

**FRANCISCI VIETAE
IN ARTEM
ANALYTICEM
ISAGOGE SEORSIM
EXCUSSA AB...**

François Viète



1

FRANCISCI VIETÆ
IN ARTEM ANALYTICEM
ISAGOGE

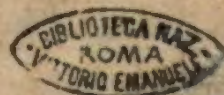
Scorsim excussa ab *Opere restituta Mathematica*
Analyseos, Sen, Algebrâ nouâ.



Coll. Lon. Societ. RESU.

TVRONIS,
Apud IAMETIVM METTAYER Typographum Regium.

Anno 1591.



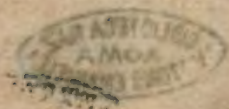
OPERE RESTITVTÆ MATHEMATICÆ
ANALYSEOS SEV

Algebrâ nouâ

Continentur

- 1 *IN artem Analyticem Isagoge.*
Ad Logisticem speciosam Nota priores.
Zeteticorum Libri quinque.
De numerosâ potestatum ad Exegesi resolutione.
De recognitione Aequationum.
Ad Logisticem speciosam Nota posteriores.
- 2 *Effectio num Geometricarum Canonica recensio.*
- 3 *Supplementum Geometriae.*
Analytica angularium sectionum in tres partes tributa.
Variorum de rebus Mathematicis responsorum, Libri septem.

Operi autem præposita est sequens Epistola.



INCLYTÆ PRINCIPI MELVSINIDI
CATHARINÆ PARTHENÆENSI,



PIISSIMÆ PROCERVVM ROHANIORVM

MATRI FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS

honorem voveo & obsequium.

EXtollent Armorici, ô princeps Melusinis, piissima procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohaniæ, quâ haud scio an ex plenioris fidei censibus & monumentis vlla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos aborigenes, & è regio Connani sanguine superstites inuasoris Neomenij vini nutu Dei non passos, tandiûque generosam eam stirpem duraturam confidēt, quandiu circumeuntes Salarum vestrarum lapidicinas, sylvas & stagna, cernent inscripta marmoribus quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti diuo Meriadeco familiæ quondam principi, sicut etiamnum inauditos circa sacellum quondam suum per medios saltus & amœniora vireta constructum auium garritus, & alia rara quę, mihi pauca admiranti cōtigat non semel admirari. Ego Fontenæensis Piëto, riparum Maioris-venti frequens incola, arcis à diuâ Melusinâ, cuius es & Ræmundi beata proles, quondam constructæ, Melusinæ & Melusindarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohaniæ Iudicælibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones Brunos oppono: nō suis regibus Britānicis, principibus in Leonîâ, comitibus in Porhoe-to, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochiæ & Armeniæ principes, tuos comites Angolismæ & Marchiæ: non suæ Ysabellæ Scoti filiæ, vel Ysabellæ Nauarri, tuam Ysabellam regum Anglorum & auorum tuorum Lusignæanorum matrem. At pië recordor & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse iudico,

A ij



quòd Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quòd is obsessam Guisladum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ræmundi prole & herede vnâ cum familiæ Rohaniæ principatu statim eum donauit. Erat nempe Ræmundus ipse editus ex gente Rohaniâ, & iam Ræmundi & Melusinae proles ad id à quo primùm cæperat reuersa est initium, vix vnquam idcirco interitura, cum sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minùs virtutes tuæ interituræ sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis vsurpabatur idiomate, atauiam tuam dixere *Faydam* ob venerandum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te posteritas *Δίαυ* *Σελων* adgnosceret, & te *νότιαν*, *αὐτοβλου*, ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque vtinam ei gratæ essent vigilie nostræ, quòd eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemaufensi & Iuliodunensi ducissæ, vt debentur, accepto ferret. Nam quæ in infelicissimis temporibus beneficia in me cõtulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrà sollicitudine & munificentia toties adiuisse, quoties ærumnæ meæ & infortunia vos monuerunt? Omninò vitam, aut, si quid mihi vitæ carius est, vobis omnem debeo, tibi autem, ô diua Melusinis, omne presertim Mathematices studium, ad quod me excitauit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritia, immò verò nunquam satis admiranda in tuo tamque regii & nobilis generis sexu Encyclopædia. Colendissima Princeps, quæ noua sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quâ profero noua est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defædata & conspurcata, vt nouam omninò formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid suæ spurcitiei retineret, & veternum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere noua vocabula, quibus cùm parum hactenùs sint ad sue factæ aures, vix accidet, vt vel ab ipso limine non deterreatur multi & offendantur. At sub suâ, quam predicabât, & magnam
artem

artem vocabant, Algebrâ vel Almucabalâ, incomparandum latere aurum omnes adgnoscebant Mathematici, inueniebant verò minimè. Vouebant Hecatombas, & sacra Musis parabant & Apollini, si quis vnum vel alterum problema extulisset, ex taliũ ordine qualium decadas & eicadas vltro exhibemus, vt est ars nostra mathematicum omnium inuentrix certissima. Re verò nũc consequutâ, *damnabuntur hi quoque votis?* Fas enim mihi sit nõ iam merces meas, sed tuas, tuoque beneficio comparatas & reparatas parcè commendare, & desiderium meum testari, vt tui numinis felicitati, si qua eo nomine debeatur gloria, non præripiatur. Non enim, vt in aliis disciplinis, sic in Mathematicis libera cuiusque censura est, liberũque iudicium. Hic radio agitur & puluere, nec profunt Rhetorum persuasiones, vel aduocatorum patrocinia. Metallum quod efferro, auri speciem refert quod tandiu desiderarunt. Aut chymicum aurum illud est & ementitum, aut fossile & probum. Si chymicum est, euanescat sanè in fumum vel regali cemento. Sin fossile est, vt sanè est (neque enim sum φυσικόμαχος) de dolo autem aduersus eos non ago, qui nullo non proposito laboris solatio ad illud eruendum ex antè inaccessibleis, & draconum flammivomũm, aliorumque noxiorum serpentum & exitialium vigili custodiã interdictis fodinis allexerũt, iure expecto & postulo, vt saltem suam, quam laudo, non defugiant auctoritatem aduersus calumniantium hominum & laudis alienæ obtrektorum inscitiam, vel proteruiam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad supremum numinum Numen, quòd religiosissimè colis εν ψυχῇ κὲ ἀληθείᾳ, laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus insularum Montanarum carissimæ sororis tuæ, Anno Christianissimi & Augustissimi regis nostri HENRICI III. perduellionum & χριστοτόνων vltoris acerrimi & iustissimi, secundo.

recenset Alphonse Alphonse Alphonse

non nisi tunc, tunc et non tunc, non tunc
non tunc et non tunc, non tunc et non tunc

et non tunc et non tunc, non tunc et non tunc



IN ARTEM ANALYTICEM

ISAGOGÆ

De Definitione & Partitione Analysis, & de ijs quæ iuvant

CAPUT I.

ST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus inuenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæritur tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. *ut* contra Synthetis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæriti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantum proposuerunt Analysim *Expositionem & Expositionem*, ad quas definitio Theonis maxime pertinet, constituit tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur *propositum & Expositionem*, consentaneum est, ut sit Zeteticæ quæ inuenitur æqualitas proportionis magnitudinis de qua quæritur, cum ijs quæ data sunt. Poristicæ, quæ de æqualitate vel proportionis ordinati Theorematis veritas examinatur. *Poristicæ* Exogeticæ, quæ ex ordinata æqualitate vel proportionis ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. *Exogeticæ* Atque adeo tota ars Analytica triplex illud sibi veniens officium definitur, Doctrina bene inueniendi in Mathematicis, Ac quod ad Zeteticam quidem attinet, instituitur arte logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportionis concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quam ordinandis vi ipsius Analysis theorematis. Forma autem Zeteticæ inveniendi ex arte propria est, non tam in numeris suam logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum, sed per logicam sub specie noviter induendam, felicior *multo & potior* numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ, primum homo generum lege, & inde constituta, ut sit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi sua proportionaliter adscendentium vel descendentiâ serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

CAPUT II.

Symbola æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis adsumuntur Analyticae ut demonstrata, qualia sunt ferè,

- 1 Totum suis partibus æquari.
- 2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
- 3 Si æqualia æqualibus addantur, tota esse æqualia.

IN ARTEM ANALYTICEM

- 4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
- 5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
- 6 Si æqualia per æqualia diuidantur, orta esse æqualia.
- 7 Si quæ sint proportionalia directe, esse proportionalia inuerse & alternè.
- 8 Si proportionalia similia proportionalibus similibus addantur, tota esse proportio-
nalia.
- 9 Si proportionalia similia proportionalibus similibus auferantur, residua esse pro-
portionalia.
- 10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta esse proportionalia.
- 11 Si proportionalia per proportionalia diuidantur, orta esse proportionalia.
- 12 A communi multiplicatore vel diuifore æqualitatem non immutari, vel rationem.
- 13 Facta sub singulis segmentis æquari factis sub tota.
- 14 Facta continuè sub magnitudinibus, vel ex ijs continuè orta, esse æqualia quocum-
que magnitudinum ordine ductio vel adplicatio fiat.
- 15 ~~Notum autem æqualitatem & proportionum symbolum, omnisque in Analysis mo-~~
menti est.
- 15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit sub extremis terminis æ-
quale est ei quod fit à medio in se, vel sub medijs, sunt proportionales.
- Et è conuerso,
- 16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & sit vt prima ad secundam, ita secunda illa,
vel tertia quæ priam ad aliam, erit quod fit sub extremis terminis æquale ei quod fit sub
medijs.
- Itaque proportio potest dici cõstitutio æqualitatis. *Æqualitas, resolutio proportionis.*

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum.

