得||||||元合以中勾除之不受除便以此爲高弦（內寄中勾爲母）又以二行步相減餘一百五步爲高弦不及股圓差數置此數以中勾乘之得卜||||元‖卜〇加入高弦得‖卜元‖卜〇爲大差於上（內帶中勾分母）又倍天元減東行步得‖丄元‖卜〇爲小差又半之得丄元‖〇以乘上位得‖卜〇‖卜元||||丄〇爲半徑冪（內有中勾分母）寄左乃以天元自乘又以中勾乘之得丅‖卜〇

𠀌元爲同數與左相消得丨𠁣〇𠄡〇元𠁣𠁣〇〇以立方開得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問甲乙二人俱在乾隅乙直南行不知步數而立甲直東行三百二十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘甲東行步又二之爲實以二之二行差爲從一步常法

草曰別得二行步相減餘三百六十步卽股圓差也乃立天元一爲圓徑以減於甲東行

步得𝍠元𝍠𝍯〇爲小差以東行斜行差三百六十步乘之得𝍢𝍯〇元𝍤𝍰𝍥〇〇又倍之得𝍦𝍪〇元𝍠𝍩𝍤𝍪〇〇爲一段城徑冪寄左　乃以天元冪與左相消得𝍠𝍦𝍪〇𝍠𝍩𝍤𝍪〇〇開平方得二百四十步即城徑也合問

或問東門外不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步望樹與城參相直復就樹斜行一百三十六步至樹問荅同前

法曰倍二行相減數內減甲東行得數復以乘甲東行爲實（案或以倍斜步以減甲東行餘以甲東行乘之亦同）倍

二行差爲從二步虛常法得半徑

草曰識別得斜行步乃樹至城心步也　立天元一爲半徑加斜行步得沅冂丁卽樹至城西門之步也乃以減於甲東行得下㡯卌爲小勾率其天元半徑卽小股率其斜步卽小弦數也再置甲東行步內減天元得長卌爲梯底於上又置梯底內減二之小勾率得沅去卌（案倍小勾得三百六十八步少二元以少二元減梯底之少一元反爲多一元以三百六十八步減梯底之三百二十步反爲少四十八步也）以乘上位得卜

𝍣𝍣元𝍥𝍡〇爲半徑冪寄左　乃以天元冪與左相消

得下式卄𝍣𝍣𝍥𝍡〇以平方開之得一百二十步

倍之即城徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株甲從乾隅直東行至柳樹下望見槐樹復斜行至槐樹下甲自云我共行了七百四十五步乙從坤隅南行望見槐柳與城參相直復斜行至槐樹下乙自云我南行步多於斜行步一百五步

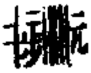
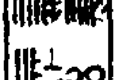
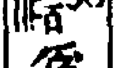
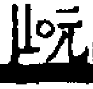
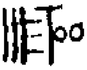
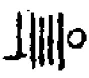
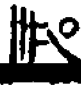
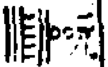
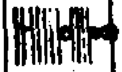
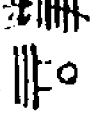
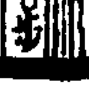
銳案此問有草無法蓋傳寫脫去案卷第五第十二問與此相類推南行東行爲異耳今據彼法及下細草補之當云甲東行減於甲斜行以乘甲東行得數復以乘二之甲東行爲實半之甲東行以乘二之東行於上甲東行減於甲斜行餘復以乘甲東行又倍之減上位爲從方二之甲東行爲益廉五分隅法

案此問下有草無法今依細草補之

法曰置甲共步內減乙較步餘數折半自之再倍乙較步乘之爲立方實置上減餘折半數又減二之乙較步復以減餘折半數乘之爲從甲共步內減乙較步爲廉五

分爲負隅開立方得城徑（銳案廉當云益廉負隅當云隅蓋加減所得多少與相消所得正負相反也）

草曰識別得一百五步是大差多於高弦數又爲高弦上勾股差數又別得是甲斜行多於東行數也乃副置甲共行七百四十五步在地其上位加一百五步而半之得四百二十五步即甲斜行也其下位減一百五步而半之得三百二十步即甲東行也乃立天元一爲圓徑以半之減於甲東行步得𝍢𝍩〇步𝍤〇爲

中勾其甲斜行四百二十五步卽中弦也再置天元以半之爲小勾以中弦乘之得合以中勾除不除便以爲高弦於上（丙帶中勾分母）別置乙多步一百五十步以中勾乘之得爲大差多於高弦數也以加入上位得下式爲一个大差也置甲東行以天元減之又倍之得爲兩个小差以乘大差得下爲一段黃方冪（丙帶中勾分母）寄左然後置天元冪以中勾通之得元與左相消得 [illegible]開立方得二百四十步即城徑也合

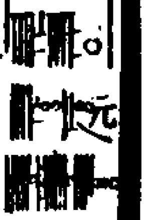
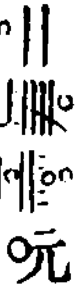
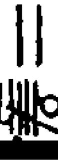
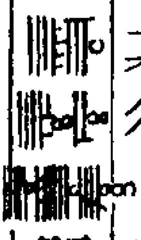
問

或問出東門直行不知步數有槐樹一株出南門東行不知步數有柳樹一株槐柳斜相距一百五十三步甲從乾東行三百二十步望槐柳與城參相直問荅同前

法曰二行相乘訖又以乘甲東行冪爲實斜行乘甲東行冪又三之爲從方甲東行冪內減兩段二行相乘數爲第一廉二之甲東行

爲益二廉二步常法開三乘方得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之減於甲東行得𝍡元 𝍡𝍥〇爲小差以自之得𝍣 𝍠〇𝍣元 𝍥𝍦𝍥〇〇加於甲東行冪復半之得𝍡 𝍤𝍡元 𝍢𝍢𝍧〇〇爲大弦差（內帶小差分母）又置斜相距步以大勾乘之得𝍢𝍥𝍨𝍥太合大弦除不除便以此爲小勾（內帶大弦分母）乃以天元減甲東行數得𝍠元 𝍡𝍥〇爲半梯底以乘小勾半梯頭得𝍢𝍥𝍨𝍠元 𝍧𝍢𝍥〇〇爲半徑冪於上此半徑冪內有大弦分母此大弦分母元帶小差分母故先用小差分

母以乘上半徑冪得為半徑冪也內只帶本大弦分母寄左然後以大弦乘天元冪得為同數與左相消得下開三乘方得一百二十步卽半城徑也合問

或問甲從乾隅東行三百二十步而止丙出東門南行乙出東門直行各不知步數而立甲遐望乙丙悉與城參相直既而乙就丙斜行三十四步相會問荅同前

法曰甲東行再自之於上以二之斜行步乘甲東行冪減上位爲立方實兩段東行冪內減兩段東行斜行相乘數爲益從以甲東行加五（隊加五即加半）爲從廉五分虛隅得全徑

草曰立天元一爲城徑以減於甲東行步得𝍠̸元 𝍡𝍯〇爲小差以自之得𝍠 𝍤𝍬̸元 𝍦𝍪𝍨〇〇爲小差冪也乃置甲東行冪內加小差冪而半之得〇𝍤 𝍡𝍯〇元 𝍦𝍪𝍨〇〇爲大弦也（內帶小差分母）又置甲東行冪內減小差冪而半之得〇𝍤̸ 𝍡𝍯〇元爲大股也（內帶小差分母）乃置

斜行步在地以大股乘之得𝍠𝍮𝍥𝍣元合以大弦除之不除而又倍之得𝍡𝍭𝍡𝍣元為梯頭也（即兩个小股內寄大弦為母權寄）乃置天元圓徑以半之以小差分母通之得〇𝍤𝍣𝍡元以減於大股餘得𝍡元又倍之得𝍡𝍥元為梯底也（即兩个邊股內亦有小差分母以乘權寄）得𝍠𝍥𝍬〇𝍣𝍭𝍠〇𝍤元為城徑羃也（內寄大弦及小差分母　寄左）然後以天元自之為羃以大弦通之又以小差通之得〇𝍤𝍣𝍡𝍭〇𝍠𝍥𝍤𝍬〇𝍣𝍦𝍠𝍤元為同數與左相消得〇𝍤𝍣𝍡𝍭〇𝍣𝍬𝍥〇𝍣𝍦𝍣𝍭〇開立方得二百四十步即城徑也合

問

依前問假令東門外有樹乙出東門南行不知步數而立（只云樹去城步少於乙南行步）甲從乾隅向東行三百二十步望乙與樹悉與城參相直乙復就樹斜行三十四步到樹問荅同前

法曰甲東行自之又以斜步乘之爲立方實以斜行乘甲東行於上以半段甲東行冪加（鏡案當云內減）上位爲從廉空半步常法得勾圓差

草曰別得乙斜行卽東弦也東弦得小勾股

卽大股弦較也乃立天元一爲勾圓差以自之爲冪副之上以加於甲東行冪而半之得〇𝍤〇元𝍣𝍧𝍥〇爲大弦也（寄小差分母）下以減於甲東行冪而半之得〇𝍬〇元𝍣𝍧𝍥〇爲大股也（寄小差分母）乃置斜步以大股乘之得𝍠𝍯〇元𝍨𝍥𝍡〇〇合大弦除不除便以此爲小股（寄大弦分母）又置斜步以甲東行乘之得𝍠𝍦𝍢太合大弦除不除便以此爲小勾而又以通母分通之得𝍠𝍦𝍢元爲同分小勾也（寄大弦分母）注（大股乘時有小差分母今大勾無母故又以齊同之）又置斜步以

大弦通之得𝍠𝍯〇元𝍣𝍥𝍣〇〇爲同分小弦也三位相併得𝍠〇𝍣𝍯〇元𝍢𝍣𝍥〇〇爲勾圓差也（寄左）然後置天元以大弦通之得〇𝍤〇𝍤𝍡〇元爲同數與左相消得〇𝍣〇𝍣𝍮〇𝍣𝍯〇開立方得八十步即勾圓差也以勾圓差減於甲東行步餘二百四十即城徑也

合問

或問南門外不知步數有樹甲從乾東行三百二十步而立乙出西門便南行望樹及甲與城參相直却就樹斜行二百五十五步至樹

問荅同前

法曰二行相乘於上以半之甲東行乘之爲實二行相乘於上又半之甲東行以乘甲東行加上位爲益從甲東行爲從廉一步虛法開立方得半徑

草曰立天元一爲半徑便以爲小勾其斜行卽小弦也乃以甲東行爲大勾以小弦乘之復以天元除之得〇太三|〇卽大弦也又倍天元減東行餘廿‖太爲小差以減大弦餘阮|||〇三|〇

爲大股也又倍天元以減股餘𝍢𝍮太𝍣𝍮〇〇爲大差也却以半小差元𝍢〇乘之得下式𝍢𝍮〇𝍧𝍮太𝍠𝍤𝍮〇〇〇爲半徑冪（寄左）乃以天元冪與左相消得下式𝍩𝍢𝍮〇𝍧𝍮〇〇𝍠𝍤𝍮〇〇〇開立方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株東門外不知步數有柳樹一株槐柳相距二百八十九步甲從乾東行三百二十步斜望槐柳與城參相直問荅同前

法曰二行相乘得數又自增乘爲實斜步冪乘甲東行又倍之爲益從兩行相乘又倍之爲益廉二之斜步爲第二廉二步常法開三乘方得柳至城心步

草曰別得柳至城心步即甲立處至柳樹步也　立天元一爲柳至城心步加斜步得〡元𝍡𝍰𝍨爲底弦以天元乘之得〡𝍡𝍰𝍨太合斜步除不除便以此爲底勾（寄斜步分母）乃再置通勾以斜步乘之得𝍰𝍨太爲帶母通勾內減底勾餘式

十[illegible]為半徑以自之得[illegible]為半

徑冪內帶斜步冪分母（寄左）乃以天元減斜

步得[illegible]為明弦以天元乘之得十[illegible]元合斜

步除不除便以此為半梯頭（寄斜步為母）復以底

勾半梯底乘之得十○[illegible]元為同數與左相

消得[illegible]開三乘方得一百三十六

步即柳至城心步也合問

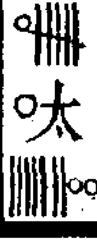
或問甲從乾隅東行三百二十步而立乙出城

東行丙出城南行三人相望俱與城相直乙

丙共行了一百五十一步問荅同前

法曰以甲東行爲冪折半又以自之爲三乘方實倍共步加甲東行以乘半段甲行冪爲從方甲行乘共數爲從廉甲東行加五爲第二益廉二分五釐常法得小差

草曰別得乙丙共行步即明股連勾共也立天元一爲小差以自之副置二位上位減於甲東行冪以天元除之又折半得



即大股也下位加甲行冪以天元除之又折

半得〇𝍣〇太𝍣𝍮〇〇爲大弦也其甲東行即大勾也併大勾大股得〇𝍨𝍡𝍮〇太𝍣𝍮〇〇即大和也再立天元以減甲東行步得𝍠元𝍡𝍮〇即圓徑也以圓徑加共步得𝍠元𝍢𝍮𝍠即皇極和也（即小和又爲高弦平弦共數）又倍之得𝍡元𝍧太即黃長弦黃廣弦共也內減大弦得下式𝍣元𝍧太𝍣𝍮〇〇爲皇極內小黃方也（亦爲虛弦）再置大和〇𝍨𝍡𝍮〇太𝍣𝍮〇〇以小黃方乘之得下式𝍧𝍢𝍠𝍧𝍡𝍧〇𝍢太𝍣𝍧〇〇𝍣𝍮〇〇〇合以小和除之不除便以此爲城徑內寄小和爲母（寄左）然後以天元減甲東

行得（𝍠元 𝍡𝍥〇）爲大黃方以小和乘之得（｜ 𝍮𝍢 𝍠𝍦太）

爲同數與左相消得（〇𝍡𝍫 𝍣〇 𝍤𝍥〇 𝍤𝍧〇〇 𝍤𝍨〇〇〇）開三乘方

得八十步即小差也以小差減甲東行餘二

百四十步即城徑也合問

或問丙出南門東行乙出東門南行各不知步

數而立甲從乾隅東行三百二十步望乙丙

悉與城參相直乙就丙斜行一百二步相會

問荅同前

法曰甲東行自之於上倍斜行步乘之爲立

方實倍斜行步乘甲東行於上加兩段甲東行冪爲從四之甲東行爲益廉四爲隅法得半城徑

---

草曰別得斜步即小虛弦減於全徑即小和也乃立天元一爲半徑以二之減於甲東行得𝍡元 𝍡𝍦〇爲小差也以自之得𝍣 𝍢元 〇𝍡𝍦〇〇爲小差冪也置甲東行冪內加小差冪而半之得下𝍡 𝍣元 𝍥𝍡𝍦〇〇爲大弦差（內帶小差分母）置甲東行冪內減小差冪而半之得𝍡 𝍣元爲大股也內亦帶小差

爲母又以小差乘大勾得𝍫𝍣元𝍠𝍮〇併入大股得𝍦元𝍠𝍮〇爲大和也（帶小差母）乃先以小弦乘大和得下𝍠𝍮𝍣元𝍣𝍣𝍮〇（寄左）次以斜步減於二天元得𝍠元𝍠〇𝍦爲小和以乘大弦得下式𝍢𝍠𝍮𝍤元𝍡〇𝍫𝍠𝍣𝍣𝍮〇爲同數與左相消得𝍢𝍠𝍮〇𝍡〇𝍫𝍣𝍣𝍮〇開立方得一百二十步即半城徑也合問

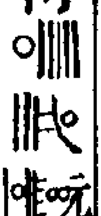
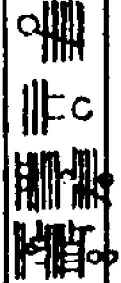
依前問假令乙出東門南行丙出南門東行各不知步數而立（只云丙行步多於乙行步）甲從乾隅東行三百二十步望乙丙與城參相直其乙丙共

行了一百二步問荅同前

法曰倍共步以乘甲東行冪爲立方實共步乘甲東行於上又以甲東行自之加上位爲益從甲東行爲從廉五分虛常法得城徑

草曰别得共步便爲小弦得小勾小股即與圓徑同立天元爲城徑以減甲東行得𝍠̸元 𝍡𝍯○爲小差以自之得𝍠 𝍤𝍬̸元 𝍦𝍪𝍨○○爲小差冪也乃置甲東行以自之爲冪副之上以加小差冪而半之得○𝍤 𝍡𝍯̸元 𝍦𝍪𝍨○○爲大弦也（內寄小差分母）下以減小

差冪而半之得下[illegible]元[illegible]為大股也（內寄小差分母）乃置其步在地以大股乘之得[illegible]元[illegible]合大弦除不[illegible]便以此為小股也（寄大弦分母）又置其步以甲[illegible]乘之得元[illegible]合以大弦除不除便以此為小勾而又以元分母小差乘之得[illegible]元[illegible]為同分小勾也（只寄大弦分母）注（其大弦內元帶小差分母其大勾內却無分母故今乘過復以小差通之齊同其分母也）又置其步以大弦通之得[illegible]元[illegible]同分小弦也三位相併得元[illegible]為城徑也（內有大弦分母）寄左然後置天元城

