四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數學九章卷一上

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

子部六

數學九章

天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案數學九章十八卷宋秦九韶撰九韶始末未詳惟據原序自稱其籍曰魯郡然序題淳祐七年魯郡已久入於元九韶蓋述其祖貫未詳實為何許人也是書分為九類一曰大衍以奇零求總數為九類之綱二曰

天時以步氣朔晷影及五星伏見三曰田域以推方圓冪積四曰測望以推高深廣遠五曰賦役以均租稅力役六曰錢穀以權輕重出入七曰營建以度土功八曰軍旅以定行陣九曰市易以治交易雖以九章為名而與古九章門目迥別蓋古法設其術九韶則別其用耳宋代諸儒尚虛談而薄實用數雖聖門六藝之一亦鄙之不言即有談數學者亦

不過推演河洛之奇偶於人事無關故樂屢爭而不決歷亦每變而愈舛豈非算術不明惟憑臆斷之故歟數百年中惟沈括究心足事而自夢溪筆談以外未有成書九韶當宋末造獨崛起而明絕學其中如大衍類著卦發微欲以新術改周易揲蓍之法殊乖古義古歷會積題數既誤且謂設問以明大衍之理初不計前後多少之歷過尤非實據天時

類緩術推星本非方程法而術曰方程復於草中多設一數以合方程行列更為牽合所載皆平氣平朔凡晷影長短五星遲疾皆設數加減不過得其大槩較今之定氣定朔用三角形推算者亦為未密然自秦漢以來成法相傳未有言其立法之意者惟此書大衍術中所載立天元一法能舉立法之意而言之其用雖僅一端而以零數推總數足以盡

奇偶和較之變至為精妙苟得其意而用之凡諸法所不能得者皆隨所用而無不通後元郭守敬用之於弧矢李冶用之於勾股方圓歐邏巴新法易其名曰借根方用之於九章八線其源實開自九韶亦可云有功於算術者矣至於田域測望賦役錢穀營建軍旅市易七類皆擴充古法取事命題雖條目紛紜曲折往復不免瑕瑜互見而其精確者居

多今即永樂大典所載於其誤者正之疎者辨之顛倒者次序之各加案語於下庶得失不掩俾算家有所稽考焉乾隆四十九年十月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

數學九章序

周教六藝數實成之學士大夫所從事尚矣其用本太虛生一而周流無窮大可以通神明順性命小足以經世務類萬物距容以淺近窺哉若昔推策以迎日定律而和氣翬距滄川土圭度咎天地之大圜焉而不能外況其間總總者乎爰自河圖洛書闡發幽祕八卦九疇錯綜精徵極而至於大衍皇極之用而人事之變無不該鬼神之情莫能隱矣聖人神之言而遺其粗常人昧

之由而莫之覺要其歸則數與道非二本也漢去古未遠有張蒼許商馬延年耿壽昌鄭玄張衡劉洪之倫或明天道而法傳於後或計功策而效驗於時後世學者自高鄙不之講此學殆絕惟治歷疇人能為乘除而弗通於開方衍變若官府會事則府史一二參之算家位置素所不識上之人亦委而聽焉持算者惟若人則鄙之也宜矣嗚呼樂有制氏僅記鏗鏘而謂與天地同和者止於是可乎今數術之書尚三十餘家天象歷度謂

之緻術太乙壬甲謂之三式皆曰內篇言其祕也九章所載及周官九數擊於方圓者為專術皆曰外篇對內而言也其用相通不可岐二獨大衍法不載九章未有能推之者歷家演法頗用之以為方程者誤也且天下之事多矣古之人先事而計計定而行仰觀俯察人謀鬼謀無所不用其謹是以不愆於成載籍章章可覆也後世興事造始鮮能考度燮理乎天紀人事之叙缺矣可不求其故哉九韶愚陋不閑於藝然早歲侍親中都

因得訪習於太史又嘗從隱君子受數學時際兵難歷歲遐塞不自意全於矢石之間更險離憂荏苒十禩心槁氣落信知失物莫不有數也乃肆意其間旁諏方能探索杳眇粗若有得焉所謂通神明順性命固膚末於見若其小者竊嘗設為問答以擬於用積多而惜其棄因取八十一題釐為九類立術具草間以圖發之恐或可俾博學多識君子之餘觀曲藝可遂也願進之於道儻曰藝成而下是惟疇人府史流也烏足盡天下之用