CAPVT III.

PRima & perpetua lex æqualitatum seu proportionum, quæ, quoniã de homogeneis
concepta est, dicitur lex homogeneorum, hæc est
Homogenea homogeneis comparari.
Nam quæ sunt heterogenea, quomodo inter se adfecta sint, cognosci non potest, vt dice-
bat Adrastus.

Itaque,

- Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea est.
- Si magnitudo magnitudini subducitur, hæc illi homogenea est.
- Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea est.
- Si magnitudo magnitudini adplicatur, hæc illi heterogenea est.

Quibus non attendisse causa fuit multæ caliginis & cæcutiæ veterum Analytarum.

2 Magnitudines quæ ex genere ad genus suã vi proportionaliter adscendunt vel deice-
dunt vocentur *Scalars*.

3 Magnitudinum *Scalarium* prima est

1 Latus, seu Radix.

2 Quadratum.

3 Cubus.

4 Quadrato-quadratum.

5 Quadrato-cubus.

6 Cubo-cubus.

7 Quadrato-quadrato-cubus.

ii A

8 Quadra-

8 Quadrato-cubo-cubus.

9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, uti de scalaribus enunciantur ordine, sunt.

1 Longitudo latitudinæ.

2 Planum.

3 Solidum.

4 Plano-planum.

5 Plano-solidum.

6 Solido-solidum.

7 Plano-plano-solidum.

8 Plano-solido-solidum.

9 Solido-solido-solidum.

& eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex serie scalarum gradus altior, in quo cõsistit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur potestas. Reliquæ inferiores scalares sunt gradus parodici ad potestatem.

9 Pura est potestas cum adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneous sub parodico ad potestatem gradu & adfectâ coefficiente magnitudine immiscetur.

10 Magnitudines adfectitæ sub quibus & gradu parodico sit potestati quid homogeneous ad eam adficiendum dicuntur Sub-graduales.

De præceptis Logistices speciosæ. CAPVT. IIII.

Logistice numerosa est quæ per numeros, Speciosa quæ per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.

Logistices speciosæ canonica præcepta sunt quatuor, ut numerosæ.

PRÆCEPTVM I.

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda est, homogeneous autem heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diuersa. Quare nota copulæ, seu adiunctionis commode addentur & adgregantur erunt A plus B, siquidem sint simplices longitudo latitudinæ ue.

Sed si adiciantur per expositam scalam, vel adiciendentibus genere communicent, sua quæ congruit designabuntur denominatione, veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B solido, & similiter in reliquis.

Solent autem Analytici symbolo $+$ adfectionem adiunctionis indicare.

PRÆCEPTVM II.

Magnitudinem magnitudini subducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa maior, hæc minor. Oportet minorem à maiore subducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini subducenda est, homogeneous autem magnitudines heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diuersa. Quare nota disiunctionis seu minus commodè minoris a maiore fiet subductio & disiunctæ erunt A minus B, siquidem sint simplices longitudo latitudinæ ue.

Sed si adiciantur per expositam scalam vel adiciendentibus genere communicent, sua quæ congruit designabuntur denominatione, veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus mi-

IN ARTEM ANALYTICEM

nus B solido, & similiter in reliquis.

Neque aliter opus sit si ipsa magnitudo quæ subducenda est iam adfecta sit, cum totum & partes diuersionem non debeant censeri, ut si ab A subtrahenda sit B plus D, residua erit A minus B, minus D, subductis sigillatim magnitudinibus B & D.

At si iam negetur D de ipsa B, & B minus D ab A subtrahenda sit, Residua erit A minus B plus D, quoniam subtrahendo B magnitudinē subtrahitur plus æquo per magnitudinem D idcō additione illius compensandum.

Solent autē Analytæ Symbolo ——— adfectionē multæ indicare. Et hæc $\lambda\epsilon\acute{\iota}\phi\iota\varsigma$ est Diophanto, ut adfectio adiunctionis $\epsilon\pi\alpha\rho\chi\iota\varsigma$.

Cum autem non proponitur vtra magnitudo sit maior vel minor, & tamen subductio faciēda est, nota differētiæ est — id est, minus incerto, ut propositis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum — B plano, vel B planum A — quadrato.

P R Æ C E P T V M I I I.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda est, efficiet illæ ductu suo magnitudinem sibi ipsis heterogeneam, atque ideo quæ sub ijs sit designabitur commodè vocabulo IN vel S v a, veluti A in B. quo significetur hac in illam ductam fuisse, vel, ut alij, factam esse sub A & B, id quæ simpliciter, si quidem A & B sint simplices longitudines latitudines-ue.

Sed si adscendant in scala, vel eis genere communicent, ipsas scalarium vel eis genere communicantium adhibere conuenit denominationes, ut pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum solidum-ue, & similiter in reliquis.

Quod si ducendæ magnitudines, vel earum altera sint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diuersi in opere accidit. Quoniam totum est suis partibus æquale, ideoque facta sub segmentis alicuius magnitudinis æquantur facto sub tota. Et cum adfirmatum vnus magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen adfirmatum, quod fiet erit adfirmatū, & in negatum, negatum.

Cui præcepto etiam consequens est ut ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum sit adfirmatum, ut cum A — B ducetur in D — G, quoniam id quod sit ex adfirmata A in G negatam manet negatum, quod est nimium negare minuere ue quandoquidem A est ducenda magnitudo producta non accurata. Et similiter quod sit ex negata B in D adfirmatam manet negatum, quod est rursus nimium negare quandoquidem D est ducenda magnitudo producta non accurata, ideo in compensationem dum B negata ducitur in G negatam factum est adfirmatum.

Denominationes factorum à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus isto prorsus modo se habent.

Latus in se facit Quadratum.

Latus in Quadratum facit Cubum.

Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.

Latus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-cubum.

Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id est Quadratum in latus facit Cubū. Cubus in latus, facit Quadrato-quadratum &c.

Rursus,

Quadratum in se facit Quadrato-quadratum.

Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.

Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

et permutatim.

Rursus,

Cubus in se facit Cubo-cubum.

Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-quadrato-cubum.

Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato-cubo-cubum.

Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo-cubo-cubum.

et permutatim, eoque deinceps ordine.

Aequae in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.

Latitudo in Planum facit Solidum.

Latitudo in Solidum facit Plano-planum.

Latitudo in Plano-planum facit Plano-solidum.

Latitudo in Plano-solidum facit Solido-solidum.

et permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.

Planum in Solidum facit Plano-solidum.

Planum in Plano-planum facit Solido solidum.

et permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-solidum.

Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-solidum.

Solidum in Plano-solidum facit Solido-solidum.

Solidum in Solido-solidum facit Solido-solido-solidum

& permutatim, eoque deinceps ordine.

PRÆCEPTVM III.

Magnitudinem magnitudini adplicare.

Sunt duæ magnitudines A & B, Oportet alteram alteri adplicare.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini adplicanda est. Altiores autem depressioribus adplicantur, homogeneæ heterogeneis, sunt quæ proponuntur magnitudines heterogeneæ. Estto tanè A longitudo, B planum. Commode itaque intercedet virgula inter B altiore quæ adplicatur, & A depressiore, cui fit adplicatio.

Sed & ipsæ magnitudines denominabuntur à suis, in quibus hæserunt, vel ad quos in proportionalium scala vel homogenearum deuectæ sunt, gradibus, veluti B planum Quo symbolo significetur

latitudo quam facit B planum adplicatum A longitudini.

Et si B detur esse Cubus, A planum, exhibebitur $\frac{B \text{ Cubus}}{A \text{ plano}}$ Quo symbolo significetur

latitudo quam facit B cubus adplicatus A plano.

Et si ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A}$ Quo symbolo significetur planum

quod oritur ex adplicatione B Cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomijs polynomijs ve magnitudinibus diuersum quicquam obseruabitur.

De nominationes ortorum ex adplicatione à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus isto prorsus modo se habent.

Quadratum adplicatum lateri restituit latus.

Cubus adplicatus lateri restituit Quadratum.

Quadrato-quadratum adplicatum lateri restituit Cubum.

Quadrato-cubus adplicatus lateri restituit Quadrato-quadratum.

Cubo-cubus adplicatus lateri restituit Quadrato-cubum.

& permutatim, idest Cubus adplicatus Quadrato restituit latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rursus,

Quadrato-quadratum adplicatum Quadrato restituit Quadratum.