徑以大弦分母通之得爲同數與左相消得開立方得二百四十步卽城徑也合問

---

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第六

# 測圓海鏡細草卷第七

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 明叀前一十八問

或問出南門東行七十二步有樹出東門南行三十步見之問荅同前

法曰倍南行以乘倍東行爲平實併二行又倍之爲從一虛隅得城徑

草曰識別得此問名爲弦外容圓又爲內率求虛積其二行步相併爲虛弦若以相減即

虛較也又倍東行爲弦較和倍南行卽弦較較此二數相乘則兩虛積也若直以二行相乘則半个虛積也又倍東行減於城徑餘卽二虛勾也倍南行減於城徑則二虛股也虛積上三事和卽城徑也乃立天元一爲圓徑便以爲三事和也倍二行步減之得𝍠元𝍡〇𝍣爲黃方一天元乘之得𝍠𝍡〇𝍣元爲二虛積（寄左）然後倍東行以乘倍南行得八千六百四十爲同數與左相消得𝍠𝍡〇𝍣𝍯𝍥𝍬〇益積開平方得二

百四十步即城徑也合問

又法二行步相乘爲實二行步相併爲從一步

虛法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置二位上加東行步得𝍠元𝍮𝍡爲大差勾下加南股得𝍠元𝍢〇爲小差股此二數相乘得下式𝍠𝍠元𝍮𝍡〇爲半段黃方冪（寄左）然後立天元以自之又二之與左相消得𝍠̸𝍠〇𝍢𝍮〇益積開平方得一百二十步即半城徑也

又法二云數相乘倍之於上加云數差冪權寄併二云數又自增乘得數內減上位爲平實併云數而倍之爲從二步益隅得半徑

草曰立天元一爲半徑副之上減明勾得下𝍠元𝍯𝍡̸爲虛勾下減東股得𝍠元𝍢̸〇爲虛股勾股相乘得𝍠𝍠〇𝍡̸元𝍪𝍠𝍮〇又倍之得𝍡𝍡〇𝍣̸元𝍬𝍢𝍪〇又加二行差冪𝍠𝍦𝍮𝍣得𝍡𝍡〇𝍣̸元𝍥〇𝍰𝍣爲弦冪（寄左）然後併云步以自之得𝍠〇𝍣〇𝍣於太極位爲同數與左相消得𝍡̸𝍡〇𝍣𝍬𝍢𝍪〇益積開平方得一百二十步即半城

徑也

又法云數相乘又倍之爲平實云數相減爲從一常法得虛勾

草曰立天元一爲虛勾以南行減東行餘四十二步爲虛較也以虛較加天元得丨𝍬𝍡太爲虛股以天元乘之得下丨𝍬𝍡元爲直積寄左然後倍南行乘東行得𝍬𝍢𝍪〇與左相消得卜𝍬𝍡元𝍬𝍢𝍪〇開平方得四十八步即虛勾也以勾除積得九十步即虛股也併勾股得𝍠𝍫𝍧爲虛和也內

加入二行併𝍠〇𝍡得𝍡𝍬〇卽圓徑也

又法併兩行步以自乘於上又倍南行乘倍東行加上位爲平實一隅法得小和

草曰立天元一爲小和併二行步加之得𝍠元𝍠〇𝍡爲三事和也倍二行步而併之得𝍡〇𝍣以減三事和餘𝍠元𝍠〇𝍡爲黃方扐以三事和乘之得下𝍠〇元𝍠〇𝍣〇𝍣爲二虛積也（寄左）乃倍南行以乘倍東行得𝍧𝍮𝍣〇爲同數與左相消得𝍠〇𝍠𝍱〇𝍬𝍣開平方得一百三十八步卽虛和也加入二行

步得二百四十步即城徑也合問

或問丙出南門直行一百三十五步而立甲出東門直行一十六步見之問荅同前

法曰以丙行步一百三十五再自之得二百四十六萬○三百七十五於上又以甲行一十六乘丙行冪一萬八千二百二十五得二十九萬一千六百以乘上位得七千一百七十四億四千五百三十五萬爲三乘方實以二行步相乘又倍之得四千三百二十以乘

丙行步再自之數得一百六億二千八百八十二萬爲益從第一廉空以甲行乘丙行冪得二十九萬一千六百又倍之得五十八萬三千二百於上四之甲行冪一千○二十四以乘丙行步得一十三萬八千二百四十減上位餘四十四萬四千九百六十爲第二廉二行步相乘得二千一百六十爲虛常法得丙行步上勾弦差八十一

〔案〕法中截數自此始亦擇其數繁者詳之

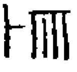
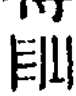
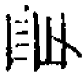
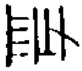
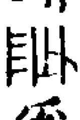
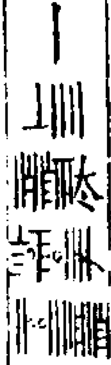
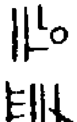
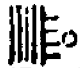
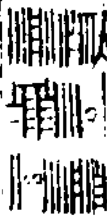
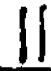
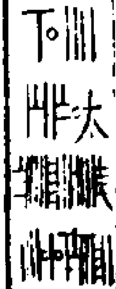
使人易曉也

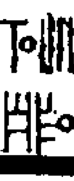
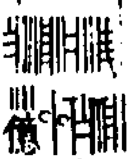
草曰識別二數相併得一百五十一以減於皇極弦餘一百三十八即虛勾虛股併也若以二數相減餘一百一十九爲高弦內減平弦又爲皇極弦內少个小差弦又爲大差弦內減个皇極弦也　立天元一爲丙行大差數置丙行步一百三十五自乘得𝍠𝍰𝍡𝍪𝍤用天元除之得〇太𝍠𝍰𝍡𝍪𝍤爲勾弦併也上減天元得𝍠̸〇太𝍠𝍰𝍡𝍪𝍤爲二丙勾也復用丙南行乘之得𝍰𝍤̸〇太𝍠𝍭𝍣𝍱𝍠𝍪𝍤

爲二積也又以天元除之得°元𝍰𝍣○𝍱𝍢𝍣𝍤爲丙勾外容圓半（左寄）別置丙南行用二甲勾乘之得𝍫𝍡太合用二丙勾除之不受除便以此爲甲股（丙寄二丙勾爲分母）復用二甲勾三十二乘之得𝍤𝍰太爲二个甲直積也又置丙南行內減天元得元𝍰𝍤爲黃方以自乘得𝍠°元𝍡𝍰𝍤爲丙上勾弦差乘股弦差二段以天元除之得元𝍡𝍮°𝍰𝍤爲兩个丙小差也乃用甲股乘之得下式𝍫°𝍦𝍤太𝍤𝍰°°°復用丙南行除之得𝍫元𝍣°𝍤𝍰°又折半得下

率冪爲母（寄左）然後置天元以自之又以股率冪乘之得下丨丠〇卌|||〇元爲同數與左相消所得一如前荅

又法以二行差冪數自乘又倍之爲實併二行步以乘二行差冪又四之爲益從四段南行冪內減二段差冪於上又二段差冪內減四段東行冪餘以減上位（案併二行冪減二行差冪四因之亦同）爲第一廉四之二行共爲第二廉二步虛法益積開之得皇極弦二百八十九

草曰立天元一爲皇極弦以自之爲弦羃於上以二行步相減餘以自之得爲較羃以減上得丨〇元爲二直積復以天元除之得丨元〇爲一个城徑也副置之上位加二之東行步得丨元爲二勾也以自增乘得爲四段勾羃於上下位加二之南行得丨元爲二股也以自增乘得丨爲四段股羃也併入上位得下式爲四段弦羃（寄左）然後以天元爲

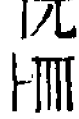
羃就分四之爲同數與左相消得下益積開三乘方得二百八十九步即皇極弦也欲見城徑者別立天元半徑副之加東行爲勾加南行爲股勾股各爲羃併之與弦羃相消開方得城徑也

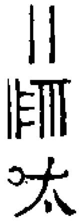
又法以二行差一百一十九自乘得一萬四千一百六十一爲差羃以東行步乘之得二十二萬六千五百七十六爲汎率又自增乘得五百一十三億三千六百六十八萬三千七

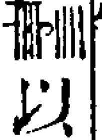
百七十六爲五乘方實倍東行步得三十二以二行差一百一十九乘之得三千八百八爲小汎以乘泛率又倍之得一十七億二千五百六十。萬二千八百一十六爲從方併兩行而倍之得三百二以乘泛率得六千八百四十二萬五千九百五十二於上位以小泛羃一千四百五十萬。。八百六十四加入上位共得八千二百九十二萬六千八百一十六爲第一廉併兩行而倍之得三百二

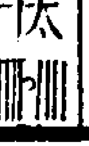
以乘小泛得一百一十五萬○○一十六爲寄數倍二行差以乘差冪得三百三十七萬○三百一十八內減寄數餘二百二十二萬○三百○二爲第二益廉六段二行差冪八萬四千九百六十六內減二行併數冪二萬二千八百一餘六萬二千一百六十五爲第三益廉六之二行差七百一十四爲第四益廉二步虛法得重弦三十四步

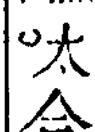
草曰立天元一爲皇極弦上股弦差（卽東行步上斜）

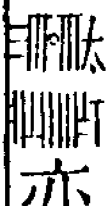
（也亦謂叀弦）以天元加二行差得

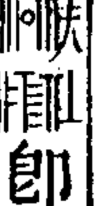
即明弦也（此即皇極弦上勾弦差也）以天元乘之又倍之得

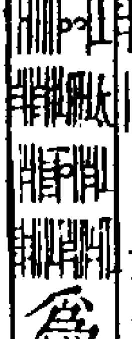
即皇極內黃方冪也（泛寄）置皇極弦上勾弦差以東行步乘之得

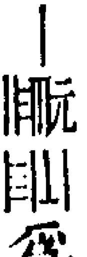
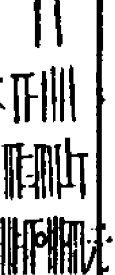
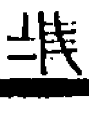
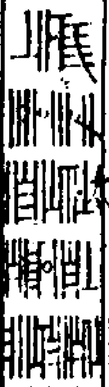
以天元除之得

為明勾也又置天元以南行乘之得

合用明弦除不除寄為母便以此為叀股於上（寄明弦母）乃再置明勾以明弦乘之得

亦為帶分明勾加入上位得

即是一个虛弦也以自增乘得下式
為一

段虛弦冪也內帶明弦冪分母寄左然後置明弦以自之得爲明弦冪以乘泛寄得爲同數與左相消得下式開五乘方得三十四步爲東行步上斜步也（即東弦）其東行步得丁即東勾也勾弦各自爲冪以相減餘九百步開方得三十步即東股也既各得此數乃以股外容圓半法求圓徑得二百四十步即城徑也合問

〔案〕此草又法求東弦至開帶縱五乘方法

愈繁數愈賾而天元一之用愈見其妙第所得帶縱五乘方廉隅積數雖具而未習其法者不能信其數之必然今姑取已得之東弦數案廉隅數推其積數以明其數之無可疑焉置五乘方數二以東弦三十四乘之得六十八與四乘方數七百一十四相加得七百八十二又以東弦乘之得二萬六千五百八十八與三乘方數六萬二千一百六十五相加得八萬八千七百

五十三又以東弦乘之得三百零一萬七千六百零二與立方數二百二十二萬零三百零二相加得五百二十三萬七千九百零四又以東弦乘之得一億七千八百零八萬八千七百三十六內減所少平方數八千二百九十二萬六千八百一十六餘九千五百一十六萬一千九百二十又以東弦乘之得三十二億三千五百五十萬零五千二百八十內減所少元數十七

億二千五百六十萬零二千八百一十六餘十五億零九百九十萬零二千四百六十四又以車弦乘之得五百一十三億三千六百六十八萬三千七百七十六為積數與草中積數合（此即無次商帶縱五乘方法○〔銳案〕此乃通初次商為一法耳非無次商也云無次商不辭之甚）

或問出東門一十六步有樹出南門東行七十二步見之問荅同前

法曰二行步相減得數以自之於上又以出

東門步自之減上位爲平方實二之出南門東行步爲益從一步常法翻開得半徑

草曰別得人到樹卽平弦也半圓徑卽平股也其東行七十二步則平勾平弦差也乃立天元一爲半圓徑加一十六減七十二得𝍠元 𝍭𝍥̸爲勾也以自之得𝍠 𝍠𝍩𝍡̸元 𝍫𝍠𝍫𝍥爲勾冪又加入天元股冪得𝍡 𝍠𝍩𝍡̸元 𝍫𝍠𝍫𝍥爲弦冪（寄左）再立天元一爲半徑加出東門步得𝍠元 𝍩𝍥卽弦也以自之得𝍠 𝍫𝍡元 𝍡𝍭𝍥爲同數與左相消得𝍠 𝍠𝍬𝍣̸ 𝍪𝍧𝍰〇翻

法開之得一百二十步卽半城徑也合問

或問出南門一百三十五步有樹出東門南行三十步見之問荅同前

法曰樹去城步內減南行步餘以爲羃於上又以樹去城步爲羃內減上位爲平實倍樹去城步爲從一虛隅翻法得半城徑

草曰別得人距樹卽高弦也半圓徑卽高勾也其南行三十步卽高弦上小差也乃立天元一爲半徑加樹去城步爲弦內減小差三〇

得𝍠元𝍮𝍣卽股也以自之得𝍠𝍠𝍪𝍧元𝍣〇𝍷𝍥爲股冪內

加入天元冪得𝍡𝍠𝍪𝍧元𝍣〇𝍷𝍥爲弦冪（寄左）再置弦

𝍠元𝍠𝍬𝍥以自之得𝍠𝍡𝍰𝍡元𝍠𝍷𝍣𝍲𝍥爲同數與左相消得

式𝍠𝍭〇𝍭𝍣〇〇翻開得一百二十步卽半城徑也

合問

或問乙出東門不知遠近而立甲出南門東行

七十二步望見乙就乙斜行一百三十六步

與乙相會問荅同前

法曰以斜行步自之於上以二行相減餘自

爲羃減上位爲平實從空一步常法如法得半徑

草曰別得七十二步卽大差也斜行卽弦半徑卽股也　立天元一爲半徑以自之爲股羃又以二行差六十四以自之得𝍫〇𝍱𝍥爲勾羃併二羃得丨〇元𝍫〇𝍱𝍥爲弦羃寄左　然後以斜行步自之得𝍤𝍩𝍧𝍣爲同數與左相消得丅〇丨〇𝍠開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問甲出南門不知遠近而立乙出東門南行

三十步望見甲却就甲斜行二百五十五步與甲相會問荅同前

法曰二行差自之爲冪以減於斜行冪爲平實一虛隅得半徑

草曰別得南行步卽股弦差也斜步卽弦也半徑卽勾也乃立天元一爲半城徑以自之爲冪以二行相減餘二百二十五以自之得𝍤〇𝍥𝍪𝍤爲股冪二冪相併得𝍠〇元𝍤〇𝍥𝍪𝍤爲弦冪（寄左）然後以斜行步自之得𝍥𝍭〇𝍪𝍤爲同數與左相消

得下卜。○。卌°開平方得一百二十步即半徑也合問

---

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行三十步望見甲斜行一百二十步相會問

荅同前

法曰二行相乘四之於上（銳案此有誤當云二行相減餘以乘乙南行四之於上）又加入斜行冪爲平實得虛和一百三十八

草曰別得斜步內減南行爲甲東行步也此

問以弦外容圓入之以二行相減數乘乙南行三十步得𝍡𝍩𝍥〇又四之得𝍧𝍮𝍣〇為二直積也又加入斜步冪𝍠〇𝍣〇𝍣共得𝍠𝍱〇𝍬𝍣即和冪也平方而一得一百三十八步即虛和也又加斜步得二百四十步即城徑也合問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出南門東行七十二步望見乙斜行一百二十步與乙相會問荅同前

法曰倍相減步以乘倍東行得數復以減於

斜步冪餘爲實平方而一得較也又以二行相減數乘倍東行爲平實以較爲從方得勾勾較共爲長又以斜步併入勾股共即城徑

草曰別得二行相減餘三〇爲乙南行步也以此數又減於甲東行餘四十二步即較也又以二行相減數三〇乘倍東行得𝍣𝍫𝍡〇爲平實以較爲從平方開得四十八即勾也勾內加較得九十步即股也勾股共得一百三十八又加入斜步共得二百四十步即城徑也合問

或問乙出南門東行甲出東門南行兩相望見旣而乙云我東行不及城徑一百六十八步甲云我南行不及城徑二百一十步問荅同

前

法曰半甲不及步以自之爲冪半甲不及步內減差以自之爲冪二冪相併內却減差冪爲平實二之乙不及爲益從三步半虛法得甲南行

草曰別得乙不及爲虛勾半徑其又爲徑內

減明勾也甲不及爲虛股半徑共又爲徑內減直股也又二云數相併爲虛和圓徑共也云數相減即虛較也乃立天元一爲甲南行以減於甲不及步又半之得〇川川卜川太爲虛股也虛股內減虛較得〇川川丄川太爲虛勾勾自之得〇川三川元川川爲勾冪也又股自之得下式〇川三卜川元卜川三爲股冪也二冪相併得〇川川丄川元目川川爲弦冪（寄左）然後以天元加虛較得元三川爲乙東行又加入天元甲南行得元川二爲虛弦以自之得川川川元