亦無費焉時淳祐七年九月魯郡秦九韶叙且系之曰

昆崙旁薄道本虛一聖有大衍徵寓於易奇餘取策郡

數皆揖衍而究之探隱之原數術之傳以實為體其書

九章惟茲弗紀歷家雖用用而不知小試經世姑推所

為述大衍第一　七精迴穹人事之紀追綴而求宿星

晝晷歷久則踈惟智能革不尋天道模襲何益三農務

穡厥施自天以滋以生雨膏雪零司牧閔焉尺寸驗之

積以銖移憂喜皆非述天時第二　魁隗粒民甄度四

海蒼姬井之仁政攸在代遠庶蕃懇諳日廣步度亡賦版圖是掌方圓異狀表窅殊形專術精微熟究厥真差之毫釐謬乃千里公私共弊蓋謹其籌述田域第三

莫高匪山莫濬匪川神禹奠之積矩攸傳智創巧述重差夕桀求之既詳揆之周越崇深廣遠度則靡容形格勢禁寇壘仇墉欲知其數先望以表因差施術坐悉微渺述測望第四　邦國之賦以待百事畦田經入取之有度未免力役先商厥功以衰以率逸乃同漢猶近古

租稅以算調均錢穀何當之扞惟仁隱民猶已溺饑賦役不均寧得勿思述賦役第五　物等歛賦式時府庾粒粟寸絲禍夫紅女商征邊糴後世多端立緣為欺上下俱殫我聞理財如智治水澄原濬流惟其深矣彼昧弗察憯急煩刑去理益遠吁嗟不仁述錢穀第六　斯城斯池乃棟乃宇宅坐審命以保以聚鳩功雉制竹筒本章匪窕匪度財蠹力傷圍棊而裁如子画素匠計露臺俾漢文懼惟武圖功惟儉昭德有國有家茲焉取則

述營建第七　天生五材兵去未可不教而戰維上之過堂堂之陣鵝鸛為行營應規矩其將莫當師中之吉惟智仁勇夜篡軍書先計攸重我聞在昔輕則寡謀殄民以幸亦孔之憂述軍旅第八　日中而市萬民所資賈賀坻鬻利析銖錙蹄財役貧封君低首氓末兼并非國之厚述市易第九

數學九章卷一上　宋　秦九韶　撰

大衍

按大衍術以各分數之奇零求各分數之總數大而天行小而物數皆可御之其法有求元求定求術求奇求乘求用之目大約以數之奇偶為根而以諸數相度之盡不盡為用有求彼此不能度盡之諸數者元數定數是也有求諸數

皆能度盡之一數者衍母數是也有求諸數皆能度盡而一數不能度盡之數者各衍數是也其不盡之數即奇數也有求二數相度餘一之數者乘數是也有求二數相度餘一而諸數又能度盡之數者用數是也求元數定數初與約分法相似終變二數務使其等數為一蓋以一為等數始能度盡二數是他數俱不能度盡二數而二數相度益不能盡也以定數奇數求乘

數之法名曰大衍求一中有立天元一於左上之語下載立天元一算式按立天元一法見於元郭守敬之歷源李冶之測圓海鏡及四海之借根方者皆虛設所求之數為一與所有實數反覆推求歸於少廣諸乘方得其積數與邊數或正負廉隅數而止次用除法或開方法得所求數此數命定數為一與奇數反覆商較至餘一實數而止其奇數所積即為乘數蓋其用不

同而法則無二也然其極和較之用窮奇偶之情則有為元法西法所未及者但原本法解煩雜圖式譌舛今詳加改定並釋其義俾學者易見焉

大衍數術

大衍總數術曰置諸問數類名有四一曰元數謂尾位見單零者本門條醬酒息解鞭砌靴失米之類是也二曰牧數謂尾位見分釐者假令冬至三百六十五日二十五刻欲與甲子六十日為一會而求積日之類三曰通數謂諸數各有分子母者本門問一會積年

是也四曰復數謂尾位見十或百及千以上者本門築隄并急足之類是也

按此言問題有是四類

元數者先以兩連環求等約奇弗約偶或約得五而彼有十乃約偶而奇弗約或元數俱偶約畢可存一位見偶或皆約而猶有類數存姑置之俟與其他約徧而後乃與姑置者求等約之或諸數皆不可盡類則以諸元數命曰復按復應作定數以復按同上數格入之

按此以元數求定數法也連環求等者於諸數

中逐次取二數相度得一數可以度盡者為等數為法只約一數約奇弗約偶專為等數為偶者言之若等數為奇者則約偶弗約奇而等數為五與十者又有或約奇或約偶者矣皆約而猶有類俟約徧求等約之者逐條兩兩取約畢猶有二數可約者求得等數為續等見後續等約一數必復乘一數蓋等數為二數之較或二數展轉之較可約續等乃已約之較不可再約不可約而