Quadrato-cubus adplicatus Quadrato restituit Cubum

Cubo-cubus adplicatus Quadrato restituit Quadrato-quadratum,

et permutatim.

IN ARTEM ANALYTICEM

Rursus.

Cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Quadrato quadratum.
 Quadrato-cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Quadrato-cubum.
 Cubo-cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Cubo-cubum.

et permutatim. eoque deinceps ordine.

Acquè in Homogeneis,

Planum adplicatum latitudini restituit longitudinem.
 Solidum adplicatum latitudini restituit Planum.
 Plano planum adplicatum latitudini restituit Solidum.
 Plano solidum adplicatum latitudini restituit Plano-planum.
 Solido-solidum adplicatum latitudini restituit Plano-solidum.

et permutatim

Plano-planum adplicatum Plano restituit Planum.
 Plano-solidum adplicatum Plano restituit Solidum,
 Solido-solidum adplicatum Plano restituit Plano-planum

et permutatim.

Solido-solidum adplicatum solido restituit Solidum.
 Plano-plano-solidum adplicatum Solido restituit Plano-planum.
 Plano-solido-solidum adplicatum Solido restituit Plano-solidum.

Solido Plano-solido-solidum adplicatum Solido restituit Solido solidum,
 & permutatim, eoque deinceps ordine.

Cæterum siue in additionibus & subductionibus magnitudinum, siue in multiplicationibus & diuisionibus, non officit adplicatio, quominus expositis præceptis locus sit: hoc inspecto, quæ dum in adplicatione magnitudo tam altior quàm depressior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex adplicatione ortiuæ generi vel valori nihil additur vel decahitur, quoniam quod super effecit multiplicatio, idem resoluit diuisio ut B in A id est A , & B in A Planum est A planum

Itaque in Additionibus, Oporteat A $\frac{\text{plano}}{B}$ addere Z . Summa erit A planum $\rightarrow Z$ in B

vel Oporteat A $\frac{\text{plano}}{B}$ addere Z quadratum. Summa erit G in A planum $\rightarrow B$ in Z quadratum
 $\frac{G}{B}$ in G

IN Subductionibus, Oporteat A $\frac{\text{plano}}{B}$ subducere Z . Residua erit A planum $\rightarrow Z$ in B

Vel, Oporteat A $\frac{\text{plano}}{B}$ subducere Z quadratum. Residua erit A planum in G $\rightarrow Z$ quadrato in B
 $\frac{G}{B}$ in G

IN multiplicationibus, Oporteat. A $\frac{\text{planum}}{B}$ ducere in B . Effecta erit A planum

Vel, Oporteat $\frac{A}{B}$ planum ducere in $\frac{Z}{B}$. Effecta erit $\frac{A}{B}$ planum in $\frac{Z}{B}$.

Vel denique, Oporteat $\frac{A}{B}$ planum ducere in $\frac{Z}{G}$ quadratum. Effecta erit $\frac{A}{B}$ planum in $\frac{Z}{B}$ in $\frac{G}{G}$ quadratū.

IN Adplicationibus, Oporteat $\frac{A}{B}$ Cubum adplicare ad $\frac{D}{B}$, ducta vtraque magnitudine in $\frac{B}{B}$ ortiua erit $\frac{A}{B}$ cubus $\frac{B}{B}$ in $\frac{D}{B}$.

Vel, Oporteat adplicare $\frac{B}{B}$ in $\frac{G}{G}$ ad $\frac{A}{D}$ planum, ducta vtraque magnitudine in $\frac{D}{D}$.
ortiua erit $\frac{B}{A}$ in $\frac{G}{D}$ in $\frac{D}{A}$ plano.

Vel denique, Oporteat adplicare $\frac{B}{Z}$ Cubum ad $\frac{A}{D}$ cubum, ortiua erit $\frac{B}{Z}$ Cubus in $\frac{D}{A}$ planum.
 $\frac{Z}{Z}$ in $\frac{D}{A}$ plano $\frac{Z}{Z}$ in $\frac{A}{A}$ Cubum.

De legibus Zeteticis.

CAPVT V.

Zeteseos perficiundæ forma his fere legibus continetur.

1 Si de longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæ sita longitudo Latus esto.

2 Si de planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæ sita planicies Quadratum esto.

3 Si de soliditate quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæ sita soliditas Cubus esto. Adscendet igitur sua vi vel descendet per quoscunque gradus comparatarum magnitudinum ea de quâ quæritur.

4 Magnitudines tam datæ quam quæsitæ secundum conditionem questionis dictam adsimulantur & comparantur, addendo, subducendo, multiplicando & diuidendo constanti vbique homogeneorum lege seruata.

Manifestum est igitur aliquid tandem inuenturum iri magnitudini de quâ quæritur vel sue ad quam adscendet potestati æquale, idque factum omninò sub magnitudinibus datis, vel factum partim sub magnitudinibus datis & incertâ de quâ quæritur, aut eius parodico ad potestatem gradū.

5 Quod opus, vt arte aliquâ iuuetur, symbolo constanti & perpetuo ac benè conspicuo datæ magnitudines ab incertis quæsititiis distinguantur, vt pote magnitudines quæsititias elemento A aliâ ue literâ vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliisue consonis designando.

6 Facta sub datis omninò magnitudinibus addantur alterum alteri, vel subducantur iuxta adfectionis eorundem notam, & in vnum factum coalescant, quod esto homogeneum comparationis, seu sub datâ mensura: & ipsum vnam æquationis partem facito.

7 Aequè facta sub magnitudinibus datis eodémque parodico ad potestatem gradu addantur alterum alteri, vel subducantur iuxta adfectionis eorundem notam, & in vnum factum coalescant, quod esto homogeneum adfectionis, seu sub gradu.

IN ARTEM ANALYTICEM

8 Homogenea sub gradibus potestatem quàm adficiunt, vel à quâ adficiuntur comitantur, & alteram æqualitatis partem vnâ cum ipsâ potestate faciunt. Atque ideo homogeneous sub datâ mensura de potestate à suo genere vel ordine designatâ enuncietur, purè si quidem ea pura est ab adfectione, sin eam comitantur adfectionum homogenea, indicatâ tum adfectionis, tû gradus symbolo, vnâ cum ipsâ, quæ cum gradu coëfficit, adscititiâ magnitudine.

9 Atque idcirco si accidat homogeneous sub datâ mensurâ immisceri homogeneo sub gradu fiat Antithesis.

Antithesis est eùm adficientes adfectiue magnitudines ex vnâ æquationis parte in alteram transeunt sub contrariâ adfectionis notâ. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Antithesi æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO I.

Proponatur A Quadratum, minùs D plano æquari G quadrato, minùs B in A. Dico A Quadratum, plus B in A æquari G quadrato, plus D plano, neque per istam transpositionem sub contrariâ adfectionis notâ æqualitatem immutari. Quoniam eum A Quadratum, minùs B plano æquatur G quadrato, minùs B in A, addantur vtroque D planum, plus B in A, Ergo ex comuni notionē A Quadratum, minùs D plano, plus D plano, plus B in A, æquatur G quadrato, minùs B in A, plus D plano, plus B in A. Iam adfectio negata in eadem æquationis parte elidat adfirmatam, illic euanesceat adfectio D plani, hic adfectio B in A, & supererit A Quadratum, plus B in A, æquale G quadrato, plus D plano.

10 Et si accidat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcirco homogeneous sub datâ omninò mensurâ non statim offerri, fiat Hypobibasmus.

Hypobibasmus, est æqua depressio potestatis & parodicorum graduum obseruato scalæ ordine, donec homogeneous sub depresso gradu cadat in datum omninò homogeneous cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Hypobibasmo æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO II.

Proponatur A Cubus, plus B in A Quadratum æquari Z plano in A, Dico per hypobibasmū A Quadratum, plus B in A æquari Z plano.

Illud enim est omnia solida diuissse per communem diuisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

11 Et si accidat gradum altiozem ad quem adscendet quæsitâ magnitudo non ex se subsistere, sed in aliquam datam magnitudinem duci, fiat Parabolismus.

adplicato Parabolismus, est homogeneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem quæ in altiozem quæsititæ gradum ducitur communis multiplicatio, vt is gradus potestatis nomen sibi vendicat, & ex eâ tandem æquatio subsistat. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Parabolismo æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO III.

Proponatur B in A Quadratum, plus D plano in A, æquari Z Solido. Dico per parabolismum A Quadratum, plus D plano in A, æquari Z solido. Illud cum est omnia so-

B

B

Ida diuifisse per B communem diuiforem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

12 Et tunc difertè exprimi æqualitas cenfetur & dicitur ordinata ad Analogifmum, fi placet, reuocanda, tali præfertim cautione, vt sub extremis facta, tum potestati tum adfectio- num homogeneis refpondeant, sub medijs verò, homogeneo sub datâ menfurâ.