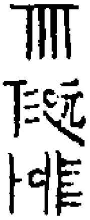
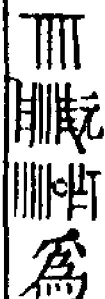
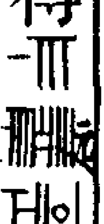
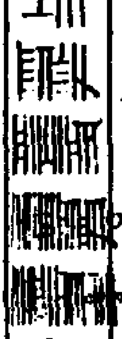
𝍧𝍣爲同數與左相消得𝍮𝍡𝍧〇開平方得三十步卽甲南行也丙加少步卽城徑也合問

或問丙出南門直行甲出東門直行兩相望見旣而丙云我行少於城徑一百五步甲云我行少於城徑二百二十四步問荅同前

法曰二少步相乘訖又自乘爲實六之其步乘云數相乘數爲益從十八之云數相乘數於上又三之其步自乘加上位內復減丙少步羃甲少步羃爲從廉四十八之其步爲益

二廉六十三步常法翻法開三乘方得一百二十步卽半徑

草曰別得云數共減於倍城徑爲甲丙共行數又云數相減卽皇極差亦爲甲行不及丙行數　立天元一爲半城徑以三之副置二位上位減丙少步得𝍢元 𝍮𝍣爲皇極股也下位減甲少步得𝍢元 𝍯𝍣爲皇極勾也勾股相乘得𝍨 [illegible]以天元除之得𝍢元 [illegible]爲弦也弦自之得𝍷𝍠 [illegible]爲弦冪（寄左）然後以股自

之得下為股冪於上又以勾自之得為勾冪併以加入上位得為同數與左相消得翻法開三乘方得一百二十步即半城徑也合問

或問甲出東門直行丙出南門直行各不知步數而立乙望見甲就甲斜行了二百八十九步與甲相會其二直行共得一百五十一步又云甲直行少於乙直行問荅同前

法曰斜冪內減共步冪為平實倍共步內減

斜步爲從一常法得徑

草曰別得共數城徑併卽皇極和也　立天元一爲圓徑加共步得𝍠元 𝍠𝍭𝍠爲皇極和以自之得𝍠 𝍢〇𝍡元 𝍡𝍪𝍧〇𝍠於上以斜行冪𝍧𝍫𝍤𝍪𝍠減上位餘𝍠 𝍢〇𝍡元 𝍥〇𝍦𝍪̸〇爲二直積寄左　然後以天元乘斜步得𝍡𝍰𝍨 〇太與左相消得𝍠 𝍩𝍢 𝍥〇𝍦𝍪̸〇開平方得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出東門直行乙出東門南行丙出南門直行丁出南門東行各不知步數而立四人

遙相望悉與城參相直只云甲丙共行了一百五十一步乙丁立處相距一百二步又云丙直行步多於甲直行步問荅同前

法曰共步距步相減得數自之於上以共步爲冪內減上爲平實二之距步內減共步距步差爲從一步虛法得城徑

草曰別得共步得城徑卽皇極和也相距步卽虛弦也皇極和內減虛弦卽皇極弦也又共步距步差𝍬𝍨卽皇極弦內減城徑也（此名旁差）

乃立天元一為城徑加共步得𝍠元𝍠𝍭𝍠為皇極和也以自之得𝍠𝍢𝍯𝍠元𝍡𝍯𝍧〇𝍠於上以共步距步差𝍭𝍨加天元得𝍠元𝍭𝍨為皇極弦也以自之得下式𝍠𝍬𝍧元𝍮𝍢〇𝍠減上位餘得𝍠〇𝍢𝍠𝍠〇𝍣〇太為二直積（寄左）然後以天元徑乘皇極弦得𝍠𝍭𝍨元為同數與左相消得卜𝍮𝍣𝍠〇𝍢〇開平方得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行望見甲復就甲斜行與甲相會乙通計

行了一百三十二步其乙南行步不及斜行七十二步其甲東行却多於乙南行問荅同前

法曰倍不及步在地以不及步減通步以乘之爲實以四之不及步爲法得乙南行三十步

草曰別得乙南行卽東股也以減通步卽虛弦也以減不及步卽虛較也其不及步卽甲東行也　立天元一爲乙南行置不及步以

天元乘之又四之得卌元爲二直積（寄左）然後倍不及步以爲弦較和於上冊卌以不及步減通步得上。爲弦較較以乘上位得非。太爲同數與左相消得卌非。上法下實得三十步爲乙南行也餘各以數求之

又法別得通行步爲兩个乙南行一个甲東行共也其不及步卽東行步也云步相併卽兩个虛弦相減卽兩个乙南行也

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門

南行望見甲復斜行與甲相會二人共行了二百四步又云甲行不及乙一百三十二（案甲不及乙六十步非一百三十二步當云甲行不及共步方合）問荅同前

法曰別得二行共即兩个虛弦也其不及步即乙南行與一虛弦共也置不及步內減一弦餘三十步即乙南行也以乙南行反以減虛弦餘七十二步即甲東行也以乙南行減甲東行餘即虛較也

此問無草

〔案〕右二問語若淺近然以發明加減乘除相通之義最爲深切集中倣此者可類推之

或問乙出東門南行甲出西門南行甲望見乙斜行五百一十步相會乙云我南行少於城徑二百一十步問荅同前

法曰少步羃爲平實四斜步內減二少步爲益從五步常法得乙南行

草曰別得少步爲徑內減直股　立天元一

為乙南行以二之減於倍斜行步得𝍡元𝍩𝍪〇為

梯底也以二之天元乘之得𝍣𝍪元為徑羃寄

左再置天元加少步得下式𝍠元𝍡𝍬〇為城徑以

自之得𝍠𝍣𝍰〇元𝍤𝍯𝍥〇〇與左相消得𝍣𝍠𝍮𝍬〇𝍣𝍮𝍬〇〇開平方

得三十步即乙南行也加少步即城徑也合

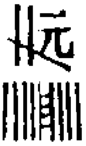
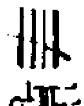
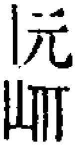
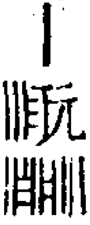
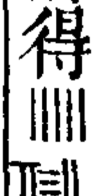
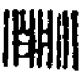
問

或問乙出南門東行甲出北門東行甲望見乙

斜行二百七十二步與乙相會乙云我東行

不及城徑一百六十八步問荅同前

法曰以不及步冪之爲實四斜內減二之不及步爲虛從五常法平開得乙東行七十二步

草曰別得不及步爲城徑減明勾也　立天元一爲乙東行以倍之減於二之斜行步得爲梯底也倍天元乘之得爲徑冪寄左再置天元加不及步得爲城徑以自之得爲同數與左相消得開平方得七十二步卽乙東行也加入少

步卽城徑也合問

或問乙出南門東行丁出東門南行却有甲丙二人共在西北隅甲向東行丙向南行四八遙相望見俱與城參相直旣而相會甲云我多乙二百四十八步丙云我多於丁五百七十步問荅同前

法曰二多步相乘爲平實併二多步而半之爲從七分半常法得城徑

草曰別得甲多步爲大勾內減明勾也丙多

步爲大股內少東股也又乙東行得一虛勾爲半徑丁南行得一虛股爲半徑又二多數相併得𝍧𝍩𝍧爲大和內少虛弦也又二多數相減餘𝍢𝍪𝍡爲兩个角差又甲多步內減半徑卽勾方差也丙多步內減半徑卽股方差也

立天元一爲城徑以半之減於甲多步得〇𝍰元𝍣𝍮爲勾方差又以半徑減於丙多步得〇𝍰𝍣𝍮太爲股方差二差相乘得〇𝍡𝍬𝍣𝍯元𝍬𝍥〇爲徑冪寄左

然後以天元冪與左相消得下式〇𝍯𝍣𝍢〇𝍱𝍣𝍫〇開

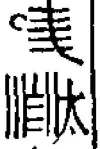
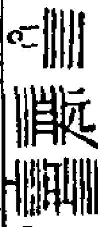
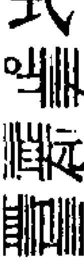
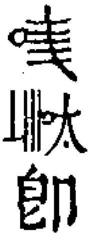
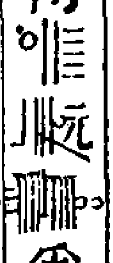
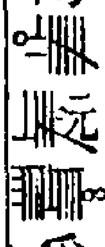
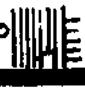
平方得二百四十步即城徑也合問

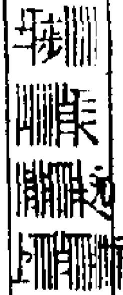
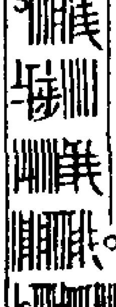
或問甲丙二人俱在西北隅甲向東行丙向南行又乙出南門東行丁出東門南行各不知步數而立四人遥相望見悉與城參相直既而相會甲云我與乙共行了三百九十二步丙云我與丁共行了六百三十步問荅同前

法曰甲乙共自之爲羃丙丁共自之爲羃二羃又相乘爲三乘方實甲乙共自之爲羃以丙丁共乘之於上又以丙丁共自之爲羃以

甲乙共乘之加上位爲益從甲乙共自之爲羃丙丁共自之爲羃併以七分半乘之於上又以甲乙共乘丙丁共得數減上位爲第一益廉併二共數以七分半乘之爲第二廉以七分半自之得五分六釐二毫五絲於上位以一步內減上位餘四分三釐七毫五絲爲虛隅得城徑

草曰別得甲爲大勾乙爲明勾丙爲大股丁爲叀股也甲乙共內減半徑卽是黃長弦也

丙丁共丙減半徑卽黃廣弦也黃長弦黃廣弦二數相減餘爲兩个皇極差也乃立天元爲城徑半之副置二位上以減於甲乙共數得卽黃長弦也以自之得爲黃長弦冪也內減天元一冪餘得下式爲勾方差冪也下位以減於丙丁共得下式卽黃廣弦也以自之得爲黃廣弦冪也內減天元一冪餘得爲股方差冪也再以勾方差冪股方差冪相乘得

爲徑冪寄左　然後以天元爲冪又以冪自之與左相消得下式開三乘方得二百四十步卽城徑也合問

---

敬齋先生測圓海鏡細草卷第七

元和李銳覆校

# 測圓海鏡細草

# 測圓海鏡細草卷第八

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

## 明重後一十六問

或問出南門向東有槐樹一株出東門向南有柳樹一株丙丁俱出南門丙直行丁往至槐樹下甲乙俱出東門甲直行乙往至柳樹下四人遥相望見各不知所行步數只云丙丁共行了二百七步甲乙共行了四十六步又云甲丙立處相距二百八十九步問荅同前

法曰以二共相減數又以減距數爲實二爲法得平勾卌

草曰識別得丙丁共卽明和也甲乙共卽東和也相距步卽極弦也二共相併卽極弦內少个虛黃也又爲極和內少个虛和也二共相減餘爲平勾高股差也又爲虛差極差共也又爲通差內減極差也　立天元爲平勾加入二共相減數得阮山爲高股又加天元得阬山爲極弦（寄左）以相距步二百八十九

便以爲皇極勾弦差也（內帶東和分母）以天元東弦便爲皇極股弦差以乘之又倍之得𝍡𝍯𝍢（元）爲虛弦冪（內有東和分母）（寄左）然後以虛弦自之又以分母訂乘之得四十七萬八千五百八十四爲同數與左相消得[illegible]○[illegible]開平方得三十四步卽東弦也合問

或問皇極大小差共一百八十七步明黃東黃共六十六步問荅同前

法曰後數自乘爲實前後數相減餘爲法得

虛黃方三十六

草曰別得一百八十七卽明直二弦共也其六十六卽太虛大小差共也又二數相併得𝍠𝍱𝍢卽明直二和共若以相減餘曰卽明直四差共也　立天元一爲太虛黃方面加二黃共得𝍠元𝍮𝍥卽虛弦也倍虛弦又加天元得𝍡元𝍠𝍰𝍡卽城徑也又以虛弦加皇極大小差得𝍠元𝍠𝍱𝍢卽極弦也以極弦乘城徑得𝍢𝍠𝍥元𝍡𝍱爲兩段皇極勾股積（寄左）再以極弦虛弦相併得

𝍠元‖𝍧卽皇極勾股共也自之得川‖𝍧元‖𝍥一內減

皇極弦冪丨‖𝍢元𝍥‖𝍧得川𝍥元‖𝍣爲同數與寄左

相消得曰𝍡𝍣𝍥上法下實如法得三十六步卽

太虛黃方面也合問

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出

東門直行丙出南門直行甲丙柳槐悉與城

參相直旣而甲就柳樹斜行三十四步至柳

樹下丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹

下問荅同前

法曰云數相乘倍之便爲平方實開方得虛弦一百二步以此弦加甲行步卽極勾以此弦加丙行步卽極股餘各依法求之

識別甲斜行卽東弦也丙斜行卽明弦也

無草

---

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉相直旣而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云丙共行

了二百八十八步甲斜行與柳至東門步共得六十四步問荅同前

法曰二云數相乘於上以六十四步自之又二之減上位爲平實十四之六十四於上倍丙行減上位爲從（〔案〕倍丙行乃數偶合當云九个半六十四內減丙行爲從。〔銳案〕當云又以四步半乘六十四加丙行減上位爲從）二十常法得甲直行步一十六

草曰別得丙共步卽明股明弦和也六十四卽平勾也丙甲斜行卽東弦也柳至東門步

即東股也又二云數相併即明差與極弦共也二云數相減即明差與平勾高股差共也又平勾內減東勾即虛勾也　立天元一為東勾置丙共步以天元乘之復以六十四除之得𝍢𝍱〇太為明勾也又以天元減於六十四得𝍮元𝍮𝍢為虛勾也併虛明二勾得𝍢𝍱𝍮𝍡太為半徑也以自之得𝍢𝍬〇𝍢元𝍢𝍬〇元倍之得𝍡〇𝍢元𝍬〇元𝍫𝍡為半段圓城徑冪（寄左）乃以天元加六十四得𝍮元𝍮𝍢為勾圓差於上又以明勾加丙共步得𝍢𝍱𝍮𝍡太

爲股圓差於下上下相乘得𝍣𝍫𝍣元𝍧爲同數

與左相消得二〇𝍢𝍡〇𝍠𝍭開平方得一十六步即

東勾也此東勾乃甲出東門直行步也餘皆

依數求之合問

---

或問東門南有柳樹一株南門東有槐樹一株

甲出東門直行丙出南門直行二人遥相望

槐柳與城邊悉相直旣而甲復斜行至柳樹

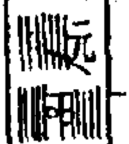
下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云甲

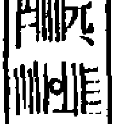
共行五十步丙斜行與槐至南門步共得二

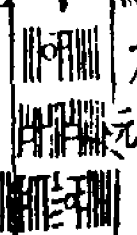
百二十五步問荅同前

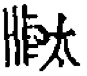
法曰以二百二十五步自之爲冪又以此冪自爲冪於上置甲共行以二百二十五步三度乘之得數復折半減上位爲平實置二百二十五步自之數以二云數相減數乘之又倍之於上倍五十步在地以二百二十五步自之數乘之復折半加上位爲益從云數相減自乘於上以云數相乘復折半減上位爲常法得明股[illegible]

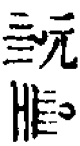
草曰識別得甲共步即東勾東弦共也二百二十五即高股也內丙斜行即明弦槐至南門步即明勾也又二云數相併即極弦內減一个東差也云數相減即東差與高股平勾差共也又高股內減明股即虛股也　立天元一爲明股即丙出南門直行步也置五十步以天元乘之得𝍭元合高股除不除便以此𝍭元爲東股也內帶高股𝍡𝍪𝍤分母再置高股內減天元得𝍠̸元𝍡𝍪𝍤爲虛股以分母高股乘之得

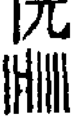
下式

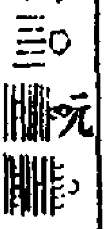
加入重股得

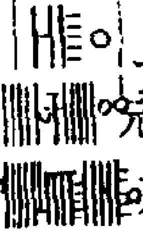
即半徑也以自增乘得下

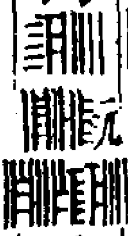
爲半徑羃也內帶高股羃爲母寄左　然後置甲共步以分母高股乘之得

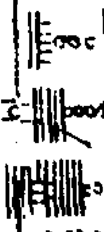
加入重股得

爲勾圓差於上（內帶高股分母）又以天元加高股得

爲股圓差於下　上下相乘得

又以分母高股乘之得

復折半得

爲同數與左相消得
開平方得一百三十五步即明股也合問

或問通勾通弦共一千步叀勾叀弦共五十步

問荅同前

法曰置一千減二之五十步爲汎率以自乘復半之於上又置泛率復以五十乘之加上位爲平實二十二之泛率於上（案二十二乃此題叀和除通和所得通倍叀數加二數之數易題則數不同矣當直云通倍叀數加二數乘泛率）以四十二（案四十二乃此題倍通倍叀數加二數之數當直云倍通倍叀數加二數）乘五十得數內減泛率加上位爲益從二百（案二百乃此題通倍叀數加二數自乘折半於上又倍通倍叀數併二數以減上位