兩數又不可使有等故約一數乘一數猶之不約也術内未詳

收數者乃命尾位分釐作單零以進所問之數定位訖用元數格入之或如意立數為母收進分厘以從所問用通數格入之

按收數者單位下有奇零之數也進位者以奇零之末位為單位也若立分母通之反不如用原數為簡

通數者置問數通分內子互乘之皆曰通數求總等不約一位約衆位得各原法數用元數格入之或諸母數繁就分從省通之者皆不用元各母仍求總等存一位約衆位亦各得原法數亦用元法數格入之

按通數與收數相似但單數有分母奇零為分子耳通分納子即進尾數為單位之義因加互乘一次故加總等一約然後為元數也

又按求總等不拘通數復數但題中有三數可

以一等數度盡者即可用總等法存一數約衆數然後為元數凡度之後等數仍可約者此數必當存之

復數者問數尾位見十以上者以諸數求總等存一位約衆位始得元數兩兩連環求等約奇弗約偶復乘偶或約偶或約奇復乘奇按此四語有誤應作約奇弗約偶復乘偶或約偶弗約奇弗乘奇然皆續等下用之此處可省或彼此可約而猶有類數存者又相減以求續等以續等約彼則必復乘此乃得定數所有元

數收數通數三格皆有復乘求定之理悉可入之

按復數者諸問數皆至十或百或千而止也右各段皆云以某格入之此又云三格悉可入之大約古算必有其程式也

求定數勿使兩位見偶勿使見一太多見一多則借用繁不欲借則任得一

按勿使兩位見偶者蓋衆數連乘中有兩偶數則所得總數以一偶數除之必仍得偶數不能

求餘一之乘數也勿使見一太多見一多則偕數繁者蓋見一多因數本如此且見一即不必推乃云勿使太多又云偕數皆塗人之耳目也故曰不欲偕則任得一

以定相乘為衍母以各定約衍母得各衍數（或列各定數於右行）各立天元一為子於左行以母互乘子亦得衍數諸衍數各滿定母去之不滿曰奇以奇與定用大衍求一入之以求乘率（或奇得一即為乘率）

按諸定數連乘為衍母即為諸定數皆能度盡

之數亦為總數最大之限凡總數在限內者各定數之差皆不等若過限外則各定數之差有與限內相等者其兩總數之差必為衍母之倍數各衍母者即諸數度盡一數度不盡之數也奇數者定數度衍數不盡之數也定數原為彼此不能度盡之數衍數為他定數連乘之數以此一定數度之必不能盡也

大衍求一數云置奇右上定居右下立天元一於左上

先以右上除右下所得商數與左上一相生入左下然後乃以右行上下以少除多遞互除之所得商數隨即遞互累乘歸左行上下須使右上末後奇一而止乃驗左上所得以為乘率或奇數已見單一者便為乘率按此

二語重上

按此以定數奇數求乘數也其法必使以定數度奇數僅餘一數而奇數之倍數即乘數也置奇右上定右下者初次以定為實奇為法也立

天元一於左上者以一為奇之倍數也得商數與左上相生入左下者以奇商定得商數即奇之倍數以乘天元一而書於下也隨以奇數與商數相乘以減定數為餘實次以奇為實減餘為法置前左下於左上以法約實得商乘左上又併前之左上為左下隨以法乘商減實又為餘實次又以前餘為實次餘為法置前左下於左上得商數乘左上又併前左上為左下隨以

法乘商減實如此展轉相求合兩次為一算至餘實一乃視左下天元數即乘數也若未至兩次餘實一者仍以一為法上餘數為實實二則商一實三則商二如上求之復得餘一其天元數方為乘數原文遞互乘除之語未詳

置各乘率對乘衍數得泛用併泛課衍母多一者為正用或泛多衍母倍數者驗元數奇偶同者損其半倍或三處同類以三約衍母於三處損之同衍母者為無用當驗元數同類者

而正用至多處借之以元數兩位求等以等約衍母為借數以借數損有以益其無為正用或數處無者如意立數為母約衍母所得以如意子乘之均借補之或欲從省勿借任之為空可也

按此求各用數法也其各乘率乘各衍數得用數者即一數餘一諸數度盡之數也其云併過用過衍母倍數驗元數同類損之此語似有誤當云驗問數同偶而用數相併過衍母者損之

蓋取用皆問數非元數也凡偶數減偶仍餘偶減奇仍餘奇其數有定奇數減奇則餘偶又或餘奇減偶則餘奇又或餘偶其數無定故惟偶數可驗也定數一者即無用數必虛為借數未免徒滋煩擾

然後以其餘各乘正用為各總併總滿衍母去之不滿為所求率數

按此既得各用數以題中所問之奇零求總數

也以各餘數乘各用數者蓋用數為諸數度盡一數餘一之數以幾數乘之必為諸數度盡一數餘幾數之數也併各條而以各數度之必各數仍餘幾數也餘數悉合則總數必合矣然衍母為諸數度盡之數累加一衍母衆餘數皆不變故滿衍母去之得在衍母內者其數最小為第一數若大於此數者遞加一衍母數無不合者