13 Vnde etiam Analogifmus ordinatus definiatur, feries trium quatuorue magnitudinum ita effata in terminis fiue puris fiue adfectis, vt omnes dentur præter eum de quo quæritur, ciuf- ue potestatem & parodicos ad eam gradus.

14 Denique æqualitate fic ordinatâ, ordinatõe Analogifmo fua munia impleuiffe Zete- ticem exiftimato.

Zeticem autem fubtiliffimè omnium exercuit Diophantus in ijs libris qui de re Arithme- ticâ confcripti funt. Eam verò tanquam per numeros, non etiam per fpecies, quibus tamen vfus eft, inftitutam exhibuit, quò fua effer magis admirationi fubtilitas & folertia, quando quæ Logiftæ numerofo fubtiliora adparent, & abtufiora, ea vtique fpeciofo familiaria funt & fla- tim obuia.

De Theorematum per Porifticem examinatione.

CAPVT VI.

PERfectâ Zetefi confert fe ab hypothefi ad thefim Analyfta, conceptâque fuz inuentionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus $\kappa\tau\ \pi\acute{\alpha}\nu\tau\omicron\varsigma, \kappa\alpha\tau'\ \alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma, \kappa\alpha\theta'\ \acute{\omicron}\lambda\iota\varsigma\ \pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu$ ob- noxia. Quæ quanquam fuam habent ex Zetefi demonftrationem & firmitudinem, attamen le- gi fyntheficos, quæ via demõftrandi cenfetur $\lambda\omicron\gamma\iota\kappa\omega\tau\acute{\iota}\rho\eta$, fubiiciuntur, & fi quando opus eft, per eam adprobantur magno artis inuentricis miraculo. Atque idcirco repetuntur Analyfticos ve- ftigia. Quod & ipfum Analyticum eft, neque propter inducâ fub fpecie Logifticem iam nego- ciofum. Quod fi alienum proponitur inuentum, vel fortuito oblatum, cuius veritas expenden- da & inquirenda eft, tunc tentanda primùm Poriftices via eft, à quâ deinceps ad fynthefim fit facilis reditus, vt eâ de re prolata funt à Theone exempla in Elementis, & Apollonio Per- geo in Conicis, ac ipfo etiam Archimede varijs in libris.

De officio Rhetices.

CAPVT VII.

ORDinatâ Aequatione magnitudinis de quâ quæritur, $\rho\eta\tau\iota\kappa\eta\ \eta\ \epsilon\zeta\eta\gamma\mu\iota\kappa\eta$, quæ reli- qua pars Analyftices tenenda eft, eâque potiffimum ad artis ordinationem pertinere, cum reliquæ duæ exemplorum funt potius quam præceptorum, vt logicis iure concedendum eft, fuum exercet officium, tam circa numeros, fi de magnitudine numero explicandâ quæftio eft, quàm circa lōgitudines, superficies, corporaue, fi magnitudinem re ipfa exhiberi oporteat. Et hic fe præbet Geometram Analyfta opus verum efficiundo poft alias fimilis vero refolutio- nem: illic Logiftam, potestates quafcumque numero exhibitas, fiue puras, fiue adfectas refol- uendo. Et fiue in Arithmeticis, fiue Geometricis, artificij fui nullum non edet fpecimen, fecun- dum inuentæ æqualitatis, vel de eâ concepti ordinatæ Analogifmi conditionem.

Et verò non omnis effectio Geometrica concinna eft. fmgula enim problemata fuas habent elegantias, verùm eâ ceteris antefertur, quæ compositionem operis non ex æqualitate, fed æ- qualitatem ex compositione arguit, & demonftrat: ipfa verò compositio feipfam. Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud diffimulat, & tanquam de opere efficiundo cogitans profert fuum fyntheticum problema, & explicat: Deinde Logiftis auxiliaturus de pro- portione vel æqualitate in eo adgnitâ concipit & demonftrat Theorema.

IN ARTEM ANALYTICAM

Aequationum notatio & Artis Epilogus.

CAPVT VIII.

A Equationis vox simpliciter prolata in Analyticis de $\mathcal{A}$ equalitate per Zetesim ritè ordinatà accipitur.

2 Itaque Aequatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.

3 Magnitudo incerta radix est vel potestas.

4 Rursus, potestas pura est vel adfecta.

5 Adfectio per negationem est vel adfirmationem.

6 Cum adiciens homogeneum negatur de potestate, negatio est directa.

8 Cum contrà potestas negatur de adficiente homogeneo sub gradu, negatio est inuersa.

7 Subgradualis metiens est homogenei adfectionis, gradus ipse mensura.

9 Oportet autem in parte Aequationis incertà designare ordinem tum potestatis, tum graduum, necnon adfectionis qualitatem seu notam. Ipsas etiam dari magnitudines subgraduales magnitudines.

10 Primus ad potestatem parodius gradus est radix de quâ queritur. Extremus, is qui vno scalæ gradu inferior est potestate. Solet autem is voce Epanaphoræ ex audiri.

11 Parodius ad potestatem gradus parodici est reciprocus, cum alterius in alterum ductu potestas fit. Sic adscititia eius gradus quem sustinet est reciproca.

12 A radice longitudine gradus parodici ad potestatem sunt ij ipsi qui designantur in scala.

13 A radice planâ gradus parodici sunt.

Quadratum.

PLANVM.

Quadrato-quadratum.

PLANI Quadratum.

Cubo-cubus.

Seu

PLANI Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice solida gradus parodici sunt,

Cubus.

SOLIDVM.

Cubo-cubus.

Seu

SOLIDI Quadratum.

Cubos-cubo-cubus.

SOLIDI Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo cubus, & quæ continuo eo ordine a se ipsismet fiunt, sunt potestates simplicis medij, Reliquæ multiplicis.

16 Magnitudo certa cui comparantur reliqua, est homogeneum comparisonis.

17 In numeris homogenea comparisonum sunt vnitates.

18 Cum radix de quâ queritur in suâ base consistens datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio est simplex absolutè.

19 Cum potestas radices de quâ queritur pura ab adfectione datæ homogeneæ comparatur, æquatio est simplex Climactica.

20 Cum potestas radices de qua queritur adfecta sub designato gradu & data coefficiente datæ magnitudini homogeneæ comparatur. Aequatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.

21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem tot adfectionibus potestas potest implicari.

Itaque Quadratum potest adfici sub latere.

Cubus sub latere & Quadrato.

Quadrato-quadratum sub latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & eâ in infinitum serie.

22 Analogismi à generibus Aequationum in quas incidunt resoluti, distinguntur & nomenclaturam accipiunt.

Ad Exege-

23 Ad Exegeticem in Arithmetice instruitur Analyſta edocſus

Numerum numero addere.

Numerum numero ſubducere.

Numerum in numerum ducere.

Numerum per numerum diuidere.

Poteſtatum porro quarumcumque, ſive purarum ſive (quod neſciuerunt veteres, neque noui) adfectarum tradit Ars reſolutionem.

24 Ad Exegeticem in Geometricis ſeligit & recenſet effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorum omnino explicentur.

25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata poſtulat, vt quali Geometria ſuppleatur Geometriae defectus.

A quouis puncto ad duas quaſuis lineas rectam ducere interceptam ab iis præſinito poſſibili quocumque interſegmento.

Hoc conſeſſo (eſt autem *ἀμύχα* non *δυσμύχαρον*) ſamoſiora, quæ hæcenus ἀλγε-
2α dicta fuere, problemata ſoluit ἐπιγνώσις, melographicum, ſectionis anguli in tres partes æquales, inuentionem lateris Heptagoni, ac alia quocumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi ſolidis, Quadrato-quadrata plano-planis ſive purè, ſive cum adfectione comparantur.

26 Ecquis verò, cum magnitudines omnes ſint lineæ, ſuperficies, vel corpora, tantus proportionum ſuprà triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem poteſt eſſe vſus in rebus humanis, niſi fortè in ſectionibus angulorum, vt ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera conſequamur?

27 Ergo à nemine hæcenus adgnitum myſterium angularium ſectionum, ſive ad Arithmetica, ſive Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.

Facere vt numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curæ non comparat, quia angulus eſt medium quiddam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.

29 Denique faſtuoſum problema problematum ars Analytice, triplicem Zeteticæ Poriſtices & Exegetices formam tandem induta, iure ſibi adrogat, Quod eſt, NULLVM NON PROBLEMA SOLVERE.

Errata in Isagoge.

Folio i. verso Nemaufensi] *scribe Nemorensi.*

Folio 5. ex serie Sclarum] *scribe Sclarium.*

Folio 6. Solidum in Planofolidum facit Solido-solidum.] *scribe facio
Plano-solido-solidum.*

Eodem verso Plano folido solidum adplicatum folido restituit folido-
solidum] *scribe folido folido solidum adplicatum, &c.*

Folio 7. *propositione* 11. communis multiplicatio] *scribe communis adplicatio.*

Folio 8. verso in parte æquationis incerta designare] *scribe designari.*

Eodem Ipsas etiam dari magnitudines subgraduales] *scribe, dari ad-
scititas subgraduales.*



EFFECTIONVM
GEOMETRICARVM
Canonica recensio.