（之數當同上不必載數）為常法得直股三〇

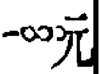
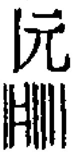
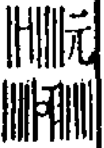
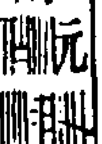
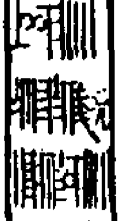
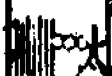
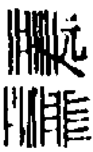
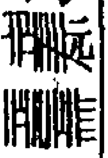
草曰立天元一為東股置一千以天元乘之以五十除之得二〇元為通股也又以天元加五十步得一元五〇即小差也通股加小差得二一元五〇即通弦也以通弦減一千得二一元九五〇即通勾也以小差減通勾得二二元九〇〇即圓徑也以圓徑減通股得四二元九〇〇即大差也置大差以小差乘之得四二一二〇〇元四五〇〇〇寄左然後置圓徑以自之得四八四三九六〇〇元八一〇〇〇〇折半得二四二一九八〇〇元四〇五〇〇〇與左相消得二〇〇一八六〇〇三六〇〇〇〇開平

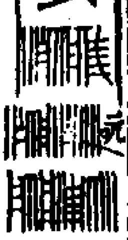
方得三十步即直股也合問

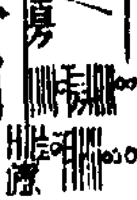
〔案〕此題通勾弦和爲直勾弦和度盡之數則不用寄分而用除法以從省便作者蓋舉一以例其餘也

或問通勾通弦共一千步明勾明弦共二百二十五步問荅同前

法曰以後數再自乘又以前數乘之爲平實以後數爲纍復以前數乘之爲從以前數纍爲常法得明股明卌

草曰別得二百二十五步即高股也　立天元一爲明股置一千以天元乘之合以高股除不受除便以此爲通股（內帶高股爲母）以天元加高股即大差也置大差以高股分母乘之得即帶分大差也以此減於通股餘即圓徑也以自增乘得寄左（內帶高股羃分母）然後置一千以高股分母通之得內減帶分大差得爲兩个通勾也內減兩个圓徑得爲兩个小差也以帶分

大差乘之得下式

爲同數與左相消得

開平方得一百三十五步卽明股也合問

或問通股通弦共一千二百八十步直股直弦共六十四步問荅同前

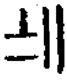
法曰云數相乘爲平實前數爲益從置前數以後數除之得二十爲泛率泛率減一以自乘於上又倍泛率減一加上位爲常法倒積開得直勾一十六

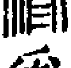
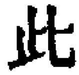
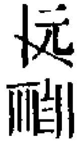
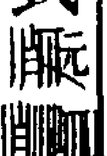
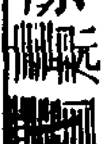
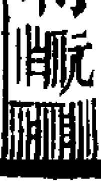
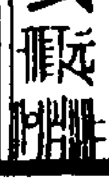
草曰別得六十四步卽平勾也　立天元一爲重勾置前數以天元乘之以後數除之得（𝍩〇元）卽通勾也又置天元加後數得（𝍠元 𝍮𝍣）卽小差也以小差減通勾餘（𝍨元 𝍮𝍣）卽圓徑也以自之得（𝍣〇𝍱𝍥 𝍠𝍠𝍭𝍡元 𝍰𝍠）寄左　然後以小差減於前數得（𝍠元 𝍡𝍥）爲二通股內減兩个圓徑得（𝍫𝍢元 𝍠𝍫𝍢）爲二大差也以小差乘之得下（𝍫𝍨 𝍠𝍫𝍢元 𝍠〇𝍥）與左相消得（𝍢〇 𝍠𝍭元 𝍨𝍨〇）開平方得一十六步卽重勾也合

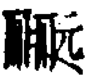
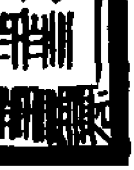
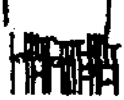
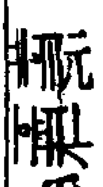
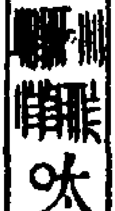
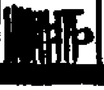
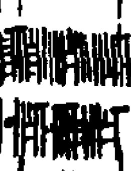
問

或問通股通弦共一千二百八十步明股明弦共二百八十八步問荅同前

法曰二數相減以後數乘之內減後數冪又半之爲泛率以自乘爲平實（案或云前數內減二後數餘以後數乘之折半自之亦同）置前數加二之後數而半之爲次率以乘泛率於上（銳案泛率下當有倍之二字）以後數乘泛率減上位（案或云二數相加以乘前折半數亦同）爲益從次率自乘於上以前數加次率復以後數乘之減上位（案或云前數折半內減後數又以半前數乘之亦同）爲隅法

得明勾

草曰別得二數相減餘爲通勾通股及明勾共也 ●立天元一爲明勾置前數以天元乘之合以後數除之不除便以此爲通勾也（內寄後數分母）又以二數相減得數內又減天元得爲通和也乃以分母二百八十八之得下式內減通勾餘爲通股也又以天元加後數又以分母（即後數也）通之得爲大差也以此大差減於通股得下式

為一个圓徑也半之得以自之得為半徑冪（寄左）然後以半圓徑減通勾得為底勾又以天元乘之又以分母二百八十八之得為同數與左相消得開平方得七十二步即明勾也合問

或問明股明弦併二百八十八步叀勾叀弦併五十步又云明股叀勾併多於虛弦四十九步問荅同前

法曰前二數相併內減二之多步即圓徑又

只以前二數相乘便是半徑羃

草曰識別得前二數相減而半之卽極差也其多步名傍差又爲圓徑不及極弦數

或問平差高差共一百六十一步明股重勾併多於虛弦四十九步問荅同前

法曰二數相減又半之以自乘爲實後數爲法得平勾丄|||

草曰立天元一爲平勾以加前數得丨元山爲高股也又以天元加高股得丨元山爲極弦內

減後數得𝍡元𝍯𝍡又半之得元𝍫𝍥爲半徑以自之得𝍠𝍯𝍡元𝍠𝍡𝍱𝍥（寄左）然後以天元乘高股得𝍠𝍡元爲同數與左相消得𝍫𝍣𝍠𝍡𝍱𝍥上法下實得六十四步卽平勾也合問

---

或問平勾高股差一百六十一步明差重差幷七十七步又云極弦多於城徑四十九步問

荅同前

法曰幷上二位而半之爲平率其四十九卽旁率也副置平率上加旁率下減旁率以相

乘爲實倍旁差爲法得勾圓差十二。（案求實數有誤當云併上二位而半之內減後數於上又置上前數內減後數以乘上位爲實方合。鋭案此以法除實得半徑不得勾圓差分類釋術以四十九爲法得城徑是也蓋此問本有又法一求勾圓差一求半徑傳寫脫漏各逸其半遂致舛誤不通今以意改正二法復補一草如後）

法曰併上二位而半之爲平率其四十九即旁率也副置旁率上以減於平率下以減於前數以相乘爲實倍旁差爲法得勾圓差十二。

又法求半徑副置平率上加旁率下減旁率以相乘爲實倍旁差爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑又爲半之股圓差上弦較較又爲半之勾圓差上弦較和也內減勾圓差上勾股較上〇餘沅丈〇爲半之勾圓差上弦較較也置股圓差上勾股較呱以半之勾圓差上弦較較乘之得呱坵寄左然後以半之股圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較得坑爲同數與左相消得

下式𝍫𝍧上法[illegible]下實得一百二十步即半徑也合問

草曰識別得平勾高股差名為角差副置角差上加七十七而半之得𝍠𝍧即極差也下減七十七而半之得𝍫𝍡即虛差也角差加極差得𝍡𝍭〇即通差也又極弦多於城徑步名為旁差副置角差上加旁差得𝍡𝍭〇為兩个高段上勾股較下減旁差得𝍠𝍡為兩个平段上勾股較也又副置極差上加旁差得𝍡𝍧為股圓差

上勾股較下減旁差丄○爲勾圓差上勾股較也　立天元一爲勾圓差依法求得通差加入天元得丨元丨丄○即大差也以天元乘之得丨丨丄元爲半段圓徑羃（寄左）　乃置大差丨元丨丄○內減股圓差上勾股較丄川餘有丨元川爲股圓差之勾於上再置天元內加勾圓差上勾股較丄○得丨元丄○爲勾圓差之股以乘上位得丨丨丄元丄川○爲同數與左相消得三卌丄川○上法下實得八十步即勾圓差也

又依前問見角差一百六十一步見明差東差併七十七步又見太虛弦較較六十步問荅同前

法曰前二數相減而半之得數加入半之太虛弦較較爲泛率以自乘爲平實置一百六十一內減二之泛率爲從一常法得平勾𝍮𝍣

草曰別得𝍮〇卽二東股也　立天元一爲平勾先以前二數相減而半之得𝍬𝍡〇爲虛差以虛差加東股得𝍯𝍡卽明勾也以明勾加天元

得𝍠元𝍮𝍡爲平弦以自之得𝍠𝍠𝍪𝍣元𝍫𝍧𝍬𝍣內減天元羃得𝍠𝍠𝍪𝍢元𝍫𝍧𝍬𝍣爲半徑羃（寄左）然後以天元加一百六十一爲高股以天元乘之得𝍠𝍠𝍮𝍠元爲同數與左相消得乂丨夫𝍫𝍧𝍬𝍣開平方得六十四步即平勾也

---

又法曰前數內加半之太虛弦較較以自乘爲實（案此語有誤當云倍角差加半太虛較以半太虛較乘之。○銳案當云倍前數內加半之太虛弦較較又以太虛弦較較乘之爲實）前數內減太虛弦較較爲從一常法開平方得平勾六十四此更

不用明差重差併也

草曰依前求平勾前高股內加重股得丨元𝍠𝍱𝍠

爲高弦也以自之得丨𝍡𝍫𝍠元𝍣〇𝍣𝍫於上位內減高

股冪丨𝍡𝍫元𝍠𝍫𝍡𝍫餘得𝍮元𝍠𝍣𝍮爲半徑冪寄左然後

以天元乘高股得丨𝍤元爲同數與左相消得

下𝍩𝍠〇𝍩𝍠𝍣𝍮開平方得六十四步即平勾也合

問

---

或問高差平差併一百六十一步明差重差併

七十七步問荅同前

法曰以前數自乘於上二數相併而半之以自乘減上位得數復自增乘爲平實前數自之於上又以四之前數乘之寄位以前數自之於上併二數而半之以自乘減上位得數又以四之前數乘之（案此下落又倍之三字）減於寄位爲從前數自之又四之於上又以四之前數爲羃加上位權寄以前數爲羃於上併二數而半之以自乘減上位得數復八之加上位（鋭案當云復八之於上）又以四之前數爲羃加入上位

併以減於樣寄爲常法（案或云二和併而自之又半之以減高平共差冪又四之得平勾𝍮𝍣爲常法亦同）

草曰識別得二位相併而半之得𝍠𝍩𝍨卽極差也　立天元一爲平勾加一百六十一得𝍠元 𝍠𝍮𝍠爲高股高股內又加天元得𝍡元 𝍠𝍮𝍠爲極弦以自之得𝍣 𝍥𝍬𝍣元 𝍡𝍭𝍨𝍪𝍠於上內減極差冪一萬四千一百六十一餘𝍣 𝍥𝍬𝍣元 𝍠𝍩𝍦𝍮〇爲兩段極積合以極弦除不除寄爲母便以此爲城徑以自增乘得𝍩𝍥 𝍭𝍠𝍭𝍡 𝍭〇𝍰𝍧𝍩𝍥 𝍩𝍤𝍩𝍣𝍮𝍧𝍰〇元 𝍠𝍫𝍧𝍪𝍨𝍯𝍥〇〇爲圓徑冪（內有極弦冪分母寄左）

然後以天元乘高股又四之得𝍢𝍥𝍡元又以分

母極弦冪𝍢𝍥𝍡元𝍠𝍰𝍠𝍥通之得𝍠𝍮𝍣𝍥𝍣𝍡𝍯𝍡𝍦〇𝍡𝍯𝍡𝍧太爲同

數與左相消得𝍫𝍦〇𝍢𝍧𝍢𝍤𝍠𝍡元𝍨𝍱𝍦𝍧開平方得六十四步

卽平勾也合問

或問見明和二百七步重和四十六步問荅同

前

法曰二和上下相減數同則止名爲泛率又

以二和直相減餘爲泛實（此則角差也）乃以泛率

除泛實所得爲差率也以差率加減泛率若

半訖與勾股相應者其泛率便爲和率其泛實便爲較率乘和率也若不相應則直取差率以消息之定爲相管和率（其勾股數少得見弦黃而相爲率者勾三股四則其和七而其較一也勾五股十二則其和一十七而其較七也勾八股十五則其和二十三而其較亦得七也勾七股二十四則其和三十一而其較一十七也勾九股二十則其和二十九而其較一十一也此消息之大略也餘皆倣此。〔銳案〕此有誤當作勾九股四十則其和四十九而其較三十一也若勾九股二十則各自爲羃開方求弦尚有奇賸與上得見弦黃之文不相應矣）乃以和率約二和其明和所得爲明壘率其叀和所得爲叀壘率

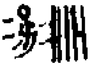
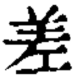
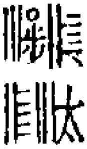
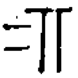
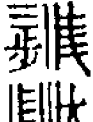
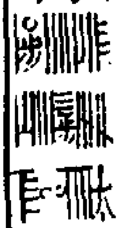
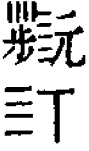
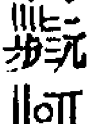
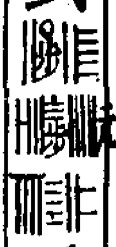
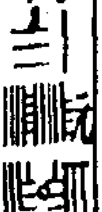
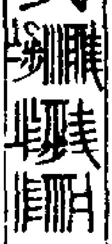
也又副置和率上加差率而半之則爲股率也下位減差率而半之則爲勾率也既見勾股及差三率各以疊率乘之即各得勾股及差之眞數也

案此用約分以勾股率數求之甚爲省便然必兩數度盡而得數最小者方可用若兩數不能度盡或既度盡而得數尚大者轉屬繁難故又設後法

又法二一云數相併以自乘於上二之云數相乘

又四之以減上位爲實二云數相併以六步半乘之於上又二數相併以四步半乘之又四之以併入上位爲從方以七十步。四分三釐七毫五絲爲常法得東小差四步

草曰以二和相約命得東卒一明卒四步半其兩數大小差卒並同又別得明小差東大差俱爲半虛黃也　立天元一爲東小差以四步半乘之得𝍣步𝍭爲東大差也又爲明小差又爲半虛黃置此東大差又以四步半乘之

得爲明大差也其四差相併得減於三和併得即兩段太虛大小差併也內加三段虛黃方得合成一个太虛三事和即圓城徑也以自增乘得爲徑冪寄左　乃置叀和加半虛黃得爲平勾叉置明和內加半虛黃得爲高股勾股相乘得下式又四之得爲同數與左相消得下式開平方得四步即叀小差也合問

或問明叀二勾共八十八步明叀二股共一百六十五步問荅同前

法曰先識別得二大差共二小差共及四差共乃以二大差二小差相乘爲實以四差共爲法如法得半之虛黃方一十八

草曰先置前後云數以約法約之得一十一卽疊率也復各置前後數如疊率而一前得八卽勾率也後得一十五卽股率也再以勾股率求得較率七和率二十三弦率一十七

黃方率六大差率九小差率二一既見諸率各

以疊率乘之其二和共得𝍠𝍫𝍣二一較共得𝍮𝍦二

弦共得𝍠𝍫𝍦二黃共得𝍮𝍥二大差共得𝍫𝍨二小差

共𝍪𝍡[illegible]共𝍠𝍩𝍠已上皆爲明直所得之共數

也乃立天元一爲半虛黃便爲明小差又爲

直大差也以減於大差共得𝍠𝍥𝍫𝍨即明大差

也又以減於小差共得𝍠𝍥𝍪𝍡即直小差也以

二數相增乘得𝍠𝍠𝍥𝍫𝍨（寄左）以天元冪與寄

左相消得𝍠𝍩𝍫𝍨上法下實得一十八步即半

之虛黃方也以倍之得𝍫𝍥又加於二黃共六十六共得一百二即明勾重股共也又爲極黃方又爲虛弦也又以三十六減於一百八十七餘一百五十一即明股重勾共也此數內減虛弦餘𝍬𝍨爲明重二差較也此名旁差以旁差減二弦共一百八十七餘得𝍠𝍰𝍨即太虛和也却加入虛弦一百二并得𝍠𝍱〇爲太虛三事和即圓城徑也合問

又或以虛黃方加於二和共二百五十三得𝍠𝍰𝍨

爲極弦也以旁差減極弦餘二百四十步亦同

又或前後副置勾股較和弦黄六率在地前以小差率二因之則勾得𝍥股得𝍫〇較得𝍪𝍣和得𝍫𝍥弦得𝍫𝍣黄得𝍩𝍡即叀段各數也後以大差率九因之則勾得𝍪𝍦股得𝍠𝍫𝍤較得𝍠〇𝍧和得𝍠𝍮𝍡弦得𝍠𝍭𝍢黄得𝍭𝍣即明段各數也既得明叀各數餘皆可知（案此因明弦即皇極弦勾弦差叀弦即皇極弦股弦差故以小差率乘各率即得叀段各數以大差率乘各率即得明段各數也）

〔案〕右二卷明叀前十八問後十六問在集中尤爲神妙惜其中有偶爾思省未至者亦未暇修飾故耳

---

敬齋先生測圓海鏡細草卷第八

元和李銳覆校

步與丙相會丙云我南行步多於甲東行二百八十步問荅同前

法曰以云數差乘云數併爲實倍多步爲從二爲平隅得大勾三百二十

草曰立天元爲大平（案大平即大勾）加差得𝍠元𝍡𝍰〇爲股倍天元乘之得𝍡𝍤𝍮元爲二積寄左然後以斜步多步步併𝍨𝍮〇與斜步多步步較𝍣〇〇相乘得𝍢𝍰𝍣〇〇〇爲同數與左相消得𝍡̸𝍤̸𝍮元𝍢𝍰𝍣〇〇〇開平方得三百二十步卽大勾也合問

或問甲乙二人共立於艮隅乙南行過城門而立甲東行望乙與城參相直而止丙丁二人共立於坤隅丁向東行過城門而立丙向南行望丁及甲乙悉與城俱相直丙復就甲斜行六百八十步與甲相會乙丁又云吾二人直行共得三百四十二步問荅同前

法曰二云數相乘倍之爲實倍斜行於上以二云數相減加上位爲從一步常法開平方得城徑

草曰別得斜步卽大弦也其共步則一徑一虛弦共也其二數相併爲一大和一虛弦共數也立天元爲徑減於共步得𝍠元𝍡𝍱𝍡爲虛弦也以虛弦復減於天元得𝍡元𝍡𝍱𝍡爲虛和以斜步乘之得𝍠𝍫元𝍢𝍫𝍠寄左　乃以天元加斜步得元𝍣〇爲大和以虛弦乘之得十𝍢𝍫元𝍡𝍫𝍠〇爲同數與左相消得十𝍣𝍧𝍤𝍤𝍤〇開平方得二百四十步卽城徑也合問

或問甲從北門向東直行庚從西門穿城東行

丙從西門向南直行壬從北門穿城南行四八遙相望悉與城參相直只云甲丙相望處六百八十步庚壬穿城共行了六百三十一步問荅同前

法曰共步自之得數以共步減斜餘自乘以減上爲實二之斜步加入共步減斜餘數爲從一步常法得城徑

草曰共行步爲一徑與皇和共也又爲大和皇弦差也甲丙相望卽大弦也以共步減大

弦餘𝍢𝍱為皇極弦上減一徑也立天元一為圓徑減於共步得（𝍠元 𝍮𝍢𝍩）為皇極和也以自之得（𝍠 𝍩𝍥元 𝍡𝍧𝍦𝍩）於上弦內減共步餘（𝍢𝍫）又以天元加之為皇弦以自之得（𝍠 𝍰𝍧元 𝍡𝍬〇𝍠）減上位餘得（𝍩𝍥元 𝍡𝍧𝍦𝍩）為兩个皇直積寄左　乃以天元乘皇弦得下式（𝍠 𝍢𝍫元）為同數與左相消得（𝍠 𝍰〇𝍰元 𝍡𝍧𝍢𝍢𝍦）平方而一得二百四十步即城徑也合問

---

## 敬齋先生測圓海鏡細草卷第九上

元和李銳覆校

# 測圓海鏡細草卷第九下

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 大和八問

或問庚從西門穿城東行二百五十六步而立壬從北門穿城南行三百七十五步而立又有甲丙二人俱在乾隅甲向東行丙向南行各不知步數而立四人遥相望只云甲丙共行了九百二十步問荅同前

法曰庚東行纍壬南行纍相併於上併庚壬

步而倍之內減大和餘復減於庚壬共得數（案或云併庚壬步以自乘減上位爲平實併以減大和亦同）庚壬步爲益從半步爲隅法得城徑

草曰立天元一爲圓徑以半之副置二位上以減於庚東行得下〇𝍰元|≡丅爲平弦也下以減於壬南行得〇𝍰元||⊢||||爲高弦也二弦相併得𝍰元⊥|||⊢爲皇弦虛弦共也倍此數得𝍰元|⊢爲大弦虛弦共也以大弦虛弦共減於大和餘|元||𝍫⊢爲虛勾虛股共也天元內減虛勾虛股共餘

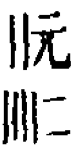
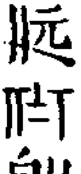
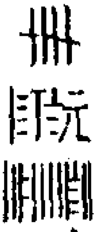
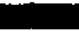
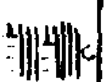
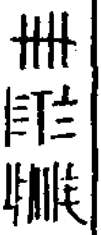
𝍠元𝍠𝍰𝍠𝍠即虛弦也復置皇弦虛弦其內減虛弦餘〇元𝍠𝍰𝍧即皇極弦也以自之得〇元𝍰𝍡𝍱𝍠太寄左然後以平弦自之得下式〇𝍡𝍭𝍡𝍦元𝍣𝍰𝍠𝍬為勾冪也又以高弦自之得〇𝍡𝍭𝍠𝍡𝍢元𝍥𝍥𝍤為股冪也二冪相併得〇𝍤𝍮𝍢元𝍠𝍰𝍥為同數與左相消得〇𝍭𝍥𝍫𝍩𝍡𝍬𝍤平方而一得二百四十步即城徑也合問

或問甲丙俱在西北隅甲向東行不知步數而立丙向南行望見甲就甲斜行與甲相會甲直行丙直行共九百二十步（甲步少於丙步）又出東

門南行有柳樹一株出南門東行有槐樹一株戊己二人同在巽隅戊就柳樹己就槐樹亦與甲乙遥相望只云己行少於戊行數與兩樹相距數相併得一百四十四步其二數相減餘六十步問荅同前

法曰二云數相併而半之爲虛弦以乘大和九百二十步於上以一百四十四減大和以虛較乘之減上位爲平實以一百四十四減大和又二之於上以二之虛較減上位（案或云倍）

甲丙直行共加己戊較與兩樹距之較　爲從
減三之己戊較與兩樹距之和亦同
四虛隅得太虛勾四十八
草曰別得甲丙直行共即大和也戊就柳樹
步即虛股也己就槐樹步即虛勾也其一百
四十四步即二明勾其六十步即二東股也
立天元一爲虛勾加明勾得𝍠元𝍯𝍡爲半徑也
倍之得𝍡元𝍠𝍬𝍣即城徑也（又爲虛弦上三事和）二云數相
并而半之得𝍠〇𝍡即小弦也相減而半之得𝍣𝍪
即小較也以天元加較得𝍠元𝍣𝍪即小股也小

勾股共得即小和也以小三事減大和得即大弦也乃先置小和以大弦乘之得下式寄左次以小弦乘大和得與左相消得下式開平方得四十八步即虛勾也加明勾又倍之得二百四十步即城徑也合問

或問甲從乾隅東行乙從艮隅南行丙從乾隅南行丁從坤隅東行四人遙相望見既而甲還至艮隅就乙丙還至坤隅就丁甲丙直行

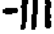
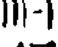
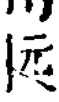
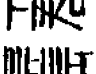
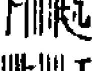
共九百二十步甲還就乙共二百三十步丙還就丁共五百五十二步問荅同前

法曰併就數以減直行共復以所併就數乘之爲實併就數減直行共得數復加入直行共爲法得虛弦

草曰別得甲丙直行共爲大和也甲還就乙步爲小差勾股共也丙還就丁步爲大差勾股共也以大差勾股共減於大股餘卽虛勾也以小差勾股共減於大勾餘卽虛股也二

數相併得𝍮𝍧𝍪爲大弦虛弦共也二數相減餘𝍡𝍪𝍡爲通差及太虛勾股差共也又併二數而半之得𝍡𝍫𝍠爲皇極弦虛弦共又爲皇極勾股共也立天元一爲虛弦先以二共數減於大和餘𝍠𝍪𝍢爲虛勾虛股和於上次以虛弦減於二共數餘𝍠元𝍮𝍧𝍪爲大弦以乘上位得下（𝍠〇𝍣𝍮元）寄左然後以天元乘大和得（𝍫𝍠〇元）爲同數與左相消得（𝍠〇𝍣𝍮）（𝍠〇𝍫𝍡）上法下實得一百二步卽虛弦也加入虛和得二百四十步卽城徑也合問

又法倂云數減大和復以云數相減乘之爲實倂云數減大和得數復加入大和爲法如法得虛差四十二

草曰立天元一爲虛較先以倂云數減大和餘爲虛和於上次以天元減於得爲通差以乘之得寄左然後以天元乘大和爲同數與左相消得上法下實得四十二步卽虛差也副置虛和爲二位上加虛差而半之得九十卽虛股也下減虛差而

半之得四十八即虛勾也勾冪（𝍪𝍢〇𝍣）股冪得（𝍠𝍪〇𝍰𝍥）相併得（𝍠𝍬𝍣〇〇）開平方得一百二十步即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云股圓差上勾弦差二百一十六勾圓差上股弦差二十步問荅同前

法曰以云數二十步減通和復以二十步乘之於上以云數二百一十六減九百步（案即二差以減大和）而半之乘上位爲立實三因二十步以減通和得八百六十以二百一十六減通

和而半之（銳案此有脫文當云以二百一十六及二十共得二百三十六減通和而半之）得三百四十二數相乘訖內減二十之九百步又以三百四十二及二百一十六共得五百五十八又二之（銳案當作又二十之）以減之爲從方（案取從方內語有誤當云三因小差減大和併二差減大和半之相乘於上三因大和加大差減三之小差半之以小差乘之得數減上位爲從方）以二百一十六（銳案一當作三）減通和又以三之二十步減通和相併於上以二之五百五十八內却減二十步餘以減上位爲益廉（案取益廉內語亦有誤當云三

（因大和減六之小差爲益廉也）四步常法得小差股一百五十

草曰別得小差上股弦差𝍡〇加二股爲大勾也大差上勾弦差𝍡𝍩𝍥加二勾爲大股也　立天元一爲小差股加𝍡〇得𝍠元𝍡〇爲小差弦也小差弦上又加天元得𝍡元𝍡〇爲通勾以減於和步得𝍡元𝍱〇〇爲通股也通股內減𝍡𝍩𝍥得𝍡元𝍥𝍰𝍣半之得下式𝍠元𝍢𝍬𝍡卽大差之勾也大差勾上又加𝍡𝍩𝍥得𝍠元𝍤𝍭𝍧爲大差弦也再置通股以小

差弦乘之得卄𝍫元⊥○○以天元除之得卄𝍫太⊥○○爲一个大弦也（寄左）再置通勾以大差弦乘之得卄𝍣元𝍡○合以大差勾除不除寄爲母便以爲大弦（寄左）乃以大差勾乘之（寄）得川𝍣元𝍢○𝍢○○爲同數與左相消得川𝍣○𝍣𝍢○𝍢○○益積開立方得一百五十步爲小差股也合問

或問依見前大和只云高弦平弦共得三百九十一步高弦平弦相較得一百一十九步問

荅同前

法曰以較數冪減於共數冪又半之爲實以共數減大和爲益從一常法開平方得圓徑草曰別得高弦減於通股爲邊股內減明股也平弦減於通勾爲邊勾內減明勾也其共數卽大弦內減皇極弦又爲皇極勾股共也其相較步卽皇極差也二云數相併得𝍣𝍮〇卽黃廣弦也二云數相減餘卽黃長弦也以共數減於大和餘𝍣𝍮𝍧爲皇極弦圓徑共立天元一爲圓徑以減於𝍣𝍮𝍨爲皇極弦也以共數自

之得𝍱𝍡𝍧於上以相較數自之得𝍱𝍢減上位餘

𝍰𝍦𝍣𝍥又半之得𝍣𝍯〇爲兩段皇極積（寄左）乃以天

元乘皇極弦得卜𝍤𝍦元爲同數與左相消得下

𝍠𝍣𝍦𝍦𝍣𝍦〇開平方得二百四十步郎城徑也合

問

---

或問依前見大和只云大差弦四百〇八步小

差弦一百七十步問荅同前

法曰以併云數減大和復以乘大和又倍之

爲平實三之通和於上又以併云數減大和

加上位爲從二步虛法得圓徑

草曰大差弦減和步餘𝍣𝍩𝍡爲大勾大差勾共也以小差弦減大和餘𝍮𝍣爲大股小差股共也云數相併𝍣𝍩𝍦即大弦內減虛弦也云數相減得𝍡𝍫𝍦爲虛弦平弦共也（案此二語因數偶合而誤見前。銳）（案此數偶合於新設四率俱不通下問草同）以相併數減於大和餘𝍢𝍬𝍡爲大差勾小差股共又爲圓徑虛弦共也立天元一爲圓徑減於𝍡𝍫𝍡得𝍡元𝍡𝍫𝍡爲虛弦也返以減於圓徑得𝍠元𝍢𝍬𝍡爲小和也以天元

減大和得𝍮元𝍫𝍡〇爲大弦以乘小和得卄‖𝍥元[illegible]

（寄左）乃再置虛弦以通和乘之得𝍫𝍡〇元[illegible]與左

相消得卄𝍫𝍠〇𝍪[illegible]開平方得二百四十步即城

徑也合問

或問依前見大和只云黃廣弦五百一十步黃

長弦二百七十二步問荅同前

法曰云數相併減大和復以相併數乘之爲

實云數相併減大和得數復以加大和爲法

得虛弦一百二

草曰別得黃廣弦又爲大差弦虛弦共又爲邊股東股共也黃長弦又爲小差弦虛弦共又爲底勾明勾共也以黃廣弦減於大股餘𝍱〇卽虛股以黃長弦減於大勾餘𝍫𝍧卽虛勾故併數以減於大和餘𝍠𝍪𝍧爲虛和也以虛和減徑卽虛弦也二云數相併得𝍦𝍰𝍡爲大弦虛弦共也云數相減餘𝍡𝍪𝍧爲虛弦平弦共（此句誤）（同上）立天元一爲虛弦以減於七百八十二得𝍠̸元𝍯𝍧𝍪爲大弦也以小和乘之得𝍠𝍪𝍧元𝍠𝍦𝍱𝍡寄左乃

以天元虛弦乘大和得𝍱𝍡〇〇太爲同數與左相

消得𝍠〇𝍢𝍰𝍠〇𝍨𝍯𝍥上法下實得一百二十步卽虛弦也

合問

或問依前見大和只云邊弦五百四十四步底

弦四百二十五步問荅同前

法曰云數相減自之爲實以大和減併數爲

法得皇極弦𝍡𝍰𝍨

草曰別得以邊弦減大股餘訂爲半徑內減

平勾又爲平弦內減勾圓差也以大勾減於

底弦餘𝍠〇𝍣爲高股內少半徑又爲股圓差內少高弦也二云數相併得九百六十九爲大弦皇極弦共也二云數相減𝍠𝍩𝍨爲皇極勾股差也併數內減通和餘𝍬𝍨爲皇極弦內減圓徑也立天元一爲皇極弦以自之於上以一百一十九自之得𝍠𝍬𝍠𝍮𝍠減上位得𝍠〇元𝍠𝍬𝍠𝍮𝍠̸爲二皇積（寄左）復置天元內減四十九得下式𝍠元𝍬𝍨̸爲黃方復以天元乘之得𝍠𝍬𝍨̸與左相消得𝍬𝍨𝍠𝍬𝍠𝍮𝍠̸上法下實得二百八十九步卽皇極