EFFECTIONVM GEOMETRICARVM CANONICA RECENSIO.

Effectiones Geometricas quibus *Æ*quationes omnes quæ Quadratorum metam non excedunt, commodè explicantur, ita Canonicè recensio.

P R O P O S I T I O I.

Datam lineam datæ rectæ lineæ addere.

Opus additionis. Sint datæ dux rectæ lineæ AB BC. Oportet alteram alteri addere. Continuetur AB longitudine BC. Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse AC ex AB BC.



P R O P O S I T I O II.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ maiori auferre.

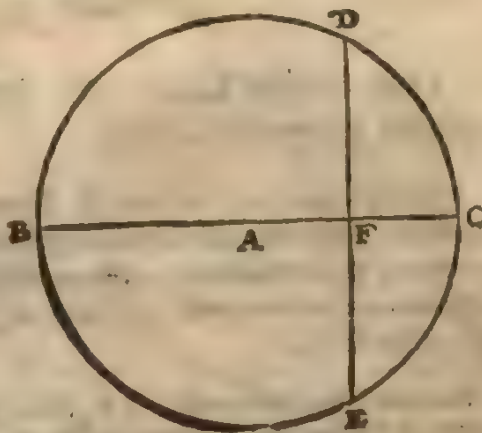
Opus subductionis. Sint datæ dux rectæ lineæ inæquales AB BC. Oportet ex AB maiore, minorem auferre. Ex AB abscindatur BC. Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter AB & BC esse AC.



P R O P O S I T I O III.

Describere tres lineas rectas proportionales.

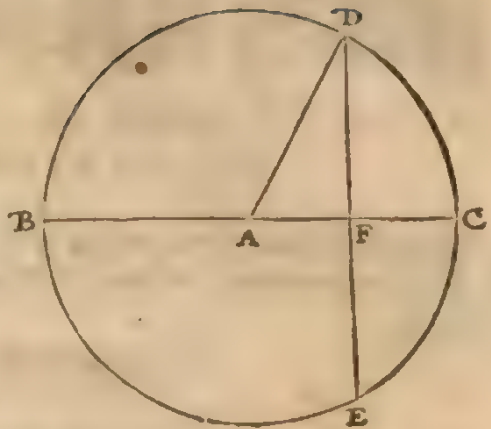
Sub A centro, intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter BAC. Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ CD CE æquales, Et connexa DE faciet BC in F. Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse BF FD FG.



PROPOSITIO IIII.

Describere triangulum rectangulum.

Repetitâ superiore constructione connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Triangulum enim esse AFD, ipsūque rectangulum; quoniam angulus AFD est rectus, vt demonstratur in Elementis.

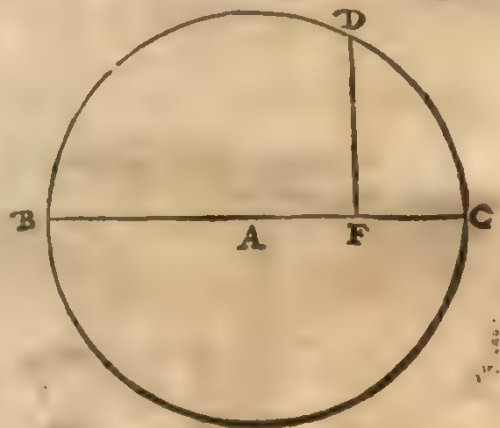


PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis inuenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Traditum est enim quod fit ab extremis planum æquale esse mediæ Quadrato.

Sint datæ duæ rectæ lineæ BF FC, Oportet inuenire mediam inter eas proportionalem. Continuetur BF longitudine FC, & BC secetur bifariam in A, Et à centro A interuallo AB vel AC describatur circulus & excitetur ad punctum F perpendicularis abscindens circumferentiam in D. Dico factum esse quod oportuit. Mediam enim quæsitam esse DF, vt manifestum fit ex descriptione canonicâ trium proportionalium.



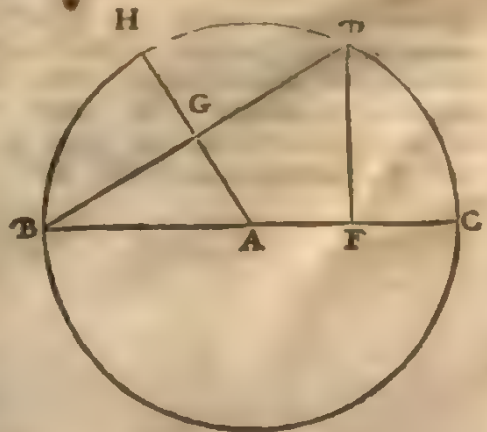
Sic dato Plano datur Quadratum æquale.

PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis inuenire tertiam proportionalem.

Opus adplicationis. Illud enim est, Datum planum seu plano æquale Quadratum rectæ adplicare, & latitudinem ortiuam exhibere. Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.

Sint datæ duæ lineæ rectæ BF FD. Oportet inuenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos BF, FD, & connectatur BD, quæ secetur bifariam ad rectos angulos à rectâ



AH

AH intercipiente ipsam BD in G, ipsam vero BF in A, Et centro A, intervallo AB vel AD describatur circulus, ad cuius circumferentiam protrahatur BF in C. Dico factum esse quod oportuit. Ad datas enim BF FD tertiam proportionalem quaeritam esse FC, ut manifestum sit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Minus autem effectiones Canonicae sunt.

- 1 Datis tribus lineis rectis inuenire Quartam proportionalem.
- 2 Facere ut numerum ad numerum ita lineam rectam ad rectam de qua quaeritur ceteris datis.
- 3 Facere ut Quadratum ad Quadratum, ita lineam rectam ad rectam de qua quaeritur ceteris datis.
- 4 Facere ut lineam rectam ad rectam, ita Quadratum ad Quadratum lateris de quo quaeritur ceteris datis.

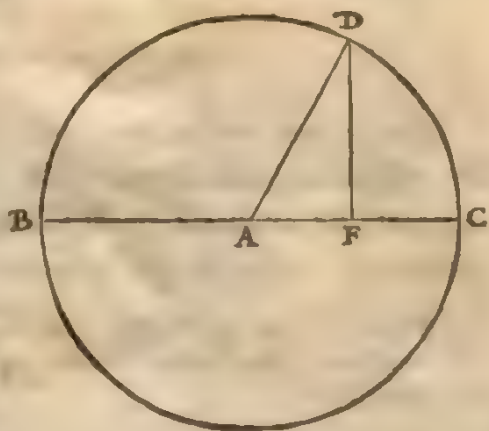
Quae tamen si quando iuuant habentur ex Elementis. Sed neque sequentes effectiones omnino regulares sunt, at commendandae tamen propter frequentem earum usum & impendium.

PROPOSITIO VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum inuenire latus tertium.

Opus Additionis Planorum. Docuit nempe Pythagoras, Quadrata à lateribus circa rectum equari Quadrato lateris reliqui. Quod etiam principia Analytica arguunt ex ipsa descriptione trianguli. Traditum est enim ex Analyticis aggregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam Quadratorum. Aggregatum autem ex AD seu BA & AF est BF, Et differentia inter AD, seu AC, & AF est FC. BF autem ducta in FC facit Quadratum ex DF. Itaque Quadratum ex DF est differentia Quadrati ex AD & Quadrati ex AF. Et per artis translationem, quae dicitur Antithesis, Quadratum ex AD est summa Quadratorum ex AF & DF.

Sine data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia AF FD. Oportet inuenire latus tertium, quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur AF FD ad angulos rectos & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quaeritur esse AD subtendens DFA rectum angulum trianguli, factum à datis AF, FD.

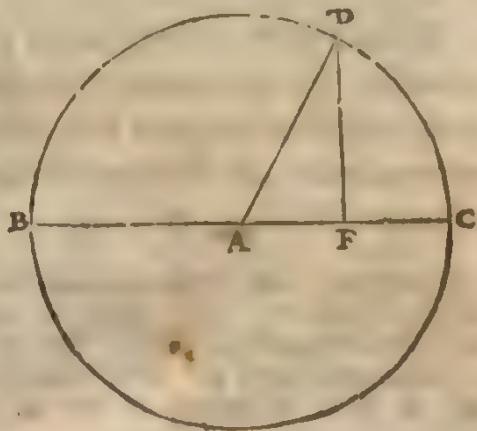


PROPOSITIO VIII.

Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & vno è reliquis inuenire latus tertium.

Opus subductionis Planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, vnum AC, quod subtendit angulum rectum, alterum AF insistentis circa rectum illum. Oportet inuenire latus reliquum.