弦也內減四十九餘卽城徑也合問

案右大和八問每問於大和外復設二數然多有大和外設一數卽可求者細考其法草所載皆三數竝用婉轉求之蓋意在發明三數取用之理非不知其可省也

---

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第九下

# 測圓海鏡細草卷第十

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 三事和八問

或問甲乙同立於乾隅乙向東行不知步數而立甲向南直行多於乙步望見乙復就東北斜行與乙相會二人共行了一千六百步又云甲南行不及斜行八十步問荅同前

法曰共步內減四之小差復以自之於上以十八个小差冪減於上爲實四之共步內減

十六个小差於上却以十八小差加上爲益從四步常法開平方得中差𝍡𝍰〇

草曰別得其步爲三事和也不及步即小差也立天元一爲中差加二之小差得𝍠元𝍠𝍮〇爲大小差併以加入三事和得𝍠元𝍠𝍯𝍥〇爲三弦也倍三事得三千二百內去大小差併得𝍠元𝍢〇𝍣〇爲三和也內減三弦餘𝍡元𝍠𝍪𝍧〇爲三个黃方以自之得𝍣𝍤𝍩𝍡元𝍠𝍮𝍢𝍰𝍣〇〇爲九段黃方冪寄左　再置天元中差加小差得𝍠元𝍰〇爲大差以小差𝍰〇乘

之得𝍮𝍫元𝍮𝍣〇〇為半个黃方羃就一十八之得𝍠𝍫𝍡𝍥〇元𝍪𝍢〇〇為同數與左相消得𝍣𝍮𝍣𝍥〇𝍠𝍫𝍡𝍥〇〇開平方得二百八十步即中差也其餘各依法求之合問

或問依前三事和又云大差三百六十步問荅同前

法曰倍云數以云數乘之又九之於上倍云數加三事和為前數倍云數減二之三事和為後數二數又相減餘一百六十為泛率以自乘減上位為平實十八之云數內又加四

之泛率爲從四常法得中差𝍡𝍰〇

草曰立天元一爲中差置云步倍之內減天元得十𝍯𝍠太爲大小差共數加於三事得𝍠元𝍰𝍡〇爲三弦也倍三事內減大小差共數得下式𝍠元𝍰𝍧〇爲三和也內又減三弦得𝍠元𝍠𝍮〇爲三个黃方面也以自之得𝍣𝍮𝍢元𝍠𝍰𝍥〇〇爲九段黃方冪寄左 再以天元減大差得下式𝍠元𝍠𝍮〇爲小差又倍之得𝍡元𝍫𝍡〇以云數乘之得下式𝍯𝍠元𝍠𝍰𝍧〇〇又就分九之得下式𝍮𝍡𝍯元𝍠𝍯𝍦𝍰與左相消得下式𝍣

𝍯𝍧〇𝍨〇〇開平方得二百八十步即中差也合問

或問依前見三事和又云中差二百八十步問

荅同前

法曰和步加差步以自乘於上又和步內減差步以自乘加上位爲平實四之和步爲益從二步益隅得大弦𝍥𝍫〇

草曰立天元一爲大弦減其步得𝍠元𝍠𝍮〇〇爲和副置之上位減差步得𝍠元𝍰𝍡〇爲二勾以自之得𝍠𝍨元𝍨𝍣〇爲四段勾冪也下位加差步得元

𝍢𝍮〇爲二股以自之得𝍠 𝍡𝍮元 𝍣𝍧𝍥𝍮〇爲四段股冪也

二位相併得𝍡 𝍣𝍰〇元 𝍤𝍧𝍧𝍮〇爲四段弦冪（寄左）然後

以天元自之又四之與左相消得𝍡𝍩 𝍣𝍰〇 𝍤𝍧𝍮〇開

平方得六百八十步即大弦也倍之以減於

三事和餘即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差大差併四百四

十步問荅同前

法曰併前後二數三而一爲弦反以減共步

得數又以減弦得城徑

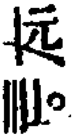
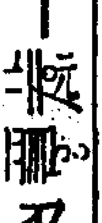
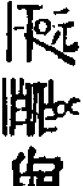
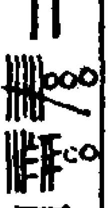
草曰二數相併得𝍠𝍧𝍨〇三而一得𝍥𝍢〇即弦也以弦減三事和得𝍰𝍦〇即和和也弦和和又相減餘二百四十步即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差中差大差共七百二十問荅同前

法曰半云數自之又三之於上以三事減上位爲平實倍三事於上半云數而五之加上位爲益從二常法得小差八十（案以三事減上位有誤此係偶合三事之數耳當云加半段三事爲又倍三事和加大差復以大差乘之減上位爲

平實○（銳案此數偶合當云半云數加三事又自之以三事冪加五減之餘以減上位爲平實）

草曰別得三差共爲二大差也立天元一爲小差併大差加入三事得丨元⊥丅○爲三弦也以自之得丨𝍢𝍣元𝍢𝍣𝍥○爲十八積九較冪（寄起）又以共三事步自之得𝍣𝍠太於上又以天元小差乘大差倍之得𝍡元加於上爲十二積四較冪又加五（案即三因二歸）得𝍡𝍦元𝍢𝍣𝍢○○○爲十八个直積六个較冪以減寄起餘得丨𝍣𝍠元𝍡𝍥○○爲三个較冪（寄左）然

後以天元小差減大差得爲中差以自之得又三之得下式與寄左相消得平方而一得八十步卽小差也餘各依數求之合問

或問依前見三事和又云明黄方叀黄方共六十六問荅同前

法曰三事內加二之共步復以二之共步乘之於上位三事內減二之共步復以二之共步乘之得數減上位爲平實三事內加二之

共步又倍之於上又三（案三當作六）之共步加上位爲泛寄三事內減二之共步又四之於上又三（案三亦當作六。銳案此二案竝非作三是也）之共步減上位得數以減泛寄爲從作十八段虛平方開之得虛黃方（訂）

---

草曰別得共步即虛大小差也立天元一爲虛黃方以三之加入倍之共步得‖元丨⊟‖爲圓徑也以圓徑加三事得‖元丨卜丨卜爲二通和以圓徑減三事得‖元丨卜卜爲二通弦又副置圓徑上

加天元得（[illegible]元[illegible]）爲二虛和下減天元得（[illegible]元[illegible]）爲二虛弦乃置二大和以二小弦乘之得下丅（[illegible]元[illegible]）寄左然後置二大弦以二小和乘之得下式（[illegible]元[illegible]）與左相消得（[illegible]）開平方得三十六步卽虛黃方也其餘各依法求之

合問

或問依前見三事和叉云皇極弦二百八十九步問荅同前

法曰二數相乘爲實從空一益隅得大弦[illegible]

草曰立天元一爲通弦內減皇弦餘𝍠元𝍠𝍰𝍧̸爲皇極勾股和以自之得𝍠𝍣𝍮𝍦̸元𝍫𝍨𝍥於上以皇極弦冪減上位得𝍠𝍣𝍮𝍦̸元爲二直積合以皇弦除之不除寄爲母便以此爲城徑（寄左）乃以二之天元弦減共步得𝍡̸𝍮〇〇太爲黃方面以皇弦通之得𝍣𝍦元𝍣𝍰〇〇太與左相消得𝍠〇𝍣𝍰〇〇開平方得六百八十步即大弦也合問

或問依前見三事和又云見太虛弦一百二步問荅同前

法曰半虛弦乘三事爲實三事爲從四虛隅翻開之得半大弦𝍢𝍫。

草曰識別得以虛弦減大弦半之爲皇極弦以虛弦加大弦半之爲皇極勾股共也立天元一爲半大弦以二之內減虛弦得𝍠元𝍠〇𝍡𝍮折半得𝍠元𝍣乀爲皇極弦也又以虛弦加大弦而半之得𝍠元𝍣𝍩爲皇極和也和自之得𝍠𝍠〇𝍡元𝍡〇𝍠於上又以弦自之得𝍠𝍠〇𝍡元𝍡〇𝍠減上位餘得下𝍠〇𝍡元爲二直積合以皇極弦除之不除寄爲分

母便以此爲城徑（寄左）然後以四之天元減

三事共餘𝍣元𝍠𝍥〇又以皇極弦分母通之得𝍣

𝍠〇𝍢元𝍥𝍡〇爲同數與左相消得𝍣𝍠𝍥〇𝍥𝍡〇倒積開得

三百四十步倍之即大弦也合問

---

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十

# 測圓海鏡細草

# 測圓海鏡細草卷第十一

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 雜糅一十八問

或問城南有槐樹一株城東有柳樹一株甲出北門東行丙出西門南行甲丙槐柳悉與城參相直既而丙就柳行五百四十四步至柳樹下甲就槐行四百二十五步至槐樹下問

荅同前

法曰甲就步自之於上以二行相減數自之

減上位爲實二之二行相減數併入二之甲就步爲從一步常法得平弦ㅌ丁

草曰別得丙就步爲邊弦也甲就步爲底弦也邊弦卽皇弦高弦共也底弦卽皇弦平弦共也二行相併卽大弦皇弦共也二行相減卽皇極勾股較也倍皇弦以減於大弦餘卽虛弦也倍皇弦內減邊弦餘卽叀弦也倍皇弦內減底弦餘卽明弦也皇極弦加一差（案一差卽皇極勾股較）則大差弦也內減一差則小差弦

也立天元一爲平弦加一皇極勾股差得𝍠元𝍠𝍩𝍨即高弦也高弦自之得𝍠𝍡𝍫𝍧元𝍠𝍬𝍠𝍮𝍠內加天元冪得𝍡𝍡𝍫𝍧元𝍠𝍬𝍠𝍮𝍠爲皇弦冪（寄左）然後以天元減底弦得下式𝍠̸元𝍣𝍪𝍤自之得𝍠𝍧𝍭̸〇元𝍩𝍧〇𝍥𝍪𝍤爲同數與左相消得𝍠̸𝍠〇𝍰𝍧̸𝍠𝍮𝍥𝍬𝍥𝍬開平方得一百三十六步即平弦也餘各依法求之合問

或問出南門東行有槐樹一株甲出北門東行斜望槐樹與城相直就槐樹行二百七十二步出東門南行有柳樹一株丙出西門南行

斜望柳樹與城相直就柳樹行五百一十步

問荅同前

法曰云數相併而半之以自乘於上半丙斜行以為冪半甲斜行以為冪併二冪減上位為實併云數為益從一步平隅得虛弦𝍠〇𝍡

草曰別得丙斜行為黃廣弦也亦為兩个高弦也此勾則城徑也甲斜行即黃長弦也亦為兩个平弦也此股則城徑也二數相併得𝍮𝍧𝍪即大弦虛弦共也二數相減餘𝍡𝍧即兩个

皇極差也二數相併而半之得[illegible]即皇極和也立天元一爲虛弦以減於皇極和得[illegible]太即皇極弦也以自之得丨[illegible]元[illegible]爲皇弦冪寄左然後以高弦自之得[illegible]以平弦自之得[illegible]二自乘數相併得[illegible]與左相消得丨[illegible]。開平方得一百二即虛弦也合問

或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅南行一百五十步望見甲復斜行五百一十步與甲相會問荅同前

法曰斜行自之於上倍南行減斜餘自之以減上爲實倍南行減斜又四之爲從八步常法平方得半徑

草曰別得南行卽小差股斜行卽黃廣弦也小差股內減半徑餘卽半个黃廣積上股弦差也全徑卽其勾也立天元一爲半城徑減於乙南行倍之得𝍡元‖〇〇卽一个黃廣積上股弦差也以減於斜行步餘‖元丨卜〇卽股也自之得[illegible]爲股冪也又倍天元以自之爲大

勾冪加入大股冪得下丌丨丅元丨丰〇寄左然後以

斜行冪丨丨〇與寄左相消得下式丌丌三〇丨丅〇開平

方得一百二十步即半徑也合問

---

或問乙從艮隅東行不知遠近而止甲從坤隅

東行一百九十二步望見乙復斜行二百七

十二步與乙相會問荅同前

法曰倍東行減斜行得數自爲冪以減於斜

行冪爲平實倍東行減斜行又四之爲從八

益隅翻法開平方得半徑

草曰別得甲東行即大差勾也斜行則黃長弦也大差勾內減半徑餘即半个黃長積上勾弦差也全徑即其股也立天元一爲半城徑減甲東行倍之得𝍡̸元𝍢𝍰𝍣即一个黃長積上勾弦差也以減於斜行步得𝍡元𝍠𝍩𝍡̸即黃長勾也以自之得𝍣𝍣𝍬𝍧̸元𝍠𝍪𝍤𝍬𝍣爲勾冪於上倍天元以自之加上位得下式𝍧𝍣𝍬𝍧̸元𝍠𝍪𝍤𝍬𝍣爲弦冪寄左然後以斜行冪𝍦𝍫𝍨𝍰𝍣爲同數與左相消得𝍧𝍣𝍬𝍧̸𝍥𝍩𝍣𝍬̸〇平開得一百二十步即半城徑也合問

或問甲從坤東行一百九十二步丙從艮南行一百五十步望見之問荅同前

法曰二行相乘倍之爲平實如法得圓徑

草曰別得甲行卽大差勾丙行卽小差股此二數相乘恰與大小差相乘正同如法相乘訖倍之得〇元𝍤丅〇〇爲圓徑冪寄左然後立天元爲圓徑以自之與左相消得卜〇𝍤丅百開平方得二百四十步卽城徑也合問

又法以二行相減數減於二行相併數餘者半

之於上復以二行相減數加於上即城徑

草曰別得甲東行減於徑爲虛勾也丙南行減於徑爲虛股也二行共爲一徑一虛弦共也二行相減即虛和也以相併數相減數又相減即兩个虛弦也如法求得虛和即虛弦𝍠〇𝍡相併得𝍡𝍫〇即城徑也合問

（案）又法未合蓋以二行相減爲虛較而草中誤以爲虛和也其義甚淺非難知者是殆偶爾之遺忘然可以決其爲當日未定

之橐矣

或問出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四步望塔正當城徑之半問荅同前

法曰二行相乘爲平實一步常法得半徑

草曰別得二百二十五步爲高股此乃半徑爲勾之股也其六十四步爲平勾此乃半徑爲股之勾也二數相併卽皇極弦也二數相減卽中差內去皇極差也又別得二行相乘

恰是半徑冪一段此與半梯頭相乘其意正同今且以弦上容圓取之立天元一爲半徑副之上加南行得𝍠元𝍡𝍪𝍤爲股也下加東行步得𝍠元𝍮𝍣爲勾也勾股相乘得𝍠𝍡𝍰𝍨元𝍠𝍬𝍣〇〇爲大直積以天元半徑除之得𝍠元𝍡𝍰𝍨𝍠𝍬𝍣〇〇爲勾股和寄左然後併勾股得𝍡元𝍡𝍰𝍨與左相消得𝍠̸〇𝍠𝍬𝍣〇〇開平方得一百二十步卽半徑也合問

或問丙從乾隅南行丁從艮隅亦南行甲從乾隅東行乙從坤隅亦東行各不知步數四人

悉與城相直只云丙行丙減丁行餘四百五十步甲行丙減乙行餘一百二十八步問荅同前

法曰二行相乘爲實一步常法得城徑

草曰別得丙行即大股丁行即小差之股也甲行即大勾乙行即大差之勾也其𝍣𝍭○即黃廣股其𝍠𝍪𝍧即黃長之勾也立天元一爲城徑先置黃廣股𝍣𝍭○爲股方差以𝍠𝍪𝍧爲勾方差以乘之得𝍤𝍯𝍥○○爲城徑冪寄左　然後以天元冪與

左相消得下式十○卌開平方得二百四十

步合問

或問出南門東行有槐樹一株出東門南行有柳樹一株丙丁二人同立於坤隅甲乙二人同立於艮隅丁直東行至槐而止乙直南行至柳而止丙直南行甲直東行四人遙相望見只云丙行多於丁行一百六十八步乙行多於甲行七十步問荅同前

法曰云數相乘爲實二數相減又半之爲法

得城徑

草曰別得皿卽大差勾股較也其丄〇卽小差

上勾股較也二數相併爲大差弦內減小差

弦也二數相較又半之爲皇極弦與城徑差

也二數相併而半之卽皇極差也立天元一

爲圓徑二云數相減又半之加天元得丨元|||≡

爲極弦也併二數而半之得|皿爲極差也副

置極弦上位加極差得丨元皿爲弦較和也下

位內減極差得丨元文〇爲弦較較也上下相乘

得丨三川元川丄〇爲二直積（寄左）然後以天元一乘

極弦得下式丨川元爲同數與左相消得川夫川丄〇

上法下實如法而一得二百四十步即城徑

也合問

或問甲從坤東行丙從艮南行適相見斜行一

百二十步甲丙相會丙云我南行不及汝四十

二步問荅同前

法曰二數相併以斜行乘於上二數相併而

半之以乘相併數減上位爲平實併二數又

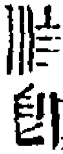
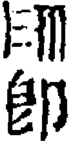
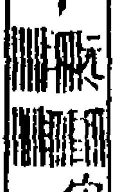
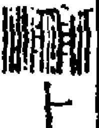
倍之為從（〔銳案〕倍之下有脫文當云併二數又倍之於上併二數又加斜行以減上位為從）一步常法得虛勾

草曰別得一百二十二步卽虛弦四十二步卽虛較也又斜行得虛股為甲東行此便為大差勾也斜行步得虛勾為丙南行此便是小差股也立天元一為虛勾加斜行步得丨元𝍠〇𝍩為小差股也以不及步加於小差股得下式丨元𝍱𝍣為大差勾也勾股相乘得丨𝍠𝍱𝍥元𝍱𝍤𝍰𝍧為半段黃方冪寄左然後再置虛勾加不及步得丨元