Centro A intervallo AC describatur cir-

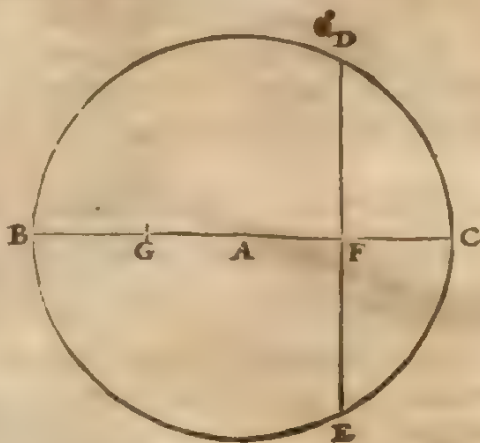


culus, Sed ex AC abscindatur AF, & ad punctum F excitetur perpendicularis in AC, eaque secet circumferentiam in D, & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim DF esse quæsitum, ambiens angulum rectum in triangulo AFD, cuius data fuerunt reliqua latera AF & AD, id est AC.

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Quadratum minoris extremæ adiunctum Rectangulo sub differentiâ extremarum & ipsâ minore extremâ æquatur mediæ Quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor FC minor extrema, cui æqualis ponatur BG, unde differentia inter BF maiorem extremam, & BG, id est FC minorem extremam, sit FG. Dico quadratum ex CF adiunctum rectangulo sub CF FG æquari quadrato ex DF. Nam Quadratum ex CF aliter est factum ex CF in GB. Itaque duo hæc facta ex CF in GB, & CF in FG valent factum ex CF in FB. Cui facto sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex DF media inter extremas.



CONSECTARIUM AD MECHANICEM

Quadrati adfecti adiunctione Plani sub latere.

Itaque cum proponetur A Quadratum, plus B in A æquari D Quadrato, Intelligetur D media inter extremas, B differentia earundem. Et ex mediâ & differentiâ extremarum quærentur extrema quarum minor erit A, de quâ queritur.

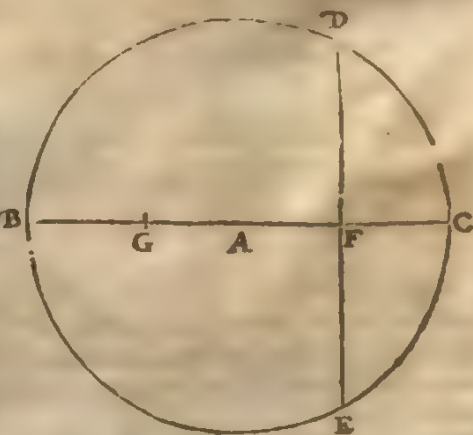
Vt hic ex datis GF FD construuntur proportionales BF, FD, FC, & erit FC minor quæsitæ. Vt ex Zeteticis poterat argui, Et iam figura Geometrica per synthese demonstrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Quadratum maioris extremæ, multatum rectangulo sub differentiâ extremarum, & ipsâ maiore extremâ æquatur mediæ Quadrato.

Repetatur proxime antecedens constructio. Dico Quadratum ex BF, minus rectangulo sub BF GF, æquari Quadrato ex DF.

Quadratum enim ex BF, valet factum ex BF in GF, & insuper ex BF in BG. A



Quadrato igitur ex BF auferatur factum ex BF in FG , relinquitur factum ex BF in BG , id est ex constructione in FC . Cui factio sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex DF mediâ inter extremas.

CONSECTARIUM AD MECHANICEM QUADRATI
adfecti multâ Plani sub latere.

Itaque cum proponetur A Quadratum, minus B in A æuari D Quadrato, Intelligetur D mediâ inter extremas, B differentia earumdem, & ex mediâ & differentiâ extremarum quærentur extrema, quarum maior erit A de quâ queritur.

Vt hic ex datis GF FD construentur proportionales BF FD FC . Et erit BF maior quæsita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & iam figura Geometrica per Synthesim demonstrat.

PROPOSITIO XI.

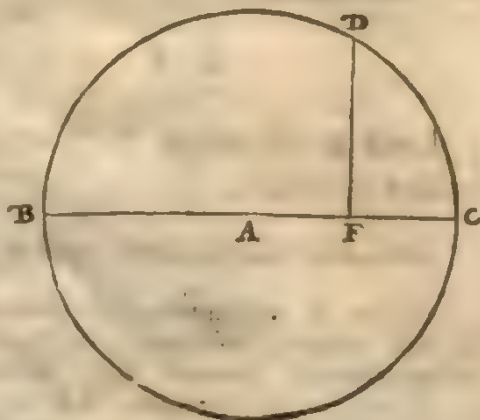
Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Rectangulum sub compositâ ex extremis & harum altera maiore minoreue, multatum eiusdem alterius Quadrato, æquatur Rectangulo sub extremis.

Exponatur canonicum diatamma trium proportionalium. Dico rectangulum sub BC FC , minus Quadrato ex FC æuari Quadrato ex DF .

Et rursus rectangulum sub BC BF , minus Quadrato ex BF æuari Quadrato ex DF .

Quoniam enim BC est composita ex BF FC , ideo factum ex BC in FC valet factum ex BF in FC , & FC in FC hoc est Quadratum ex FC . Cum itaque ex facto BC in FC auferetur quadratum ex FC , relinquitur factum ex BF in FC , cui factio sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex DF mediâ inter extremas. Atque id esto primum.

Æquè quoniam BC composita est ex CF FB , ideo factum ex BC in BF valet factum ex CF in BF & BF in BF , hoc est Quadratum ex BF . Cum itaque ex facto BC in BF auferetur Quadratum ex BF relinquetur factum ex CF in BF . Cui factio sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex DF mediâ inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.



CONSECTARIUM AD MECHANICEM PLANI
sub latere negati de Quadrato.

Itaque cum proponetur B in A , minus A Quadrato æuari D Quadrato, Intelligetur D mediâ inter extremas, B adgregatum earumdem. Et ex mediâ & adgregato extremarum quærentur extrema, quarum alterutra erit A de quâ queritur.

Ut ex Zeteticis poterat argui, & iam figura Geometrica per Synthesim demonstrat.

PROPOSITIO XII.

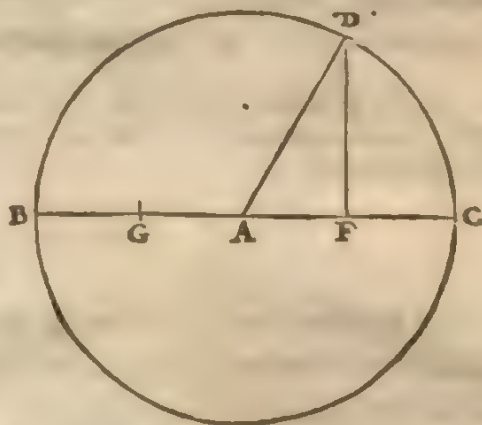
Datâ mediâ trium proportionalium & differentiâ extremarum inuenire extremas.

Mechanice Quadrati adfecti sub latere.

Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum, Oportet inuenire extremas.

Inclinentur GF FD ad angulos rectos, & secetur GF bifariam in A . Centro autem A , intervallo AD , describatur circulus, ad cuius circumferentiam producantur AG AF , in punctis B , G .

Dico factum esse quod oportuit, Extremas enim inueniundas esse BF FC , inter quas media proportionalis est FD . Ex ipsâ BF FC differunt per FG , quandoquidem AF & AG constructæ sunt æquales, Et AC AB constructæ quoque æquales. Itaque ab æqualibus AB AC subducendo æquales AG AF , remanent BG FC æquales. Est autem GF differentia inter BF & BG seu FC . Quod erat demonstrandum.

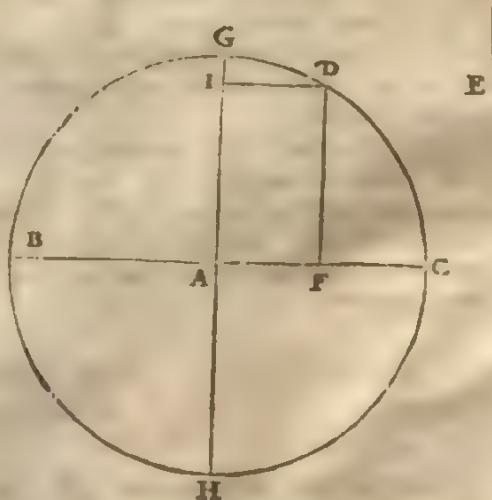


PROPOSITIO XIII.

Datâ mediâ trium proportionalium & adgregato extremarum inuenire extremas.

Mechanice Plani sub latere negati de Quadrato.

Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum, Oportet inuenire extremas. Secetur BC bifariam in A , Et centro A intervallo AB vel AC describatur circulus. Sed & diametrum BAC secet ad angulos rectos altera diameter GAH , & ex AG abscindatur AI æqualis ipsi E , Et per I ducatur recta ipsi BC parallela interceptiens circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipsi IA æqualis, & parallela. Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim quæsitæ esse BF FG , ex quibus composita est BC data. Et sit media inter eas proportionales DF seu IA , id est E data.



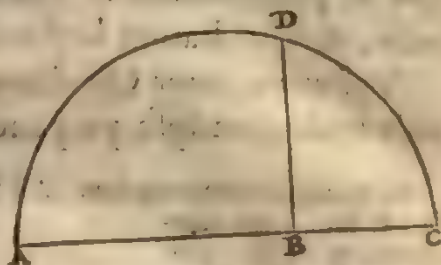
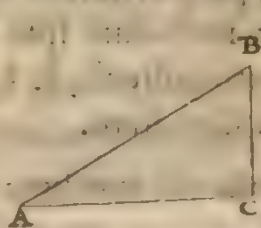
PROPOSITIO XIII.

Quadratum à mediâ proportionali inter hypotenusam trianguli rectan-

rectanguli & perpendicularum eiusdem, proportionale est inter Quadratum perpendiculari & Quadratum idem perpendiculari continuatum basis Quadrato. *V X O I T I C O*

Sit triangulum rectangulum ABC , media vero inter AB hypotenusam & BC perpendicularum sit

BD . Dico Quadratum ex BD proportionale esse inter Quadratum ex BC & idem Quadratum ex BC plus Quadrato ex AC .

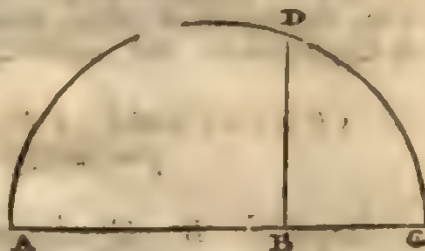
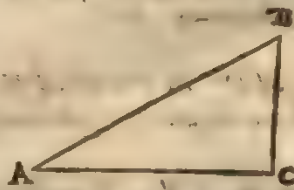


Quoniam enim proportionales sunt BA

DB BC , Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis sunt Quadrata, videlicet Quadratum ex AB , Quadratum ex DB , & quadratum ex BC . Ipsum autem Quadratum ex AB per interpretationem est Quadratum ex BC plus Quadrato ex AC .

Idem Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendicularum proportionale est inter Quadratum hypotenusæ & Quadratum idem hypotenusæ multatum basis Quadrato.

Cum sint proportionalia (ut iam adnotatum est) Quadratum ex AB , Quadratum ex BD , & Quadratum ex BC . Ipsum autem Quadratum ex BC per interpretationem sit Quadratum ex AB minus Quadrato ex AC .



CONSECTARIUM AD MECHANICAM

Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato.

Itaque, Si A Quadrato-quadratum, plus B Quadrato in A Quadratum æquetur D Quadrato-quadrato. Intelletur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam, & ex mediâ & base quæretur A perpendicularum.

Vt hic ex datis AC BD quæretur BC , Cum ex resolutione expositi primo loco Analogismi Quadrato-quadratum ex BC plus planopiano sub Quadrato ex AC & Quadrato ex BC æquetur Quadrato-quadrato ex BD .

Et si A Quadrato-quadratum, minus B Quadrato in A Quadratum æquetur D Quadrato-quadrato, Rursus B intelletur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam. Et ex mediâ & base quæretur A hypotenusam.

Vt hic ex datis AC BD quæretur AB . Cum ex resolutione expositi secundo loco

est analogismi Quadrato-quadrato ex AB minus planopiano sub Quadrato ex AC & Quadrato ex AB , æquetur Quadrato-quadrato ex BD .

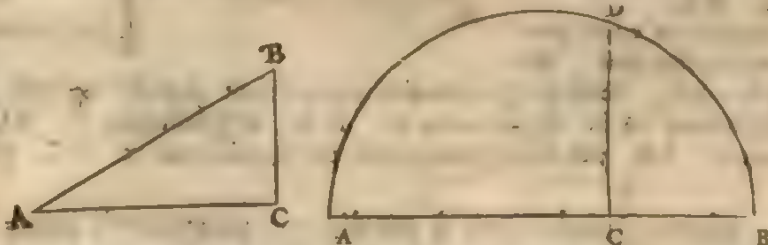
PROPOSITIO XV.

Quadratum à mediâ proportionali inter basim trianguli rectanguli & perpendicularum eiusdem, proportionale est inter Quadratum basis, & Quadratum hypotenusæ multatum ipso basis Quadrato.

Vel etiam inter Quadratum perpendiculari, & Quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculari Quadrato.

Sit triangulum rectangulum ABC , media verò inter latera circa rectum AC BC sit CD . Dico Quadratum ex CD proportionale esse inter Quadratum ex AC & Quadratum ex AB minus Quadrato ex AC .

Quoniam enim proportionales sunt AC



CD BC , ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt Quadrata. Videlicet Quadratum ex AC , Quadratum ex CD , Quadratum ex BC . Ipsum autem Quadratum ex BC per interpretationem est Quadratum ex AB minus Quadrato ex AC .

Vel etiam dico Quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex BC , & quadratum ex AB , minus Quadrato ex BC .

Cum sint proportionalia, ut iam adnotatum est, Quadratum ex AC , Quadratum ex CD , Quadratum ex BC . Ipsum autem Quadratum ex AC per interpretationem sit Quadratum ex AB minus Quadrato ex BC .

CONSECTARIUM AD MECHANICEM PLANO- plani sub Quadrato negati de Quadrato-quadrato.

Itaque si B Quadratum in A Quadratum, minus A Quadrato-quadrato, æquetur D Quadrato-quadrato. Intelligetur B hypotenusæ trianguli rectanguli D media inter perpendicularum & basim. Et ex mediâ & hypotenusæ quæretur A basis vel perpendicularum.

Ut hic ex datis $AB \cdot DC$ quæretur AC vel BC . Cum ex resolutione analogismi primò positi, Plano-planum sub Quadrato, ex AB & Quadrato & AC , minus Quadrato-quadrato ex AC , æquetur Quadrato-quadrato ex CE .

Vel etiam ex resolutione analogismi secundo loco expositi, Planoplanum sub Quadrato ex AB & Quadrato ex BC , minus Quadrato-quadrato ex BC æquetur Quadrato-quadrato ex DC .

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & eâ cuius quadratū æquale est aggregato Quadratorum secundæ & tertiæ, Dantur secunda & tertia.

Enimverò sunt quoque proportionales,

I Tertia plùs primâ,

II Potens illas quadrato,

III Tertia. Quæ in serie datur prima & differentia extremarum. Datâ autem mediâ & differentiâ extremarum dantur extreme. Per Propositionem XII. huius Capituli.

Exposita autem analogia, quam alioquin firmavit Zetesis, perspicua est ex æquatione in quam resolvitur. Faciunt enim extrema Quadratum tertiæ, plus rectangulo ex primâ in tertiam, id est plus Quadrato secundæ, quæ duo Quadrata æquant quadratum mediæ.

Et verò Propositio hæc inter Canonicas adscribitur quoniam, parascæve est ad Mechanicem Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato. Itaque magis est ut ipsum opus integrum præ oculis subiiciatur. Propositum igitur esto

Data prima trium proportionalium & eâ cuius Quadratum æquale est aggregato Quadratorum secundæ & tertiæ inuenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium AB , Quæ verò potest quadrata singulas reliquas BC . Oportet inuenire secundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos AB BC , & secetur AB bifariam in D , & centro D intervallo DC describatur circulus abscindens ipsam AB productam hinc inde in punctis E , F , & sit E punctum versus B , & F versus A , & fiat AE diameter alterius circuli, ad quam producatur BG . Dico proportionales de quibus quæritur esse GB quidem secundam, BE tertiam. Proportionales enim esse AB , BG , BE imprimis constat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur ut subtenfa GE æquetur ipsi BC datæ. Id autem ita fit manifestum. Quoniam enim FD DE sunt æquales ex constructione, nam utraque semidiameter est circuli primum descripti, & æquales quoque ex constructione AD DB . Ergo sunt quoque æquales FA BE . Et rursus æquales FB AE , factâ subductione & additione æqualium ab æqualibus. Mediâ autem proportionalis inter EB BF est BC ex prædicto canonico diagrammate. Mediâ quoque inter EB & AE id est ipsam BF est GE . Quare ipsa GE eadem est quæ BC . Quod ostendisse oportuit.

Ad datam igitur AB primam, & BC potentem Quadrato duas reliquas, Inuentæ sunt tres proportionales AB BG BE . Quod faciendum erat.

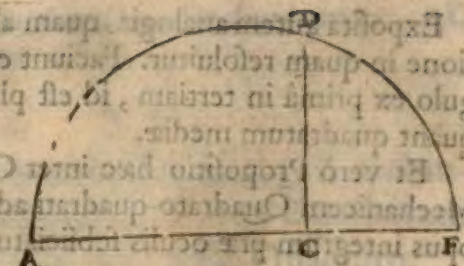
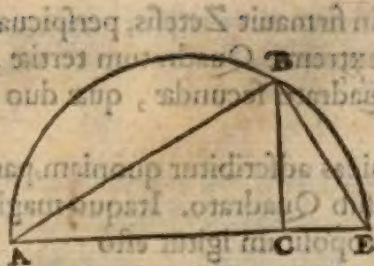
PROPOSITIO XVII.