𝍣𝍪爲虛股又加入天元得𝍠元𝍣𝍪爲虛和又加入虛弦得𝍠元𝍠𝍬𝍣爲圓徑以自之得𝍣𝍡𝍰𝍧元𝍡〇𝍦𝍫𝍥又半之與寄左相消得𝍠𝍢𝍪𝍢𝍰〇平方開得四十八步即虛勾也合問

或問甲從城心東行丙從城心南行庚從巽隅西行壬從巽隅北行四人遙相望見各不知步數只云甲丙共行了三百九十一庚壬共行了一百三十八問荅同前

法曰云數相乘爲實相併爲法得虛弦𝍠〇𝍡

草曰別得甲丙共爲皇極和也又爲極弦極黃共庚壬共爲太虛和也又爲虛弦虛黃共立天元一爲皇極黃方面（亦爲虛弦也）減於甲丙共得卽極弦也又以天元減於庚壬共得卽太虛黃方面也以太虛黃方面乘極弦得（寄左）然後以天元冪與左相消得上法下實如法得一百二卽皇極黃方面也合問（案此亦係相消後得一邊之二數者）

或問甲從乾隅東行不知步數而止丙向南行

亦不知步數望見甲就甲斜行七百八十步與甲相會甲云我行地雖少於汝以我東行步爲法除汝南行步則汝止得二步四分問

荅同前

法曰斜步自之爲平實除步自之又加一步爲隅得甲東行𝍢〇〇

草曰此問所求城徑與諸問並同其勾股則與前後諸率不同今特爲此草者欲使後學有以考較諸率當否也立天元一爲甲東行

（即大勾）以乘二步四分得𝍡步𝍩元為長以自之得𝍣𝍮𝍥步○元為股冪及併入天元冪得𝍥𝍮𝍥步○元為弦冪寄左乃以斜行自之得𝍠𝍧𝍤〇為同數與左相消得𝍥𝍮𝍥步○𝍠𝍧𝍤〇〇開平方得三百步即甲東行也以二步四分乘之得七百二十步即丙南行也倍丙南行以甲東行乘之得四十三萬二千為實以三事和一千八百為法除之得二百四十步即城徑也合問

或問小差黃方面少於大差黃方面八十四步

太虛黃方面少於皇極黃方面六十六步問

荅同前

法曰半八十四爲中差以中差減六十六爲二小差又中小差相併爲大差乃以小差乘大差爲平實半步常法得虛黃三十六

草曰別得八十四爲兩个虛積中差其六十六爲虛積大小差併半八十四得𝍣𝍪爲虛中差也以中差減六十六餘二十四半之得𝍠𝍪即虛小差也以小差反減六十六餘𝍤𝍬即虛

大差也又別得小差黃方爲兩東股大差黃方爲兩明勾也立天元一爲虛黃方置三位上加小差得丨元丨二爲虛勾也中加大差得下丨元丨丨丨丨三爲虛股也下加大小差併得丨元丄丅爲虛弦也三位併之得川丨卌太卽城徑也倍虛勾減城徑得丨元丨丄二爲大差黃方面也又倍虛股減城徑得丨元丨三爲小差黃方面也半小差黃方面得○卌丨太以乘大差黃方面得○卌丄元丨卌爲一个虛直積（寄左）乃以虛勾虛股相乘得下丨

𝍮𝍥元𝍭𝍠𝍰𝍣爲同數與左相消得𝍣○𝍭𝍠𝍰𝍣平方開得三十六步卽虛黃方也其餘依法求之合問據此問旣別得大小差正數自可以求得黃方面也諸如此類實不須草然今特爲細草者庶使後學知其來歷也

---

或問大差弦較較減皇極弦餘四十九步小差弦較和減太虛弦餘一百三十八步又皇極差一百一十九步問荅同前

法曰倂前二數爲冪內減極差冪爲平實從

空二益隅得虛弦𝍠〇𝍡

草曰別得大差弦較較與小差弦較和皆同爲圓徑也又二數相併得𝍠𝍰𝍦爲明弦重弦共又爲極和內少兩个虛弦也其一百三十八卽虛和也𝍢𝍱則旁差也立天元一爲虛弦加入一百三十八得𝍠元𝍠𝍫𝍧爲圓徑也又加入𝍢𝍱得𝍠元𝍠𝍰𝍧爲極弦以自之得𝍠 𝍢𝍯𝍥元 𝍢𝍭𝍢𝍬𝍣又倍之得𝍡 𝍦𝍭𝍡元 𝍦〇𝍥𝍰𝍧內卻減極差冪自得下式𝍡 𝍦𝍭𝍡元 [illegible]爲和冪寄左乃倍天元加併數得𝍡元𝍠𝍰𝍦爲極和

以自增乘得（川 𝍥川元 卌卌川）為同數與左相消得廿（〇元 川卌川）開平方得一百二步即虛弦也加入一百三十八得二百四十步為圓徑合問（前二數相併加虛弦便是極弦）

或問小差不及平弦五十六步高弦不及大差一百五步問荅同前

法曰以前數自之為實二數相減為法得平勾六十四

草曰別得云數相併得山為平勾不及高股

也此數得極差則通差也此數內減虛差則極差也云數相減餘𝍢𝍯卽城徑不及極弦也以前數減於半徑餘卽平勾也以後數加於半徑卽高股也倍前數加小差則爲股圓差之勾也此與前數加平弦同倍後數減於大差則爲勾圓差之股也此與後數減於高弦同立天元一爲平勾加相併數得阮山卽高股也又加天元得阮山卽極弦也內減二云數差得阮卜二爲城徑也半之得阮𝍣𝍮以自之

得丨H元‖H丄爲半徑冪（寄左）然後以天元乘高股得丨山元爲同數與左相消得‖丨夫‖H丄上法下實得六十四步即平勾也合問

又法云數相得爲實相減爲法得半徑𝍠𝍪〇

草曰立天元爲半徑副之上內減五十六得阮訂爲平勾下加一百五得阮卜‖‖爲高股上下相乘得丨‖阮‖卌卜爲半徑冪（寄左）以天元冪與左相消得下式‖侯‖卌卜上法下實得一百二十步即半徑也合問

或問通勾通弦共一千步大差小差共得四百四十步問荅同前

法曰以二差共減於一千又半之以自乘爲平實以二差共減於一千又半之加入二之前數爲從（前數謂一千也。案此語有誤應加入二之後數後數謂大小差共也。鋭案當云加入二之後數爲從後數謂四百四十也）二步二分五釐益隅得勾圓差十二。

草曰立天元一爲小差數加入後數得丨元||||太。

卻以減於前數得乂元||||太。折半得𠯿元||太。爲一个

圓徑也以自之得下式（〇‖≡ 𝍤元 𝍣‖𝍤〇）寄左然後以天元減後數得（𝍤元 ‖‖𝍤〇）爲大差以天元乘之又倍之得卄（≡‖‖元）與左相消得（|卌 |𝍤〇 𝍣‖𝍤〇）開平方得八十步卽勾圓差也

或問皇極三事和六百八十步太虛弦和較三（下缺）

問荅同前

法曰二數相得爲實半之後數爲益從五分常法平開得城徑（𝍤〇）

草曰別得皇極三事和卽大弦也立天元一

為圓徑內減三个後數卌而半之得〇亖 ‖‖太為太虛大小差併也却加入兩个後數卌得下〇亖 ‖卌太為虛和也又以虛和減天元得下〇亖元 ╌丅為虛弦也置通弦（即皇極三事和也）內加天元得下式‖元 丌〇即通和也乃置通和以虛弦乘之得下式〇亖 ‖‖元 ‖卌〇（寄左）再置虛和以通弦乘之得下‖‖元 ‖卌〇為同數與左相消得〇亖 ╌丅 ‖‖卌開平方得二百四十步即城徑也合問

或問出南門行一百三十五步有樹出北門行

一十五步折而東行二百八步望見樹問荅

同前

法曰以東行步乘南行步得數又自乘爲實以東行步自乘乘南行步又倍之爲從東行步自乘於上併南北二行步以減於東行步餘數自之爲冪以減上再寄位又併南北二行步以東行步乘而倍之內減再寄爲第一益廉四之東行步於上又併南北二行步減於東行步又四之減上位爲第二益廉四步

虚隅開三乘方得半徑

草曰立天元一爲半徑（即高勾也）置南行加天元得𝍠元𝍠𝍫𝍤爲高弦也置大勾𝍡〇𝍧以高弦乘之得𝍡〇𝍧元𝍡𝍰〇𝍰〇復以高勾除之得下式𝍡〇𝍧太𝍡𝍰〇𝍰〇爲大弦也令之自乘得𝍣𝍫𝍡𝍮𝍣太𝍩𝍠𝍮𝍧𝍩𝍡𝍰〇𝍦𝍰𝍧𝍬𝍧𝍮𝍣〇〇（寄位）又置二之天元加南北行併得𝍡元𝍠𝍭〇爲大股復用大勾二百八減之得𝍡元𝍭𝍧̸爲較也以自乘得𝍣𝍡𝍫𝍡̸𝍫𝍢𝍮𝍣爲較冪以減寄位得𝍣̸𝍡𝍫𝍡𝍢𝍱𝍨〇〇太𝍩𝍠𝍮𝍧𝍩𝍡𝍰〇𝍦𝍰𝍧𝍬𝍧𝍮𝍣〇〇爲二直積（寄左）再置大股𝍡元𝍠𝍭〇以大勾𝍡〇𝍧乘之得𝍣𝍩𝍥元𝍢𝍩𝍡〇〇爲直積

又倍之得（[illegible]元[illegible]）爲同數與左相消得（[illegible]）（[illegible]）翻法開三乘方得一百二十步卽城徑之半也合問

或問出北門一十五步折而東行二百八步有樹出西門八步折而南行四百九十五步見之問荅同前

法曰先置南行步內減一東二西併步餘二百七十一爲前泛率次併一南二北內減東行步餘三百一十七爲中泛率次併東西步

以南行步乘之於上位又以西行乘南北併得數減上位餘一十萬二千八百四十爲後泛率乃以後泛率自乘得一百五億七千六百六萬五千六百爲三乘方實以前中二泛相減餘四十六以乘後泛數爲從前中二泛相乘得八萬五千九百○七加入二之後泛數共得二十九萬一千五百八十七於上位又併東西行（銳案當云又倍東西併）以乘南北併得二十二萬三百二十加上位通得五十一萬一

千九百七爲第一廉二之前泛數加入四之東西併（銳案當云二之南北併加入二之東西併）得一千四百五十二於上位又以前中二泛相減餘四十六減上位餘一千四百六爲第二廉一步常法得半徑（案此法乃取於又法草中其求第二廉云二之前泛數句誤當云二之四數併若二之前泛數加入四之東西併便得第二廉一千四百零六更不待再減然原文之意不如是也）

草曰立天元一爲半城徑加入東行西行併得阮町爲太勾也又置天元加入南行北行

併得元𝍣𝍮〇為大股也置西行八步以大股乘

之得下式元𝍣𝍮〇合以大勾除之不除寄為母

便以此為股尖也置南行四百九十五步減

天元得元𝍧𝍫𝍤用分母大勾乘之乘訖得下式

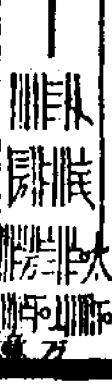
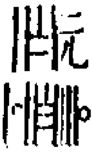
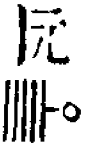
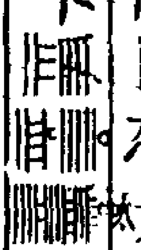
𝍮𝍠𝍬元𝍮𝍤〇內減了股尖餘𝍮𝍠𝍬元𝍮𝍤〇為小股也（內帶

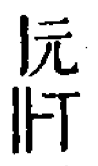
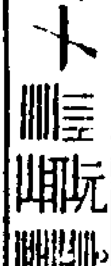
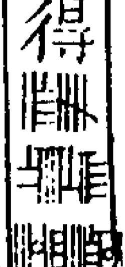
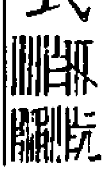
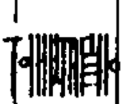
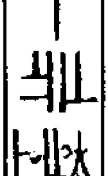
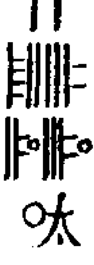
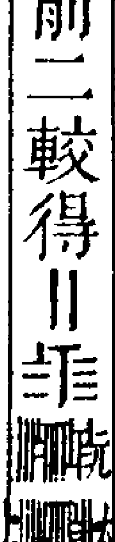
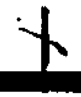
大勾分母）置小股合以大勾乘了復以大股除之

為小勾今為小股內已有大勾為母更不須

乘只以小股𝍮𝍠𝍬元𝍮𝍤〇便為小勾也（內帶大小股為母）

勾小股相乘得數為一个小勾股相乘直積

內帶大勾股相乘直積為分母也乃以半城徑（即天元也）除之為一个弦較和也此法本取勾外容圓合以弦較和除二積為勾外所容之圓今用半天元圓徑除一个積則却得一个弦較和也內依舊帶大積分母也（寄左）然後再置小股合用大積乘之緣內已帶大勾分母今只用大股乘之得為大積所乘小股於上再置小勾合用大積乘之緣內已帶大股分母合

只用大勾乘之得為大積所乘之小勾也以此小勾減上小股得即帶分小較也又二因小較得此下式為帶分二較也又以大勾股直積乘二之天元半圓徑得為一个帶分弦較較也（弦較較乘弦較和為二直積既以圓徑除二直積為弦較和則是圓徑為弦較也今又為半天元圓徑除一積為弦較和故倍天元半徑作一个弦較較也）遂將此弦較較加入前二較得亦為一个弦較和也與寄左相消得下式

𝍰〇𝍥𝍣𝍯〇𝍦𝍣𝍭𝍧〇太𝍠〇𝍯𝍦〇〇開三乘方得一百二十步即半城徑也合問

又法此問係是洞淵測圓門第一十三前荅亦依洞淵細草用勾外容圓術以如於弦較和然其數煩碎宛轉費力今別草一法其廉從與前不殊而中閒段絡逕捷明白方之前術極爲省易學者當自知也　立天元爲半徑副之上併加東西行得𝍠元𝍠𝍮〇爲通勾率下併加南北行得𝍠元𝍣𝍮〇爲通股率乃置西行八步

以通股乘之得下𝍧元𝍧〇𝍯〇合通勾除不除寄爲

母便以此爲南小股也又置南行四百九十

五步內減天元得𝍠̸元𝍣𝍰𝍤用通勾乘之得𝍠̸𝍡𝍪𝍧元

𝍠𝍥𝍱𝍡〇內減了南小股餘下式𝍠̸𝍠𝍯𝍠元𝍠〇𝍰𝍣〇爲股圓差

也內帶通勾分母又置北行一十五步以通

勾乘之得𝍰元𝍡𝍰𝍢〇合通股除不除寄爲母便以

此爲北小勾也又置東行二百八步內減天

元得𝍠̸元𝍡〇𝍰用通股乘之得𝍠̸𝍢〇𝍠𝍠元𝍠〇𝍮𝍧〇內減了北

小勾餘𝍠̸𝍡𝍩𝍠元𝍠〇𝍣𝍰𝍣〇爲勾圓差也（內帶通股分母）乃以二

差相乘得下式丨𝍢𝍮𝍣𝍯𝍣𝍣𝍮〇元𝍡𝍭𝍮〇〇爲半段圓徑冪也內帶通積爲母（寄左）然後以通勾通股相乘得丨𝍫𝍢元𝍩𝍠𝍮以天元冪乘之得丨𝍡𝍮𝍩𝍠𝍮元又倍之得下式𝍡𝍣𝍣𝍩𝍣𝍩元爲同數與左相消所得廉從一與前同合問

〔案〕洞淵疑爲古之精於算者序中謂老大以來得洞淵九容之說而於此問又明其爲洞淵測圓門第十三題前荅亦依其細草大抵是書之作皆師其意而演之者也

今測淵之爲人與書雖不可考而卽此一草觀之其取徑遥深而惟變所適亦可見文豹之一斑矣至謂其數煩碎宛轉費力特爲初學難易而言讀者宜善會也

---

元和李鋭覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十一

# 測圓海鏡細草卷第十二

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

## 之分一十四問

或問甲乙二人俱在西北隅乙向直東行不知步數而止甲向直南行望見乙復向乙斜行甲告乙云我直行斜行共一千二百八十步汝東行步居我南行步十五分之八

法曰十六之共步冪爲實二百五十七之共步爲益從一十六步常法得勾圓差丄二○

草曰別得共步卽股弦共也立天元一爲小差以乘共步爲勾羃就分以二百二十五通之得𝍡𝍰𝍧〇〇〇元爲二百二十五段勾羃（寄左）然後再置共步內減小差得𝍠̸元 𝍠𝍪𝍧〇爲二股就分四之得𝍣̸元 𝍭𝍠𝍪〇爲一十五勾以自之得𝍠𝍮 𝍣〇𝍨𝍮̸〇 𝍪𝍥𝍪𝍠𝍬𝍣〇〇爲同數與左相消得𝍠𝍮 𝍫𝍡𝍰𝍨𝍮̸〇 𝍪𝍥𝍪𝍠𝍬𝍣〇〇平方開之得八十步卽小差也既得小差加共步而半之得六百八十步卽弦也若以減共步而半之得六百步卽股也以股羃減弦羃餘一十萬二千四