Si Quadratum mediæ inter perpendicularum trianguli rectanguli & hypotenusam applicetur ad basim, perpendicularum proportionale est inter basim & eam cuius Quadratum æquale est differentiæ inter Quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & Quadratum perpendiculari.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem AB , basis AC , perpendicularum BC , mediâ vero proportionalis inter AB & BC sit CD , cuius Quadratum cum applicabitur ad AC faciat latitudinem CE . Sed & Quadratum ipsius BC applicetur ad AC & faciat latitudinem CE . cuius Quadratum vna cum Quadrato

C ij

ex BC, &
quetur Qua-
drato ex BE.
Dico BE
esse æqualem
ipfi CF. Ita-
que CE ef-
se eam cuius
Quadratum



æquale sit differentie inter quadratum ex CF seu BE, & Quadratum ex BC. Et
consequenter inter eam & AC proportionalem esse BC, ut decernit propositio.
Est enim ut AC ad CD, ita CD ad CF ex constructione. Est quoque ut
AC ad BC, ita AB ad BE ex triangulorum ACB ABE similitudine.
Quadratum autem ex CD æquale est ex hypothesi rectangulo ex BC in AB.
Quare eadem media est inter AC & CF, & inter AC & BE. Itaque BE
& CE sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

Data base trianguli rectanguli, & mediâ proportionali inter hy-
potenusam & perpendicularum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione, Basis.

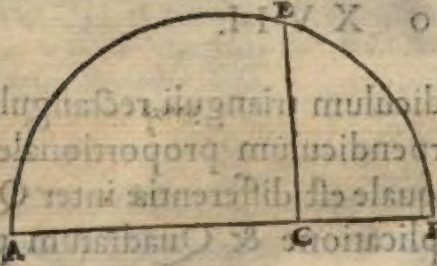
Perpendicularum.

Latus quadrati æqualis differentia inter Quadratum perpendiculi & Quadratum latitudinis
quam facit media Quadratum adplicatû basi. Qua in serie datur prima & Latus quadrati æqualis
adgregato Quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur due reliquæ per propositionem XV.

Est autem Mechanice Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato. Itaque in canonicarum
numerum adscribitur. Quâ de causâ opus ipsum integrum consentaneum est exhibere, Pro-
positum igitur esto

Data base trianguli rectanguli, & mediâ inter hypotenusam &
perpendicularum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AC basis trianguli rectanguli & data quoque CE mediâ inter hypote-



nusam & perpendicularum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam AC adplicetur
Quadratum ex CE faciens latitudinem, CF. Deinde inclinetur CF perpendiculariter ad AC
sectâque AC bifariam in D, describantur proportionales CE
CF, CG. Et fiat AE diameter circuli, è cuius circumferentiâ cadat perpendicularum
BC.

BC. Dico ACD triangulum esse de quo queritur, cuius videlicet basis est ipsa AC data. Cum autem sit ut AC ad AB, ita BC ad BE, id est CF, ut opus indicat, & antecedens demonstravit. CE vero media sit inter AC & CF, consequens est mediam quoque esse CE inter AB & BC. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ita enunciari.

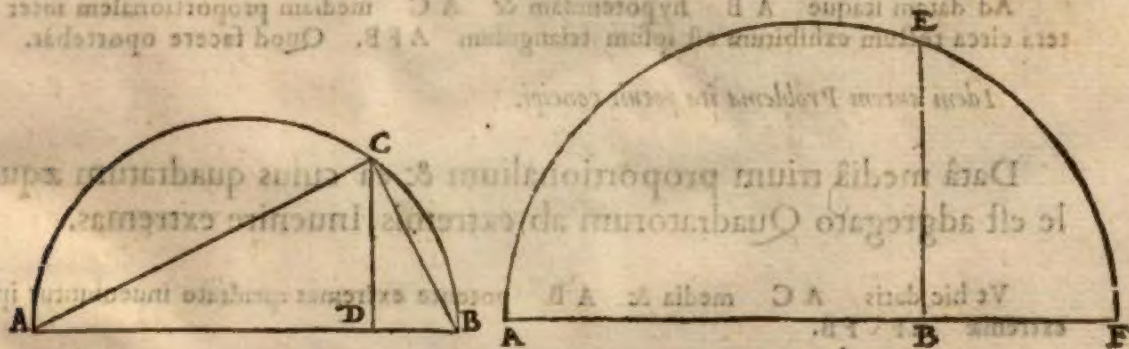
Data mediâ trium proportionalium, & eâ cuius Quadratum æquale est differentiâ Quadratorum ab extremis, Invenire extremas.

Ut hic datâ AC, & CE, inveniuntur AB, BC.

PROPOSITIO XIX.

Si Quadratum mediæ inter basim & perpendicularum trianguli rectanguli applicetur ad hypotenusam, Quæ oritur latitudo erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ, quorum primi Quadratum adiectum Quadrato latitudinis æquat Quadratum basis. Secundi vero Quadratum eidem Quadrato latitudinis adiectum, æquat Quadratum perpendiculari.

Sit Trianguli rectanguli hypotenusæ quidem AB, basis AC, perpendicularum BC, media inter basim & perpendicularum, BE, cuius quadratum applicatum ad AB faciat latitudinem BF. Cadat autem CD perpendiculariter à puncto C in AB. Sunt igitur proportionales AD segmentum primum hypotenusæ, CDeducta, & DB segmentum hypotenusæ reliquum. Dico DC esse æqualem ipsi BE. Itaque EB esse proportionalem inter AD, cuius Quadratum adiunctum Quadrato CD æquet Quadratum AC basis. Et DB, cuius Quadratum eidem Quadrato CD adiectum æquet Quadratum CB perpendiculari, ut decernit Theorema.



Est enim ut AB ad BE, ita BE ad BF, ex constructione. Est quoque ut AB ad CB, ita AC ad CD ex similitudine triangulorum ACB ADC. Quadratum autem ex BE valet rectangulum CB in AC. Ergo eadem media est inter AB & BF quæ inter AB & CD. Ideoque BF & CD sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenusâ trianguli rectanguli & mediâ proportionali inter basim & perpendicularum datur triangulum.

D

DAE nūmuerò proportionales sunt ex antecedente propositione

I. Hypotenusa segmentum unum.

II. Latitudo quam facit media Quadratum adplicatum ad hypotenusam.

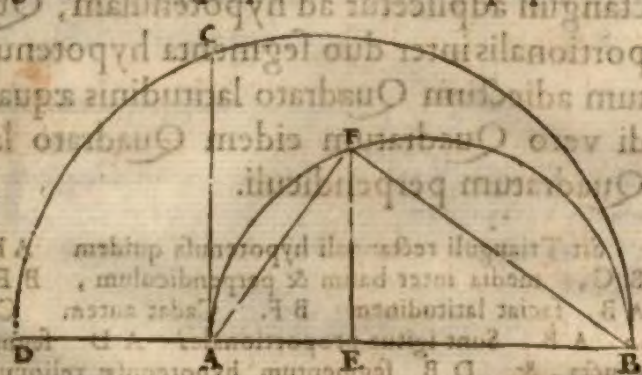
III. Hypotenusa segmentum alterum.

Quā in serie datur media & adgregatum extremarum. Ac Quadratum quidem latitudinis predictæ, adiunctum Quadrato unius è segmentis hypotenuse efficit Quadratum unius è lateribus circa rectum. Adiectum verò Quadrato segmenti alterius efficit Quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice Plano-planū sub Quadrato negati de Quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Quā de causā opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto

Datā hypotenusa trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sic data AB hypotenusa trianguli, Et data quoque AC media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas AB, AC inueniatur tertia proportionalis AD, & fiat AB diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur è circumferentiā recta FE ipsi AD æqualis, & subtendantur AF FB. Dico ipsa AF FB esse latera circa rectum quæsitā, atque adeo triangulum, de quo quæritur esse AFB, cuius quidem hypotenusa est AB data. Similia namque triangula rectangula sunt FEB AFB. Itaque est vt FE ad AF ita FB ad AB. Sed ex constructione est FE id est AD ad AC ita AC ad AB. Quare AC proportionalis est inter AF FB.



Ad datam itaque AB hypotenusam & AC mediam proportionalem inter latera circa rectum exhibitum est ipsum triangulum AFB. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Datā mediā trium proportionalium & eā cuius quadratum æquale est adgregato Quadratorum ab extremis, Inuenire extremas.

Vt hic datis AC media & AB potente extremas quadrato inueniuntur ipsæ extremæ AF FB.

Idem enim vt AB ad BE, ita BE ad BF, ex constructione. Et quod vt AB ad CB, ita AC ad CD ex similitudine triangulorum ADB ADC. Quæritur autem ex BE valor rectangulum CB in AC. Ergo eadem media est inter AB & BF, quæ inter AB & CD, idcirco BE & CD sunt æquales. Adhuc adeo ratio est proportio.

P R O P O S I T I O X X.

Datā hypotenusa trianguli rectanguli & mediā proportionali inter latera & perpendiculari datum triangulum.

D