百步開平方得三百二十步即勾也勾股相乘倍之得三十八萬四千步爲實以弦和和一千六百步爲法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

---

或問甲乙二人俱在西北隅乙直南行不知步數而立甲直東行望見乙復向乙斜行與乙相會甲云我共行了一千步又云我東行步居汝南行步十五分之八

法曰二百二十五段共步冪爲實七百六之

共步爲益從二百二十五步常法得股圓差𝍢𝍮〇

---

草曰別得共步即勾弦共也立天元一爲大差以乘共步得𝍠〇〇〇元又就分以二百五十六通之得𝍡𝍤𝍥〇〇〇元爲二百五十六个股冪（寄左）然後再置共步內減天元大差得𝍠元𝍠〇〇〇爲二勾就分以一十五之得𝍠𝍭元𝍠𝍭〇〇〇爲十六个股也以自之得𝍡𝍪𝍤 𝍣𝍭〇〇〇〇元 𝍡𝍪𝍤〇〇〇〇〇〇爲同數與左相消得𝍡𝍪𝍤 𝍯〇𝍥〇〇〇 𝍡𝍪𝍤〇〇〇〇〇〇開平方得三百六十步即大差也副置共步上位

減大差而半之得三百二十步卽勾也下位加大差而半之得六百八十步卽弦也餘數各以法求之合問

---

或問甲乙俱在西北隅甲南行不知步數而立乙東行亦不知步數望見甲就甲斜行與之相會乙云我東行步少於城周九分之五甲云我南行却多於汝東行二百八十步問荅同前

法曰別得周居九分徑居三分乙東行居四

（分〔案〕此法未詳當加倍較步爲實徑分數自分之內減二分數爲法得數三之即城徑二十四字。〔銳案〕此文當在草曰之下其法蓋脫去耳據草補之當云倍東行步爲實徑分自之內減二分爲法得一分之數）

草曰立天元一爲一分之數以三之得|||元爲徑以四之得||||元爲勾以徑減勾餘|元爲小差（只天元便是小差）再置小差加入甲多步得|元||上。爲大差倍大差以天元乘之得||　||||元爲一段圓徑羃寄左　再置城徑以自之得下式而〇元爲同數與左相消得丌　||||上。上法下實得八十步

即一分之數也以三之得二百四十步即城徑也合問

---

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見甲既而乙云我所行居城徑六分之五甲云然則我所行却多於汝二百八十步問荅同前

法曰四之却多步爲實分母自之於上半分母減子得數倍之又以減數乘之減上位爲法得一分之數三。

草曰別得却多步卽勾股差也乃立天元一爲一分之數以六之爲城徑以五之爲乙行置乙行內減半城徑得𝍡元爲小差也又加入却多步得𝍡元𝍡𝍰〇又二之得𝍣元𝍤𝍮〇元爲二大差又以小差乘之得𝍧𝍩𝍠𝍪元爲徑冪寄左然後以徑冪𝍫𝍥〇元與左相消得下𝍪𝍧上𝍩𝍠𝍪〇上法下實得四十步卽一分之數也六之則爲城徑五之則爲乙行又以却多步加乙行卽甲行步也合問

或問甲丙二人俱在西北隅甲向東行不知步數而立丙向南行望見甲與之相會丙語甲云我行既多於汝又城徑少於我四十分之十六（案四十爲股分十六爲徑當云徑少於我爲四十分之十六原文脫爲字似十六爲股圓差分矣）甲云然則吾二人共行了九百二十步問荅同前

法曰倍子減倍母以乘共行步爲實倍子減倍母以乘子母併數於上又以子冪加上位爲法如法得一十五步卽一分之數也

草曰別得共行步即通和也又別得四十分之十六或作二十分之八或作十分之四亦得但所得之分數不同耳乃立天元一爲一分之數以十六之爲城徑以四十之爲丙行以丙行減和步得𝍣̸元𝍢𝍦〇爲通勾勾內減徑餘得𝍤𝍥̸元𝍢𝍦〇爲小差於上以分母分子相減餘𝍡𝍣元又倍之得𝍣𝍧元爲兩个大差以乘上位得𝍢𝍧̸𝍣𝍡元爲圓徑冪寄左然後以分子十六分自之得下𝍢𝍥〇元與左相消得𝍠𝍦𝍡𝍦̸𝍡𝍦𝍤〇上法下實得一十

五步卽一分之數也以十六之得二百四十步卽城徑也合問

或問甲乙俱立於城中心乙出東門直行不知步數而立甲出南門直行亦不知步數望見乙向乙斜行與之相會乙云我行居汝南行十五分之八又云斜行步內若減甲直行餘三十四步若減乙直行餘一百五十三步問

荅同前

法曰以云數二減步爲小差大差以相乘倍

之開平方加入大小差併以自之於上又以大小差相較數以自之減上位爲實甲行分乙行分相乘又倍之爲隅法得一分之數丌」

草曰別得云步相併得一百八十七是於皇極弦內少一个皇極黃方面也又別得三十四步是个小勾圓差其一百五十三步是一个小股圓差此二差又相減餘一百一十九卽中差也乃立天元一爲一分之數以八之得𝍧元爲乙東行數以十五之得𝍠𝍭元爲甲南行

數以二數相乘又倍之得作。冗爲二直積於上寄左然後以云步三十四乘一百五十三得五千二百二又倍之得一萬四百四爲平方實開之得一百二步即小黃方也加入相併數一百八十七得二百八十九爲小弦也以自之得八萬三千五百二十一爲弦冪於上以中差冪一萬四千一百六十一減上位餘哪。與左相消得佚。冗哪。平方開之得一十七步即一分之數也副置一分之數上位以

八之得一百三十六即乙東行也下位以十五之得二百五十五即甲東行也二位相乘得三萬四千六百八十又倍之得六萬九千三百六十（〔鋭案〕元本作得三十四萬六千八百又倍之得六十九萬三千六百蓋並誤進一位）爲實以弦二百八十九爲法如法得二百四十步即城徑也合問

---

或問甲出西門南行乙出北門東行各不知遠近兩相望見復相向斜行各行了三百四十步相會甲云城徑居我南行二分之一乙云

我東行居城徑六分之五問荅同前

法曰以二之斜行步自之爲實以各行分數自之爲冪（〔案〕此語未詳當云以城徑六分乘甲南行二分得十二分加半城徑三分得十五分爲大股分乙東行五分加半城徑三分得八分爲大勾分各自之爲冪。）（〔銳案〕以各行分數下當有各加半城徑分六字）又相併爲隅法開平方得一分之數三。

草曰別得倍斜行爲大弦又別得乙行五分城徑六分甲行十二分乃立天元一爲一分之數以六之爲城徑以五之爲乙行分以十

二之爲甲行分乃副置半城徑上位加甲行步得一十五以自之得二百二十五爲甲行冪下位加乙行步得八以自之得六十四爲乙行冪二冪又相併得𝍡𝍯𝍨〇元爲大弦冪寄左然後置大弦六百八十步以自之得𝍣𝍮𝍡𝍫〇〇太與左相消得𝍡𝍯𝍨〇元𝍣𝍮𝍡𝍫〇〇平方開之得四十步卽一分之數也以六之得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門

東行見之乙斜行與甲相會甲乙二人共行了一千三百六十步其甲南行居斜十七分之十二其乙東行居斜十七分之五問荅同前

法曰別得共步卽二弦也半共步得六百八十步副置之上位以五之得三千四百以十七而一得二百步卽乙東行也下位以十二之得八萬一千六百以十七而一得四百八十卽甲南行也二行相減餘二百八十卽勾

股差也其餘各依數求之合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見之旣而乙謂甲云我取汝六分之五得六百步甲謂乙云我取汝五分之三亦得六百步問荅同前

法曰如法求得各行步（案見後草）相併以自之於上併甲南行冪乙東行冪以減上爲實併各行爲從半步常法得全徑

草曰置（乙取甲六分之五六百步甲取乙五分之三六百步）以

上六分五分各自直乘步數訖得八（六分｜之五｜三千六百步 五分｜之三｜三千步）別得右行三千六百步爲六乙行五甲行也左行三千步爲五甲行三乙行也以方程法入之　乃再置（五甲行｜六乙行｜三千六百步 五甲行｜三乙行｜三千步）先以左行直減右行右上空中餘三乙行下餘六百步上法下實得二百步卽乙行也却以今右行減於元左行上餘五甲行中空下餘二千四百步上法下實得四百八十步卽甲行也旣得此數乃

立天元一爲城徑以半之副置二位上以加

甲行得〇𝍭𝍢𝍮太爲通股以自之得〇𝍪𝍤𝍢𝍮元𝍢𝍮𝍢〇〇爲大

股冪下位加乙行得〇𝍭元𝍡𝍧〇爲通勾以自之得

〇𝍪𝍤𝍡𝍧元𝍢𝍮𝍡〇〇〇爲大勾冪二冪相併得〇𝍭𝍭元𝍢𝍮𝍥〇爲大

弦冪寄左　乃併甲行乙行以自乘得下式𝍢𝍰𝍣〇〇

亦爲大弦冪與左相消得下𝍫𝍯元𝍢𝍰〇〇開平方

得二百四十步即城徑也合問

或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅

東行望見之既而乙謂甲云我所行取汝所

行三分之一得二百步甲謂乙云我所行內減汝所行四分之三得三百步問荅同前

法曰如法求得各行步（案見後草）以相乘又二之開平方得全徑

草曰置入（乙取甲三分丨之一丨二百步甲取乙四分丨之三丨三百步）以上三分四分直乘步數訖得（三分丨之一丨六百步四分丨之三丨一千二百步）別得右行六百步爲三乙行一甲行也左行一千二百步爲四甲行內少三之乙行步也以方程法入之　乃再置

入（一甲行丨三乙行丨六百步　四甲行丨三乙行負丨一千二百步）先以左行直加右行右上得五甲行中空下一千八百步上法下實得三百六十步即甲行也次以一甲行減元右行六百步餘二百四十步以中三除之得八十步即乙行步也甲行乙行二數相乘得數又倍之開平方即城徑也合問

或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分之一又云其大小差相減餘二百八十步問

荅同前

法曰二之中差爲實置股子以勾母乘之內減股母爲法得小差𝍰〇

草曰別得勾圓差卽小差股圓差卽大差云步卽中差乃立天元一爲小差以四之爲勾勾上加中差得𝍣𝍡𝍰〇太爲股及三之得𝍠𝍪元𝍰𝍣〇爲五个大差也內減五之天元得𝍯元𝍰𝍣〇爲五个中差也（寄左）乃以五之相減步𝍠𝍬〇〇與左相消得𝍯𝍤𝍮〇上法下實得八十步卽小差也合問

或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分

之一又云勾母每分少於股母每分四十步

問荅同前

法曰二之少步爲實以股子母相減數減勾子母相減數爲法如法得小差𝍰〇

草曰立天元一爲勾圓差便爲勾母每分數以天元加四十步得丨元𝍣〇爲股母每分數於上乃以股子減股母餘二分以乘上位得𝍡𝍰〇元爲城徑（寄左）再置天元在地以勾子減勾母餘三分以乘之得𝍢〇元爲同數與左相消

得下卜圭〇上法下實得八十步卽勾圓差也

合問

或問甲出南門直行乙出東門直行望見甲斜行與甲相會甲云我行不及股圓差二十四分之十五乙云我行不及勾圓差五分之四又云甲行多於乙行一百一十九股圓差多於勾圓差二百八十問荅同前

法曰以大差母分二十四以乘甲多步一百一十九得數倍小差母五得一十以乘之於

上以小差母五乘二之二差相較數又九之減上位為實倍小差母得一十却以小差乘之又九之於上倍甲分母以小差母乘之得數減上位以為法得一分之數𝍥

草曰立天元一以為小差一分之數（此一分之數便是乙直行也）以五之得𝍤為小差加二百八十得下𝍤元 𝍡𝍰〇為大差又倍之得𝍠〇元 𝍤𝍮〇以小差乘之得下式𝍤〇元 𝍡𝍰〇〇（〔銳案〕小差本為元此及下文倍小差母得一十以乘之並退一位為太）為一个圓徑冪又九之得𝍣𝍭〇元 𝍡𝍭𝍡〇〇寄左乃

又置乙行步加一百一十九𝍠元𝍠𝍩𝍨即甲行步也以二十四之得𝍪𝍣元𝍪𝍧𝍭𝍥為九个大差也倍小差母得一十以乘之得𝍡𝍬〇元𝍡𝍯𝍤𝍮〇為同數與左相消得𝍠𝍬〇元𝍪𝍡𝍬〇上法下實得一十六步即小差一分之數也既得此數餘各如法求之合問

或問大勾大股大弦三事和一千六百步以明勾除大股得八步三分之一以重股除大勾得一十步三分之二以虛勾明勾相減餘二十四步以虛股重股相減餘六十步問荅同

前

法曰倍六十步加入大三事和又三之二而一爲實併二云數分母分子內減六步爲法如法得東股三十

草曰別得六十步與二十四步二數相併而半之得𝍣𝍪卽明勾東股差也又爲虛勾虛股差也若以二數直相減卽虛黃方也其二十四步得二虛勾卽半徑也其六十步得二東股亦爲半徑也立天元一爲東股加差步得

𝍠元𝍣𝍪爲明勾也以乘八步三分之一得𝍠𝍧元𝍥𝍤〇爲大股也以天元乘一十步三分之二得𝍠𝍥元爲大勾也勾股相併得下𝍢𝍣元𝍠〇𝍣𝍥爲大和也（寄左）然後四之天元加入二之六十步得𝍣𝍥〇太爲小三事和以小三事和加入大三事和爲二个大和也合折半爲大和了又就分三之爲前數今不折半三因但身外加五得𝍥元𝍠𝍨𝍦〇爲同數與左相消得𝍭𝍠𝍨𝍢〇上法下實得三十步卽直股也四之直股加入二之六十步得

二百四十步即城徑也合問

案之分即通分也張邱建謂學者不患乘除之爲難而患通分之爲難又謂夏侯陽之方倉孫子之蕩杯皆未盡其妙於是作爲算經三卷以發其意是書未設十四問皆以立天元一之法御之尤爲簡妙殆所以明立天元一之法其用無不周也又案問中兩言以方程入之張邱建算經內數問亦然葢有通分而乘除不窮有方程而

通分益便此又因通通分及之非立天元一本法也秦九韶謂時人誤以大衍法爲方程者葢此類也

案右書十二卷皆爲立天元一法而作也其法神明變化不可端倪今略舉數端言之如諸法中有求之不可得者此法求之可得若此法求之不可得者則必不可求矣又諸法中有難求者雖強探力索毫釐未至則不可得此法但知大意不待深思

加以步算卽可得矣又諸法中有所求或先得彼而後得此者不能移易此法任其所求或先得此或先得彼無不如志又諸法有數始可求一數不具則不可求此法數不具亦可求且有無數卽可求者又諸法遇甚繁甚密者須次第步算或累日累月其功不能再省此法有經年步算可約之頃刻而得者凡此皆尋常智慮所不能及要皆自然之理數易知易從然自不習

者觀之蓋有茫然莫解其故者矣是書之作殆深憂傳習者難其人而其法遂泯於後世也其謄寫魯魚算式舛譌今悉正之

元和李鋭覆校

# 敬齋先生測圓海鏡細草卷第十二

# 敬齋先生測圓海鏡後序

敬齋先生病且革語其子克脩曰吾平生著述死後可盡燔去獨測圓海鏡一書雖九九小數吾常精思致力焉後世必有知者庶可布廣垂永平　先生於六藝百家靡不串貫文集近數百卷常謙謙不自伐惟於此書不忘稱異於易簀之閒想有元妙內得於心者予以　先生與先人同牓之故素常兄事克脩克脩兄命予重爲序之予不敢詭論豔藻刻畫無鹽唐突西子

直以所聞語意載之於後至元二十四年春三月朔翰林修撰承直郎廣平王德淵後序

天元如積之學盛於元亡於明而復顯於本朝梅文穆公赤水遺珍天元一卽借根方解發三百年來算家之蒙可謂有功矣惟立天元術相消與借根方兩邊加減實有不同文穆於此似猶未達其旨蓋相消之法大略與方程直除相似但以右行對減左行或以左行對減右行故曰相消西人易爲加減雖得數不殊究不如古法之簡且易也浙江學使阮閣學芸臺先生學貫天人振興絕業以言立天元者莫詳於

海鏡惜其流傳未廣將重付剞劂出所藏舊鈔本寄示命爲校勘爰依術布算訂其算式閒有轉寫脫漏設數偶合處輒因管見所及是正其譌凡若干條極知固陋無補古人質之閣學幸垂誨焉嘉慶二年三月十九日元和李銳跋