按右大衍本法也原書入於著策發微題問荅之後殊失其序今修冠於卷首

著卦發微

問易曰大衍之數五十其用四十有九又曰分而為二以象兩卦一以象三揲之以四以象四時三變而成爻十有八變而成卦欲知所衍之術及其數各幾何

按揲蓍之法載於易傳啓蒙言之甚明筮術以奇偶相生取名大衍可也竟欲以此易古法則

過矣

答曰衍母十二衍法三

一元衍數二十四二元衍數一十二三元衍數八四元衍數六　已上四位衍數計五十一棋用數一十二二棋用數二十四三棋用數四四棋用數九　已上四位用數四十九按此附會五十四十九之數與本衍已牽强不合觀後可知

水 火 木 金 始此四數以揲

陰陽衆數圖 一 二 三 四

老陽 九 陽 老陰 終此四者為爻

按此條與數無取義可刪

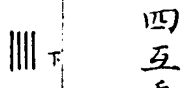
本題術曰置諸元數兩兩連環求等約奇弗約偶偏約畢乃變元數皆曰定母列右行各立天元一為子列左行以諸定母互乘左行之子各得名曰衍數次以各定母滿去衍數各餘名曰奇數以奇數與定母

用大衍術求一　大衍求一術云以母於右上定母於右下立天元一於左上先以右行上下兩位以少除多所得商數乃遞互乘歸左行使右上得一而止左上為乘率得各乘率以乘衍數各得用數驗次所揲餘幾何以其餘數乘諸用數併之名曰總數滿衍母去之不滿為所求數以為實易以三才為衍法以法除實所得為象數如實有餘或一或二皆命作一同為象數其象數得一為老陽得二為少陰得三為少陽得四為老陰得老陽畫重爻得少陰畫折爻得少陽畫單爻得老陰畫爻

爻凡六畫乃成卦

按此即前大衍法末以三歸取爻象亦屬附會

草曰一二三四列右行立天元一列左行

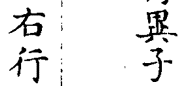


元數右行

天元左行

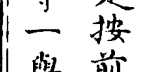
以右行互乘左行

以右行一二三四互乘左行異子一弗乘對位本子各得衍數



元數右行

上副次下

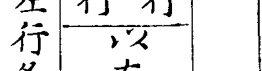


衍數左行

併之得五十

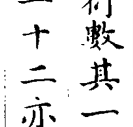
乃併左行衍數四位共計五十故易曰大衍之數五十筭理不可以此五十為用蓋分之為二則左右手之數奇偶不同見陰陽之伏數必須復求用數先名此曰衍數以為限率遂乃復以一二三四之元數求等數約定按前術以兩兩相連環求等約之先以一與二求等一與三求等一與四求等皆得一各約奇

弗約偶數不變次以二與三求等亦得一約奇弗約偶數亦不變及以二與四求等乃得二此二只約副數二變為一而弗約四次以三與四求等亦得一約奇亦不變所得一一三四各為定數母列右行仍各立天元一為子列左行



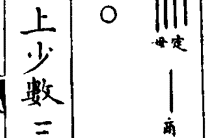
以右行互乘左行以右行定母一一三四互乘左行各子一惟不對乘

本子畢左上得一十二左副得一十二左次得四次下得三皆曰衍數



以右定母滿去左行衍餘各為奇數

次以各母去衍數其一母去衍一十二奇一其副母一亦去副子一十二亦各奇一其次母三去次衍四亦奇一其下母四欲去下子三則不滿便以三為左下奇數



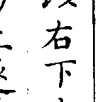
其左上次副更不大衍只以左下與右下衍之

凡奇數得一者便為乘率令左下衍是三乃與本母四用大衍求一術入之列衍奇三於右上定母於右下立天元一於左上空其左下



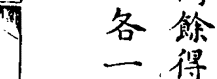
先以右上少數三除右下多數四得一為商以商一

乘左上天元一只得一歸左下其右下餘一

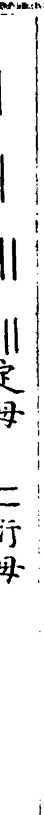


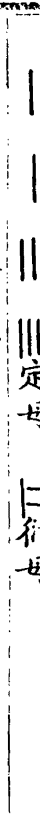
次以右下少數一除右上多數三須使右上必奇一算乃止遂於右行最上商二以除右行必奇一乃以上商命右下定餘一除之右衍餘一

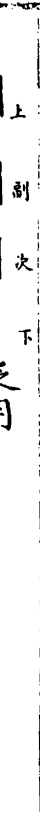
次以商二與左下歸數相乘得二加入左上天元一內共得三



今驗右上衍餘得一當止乃以左上三為乘率與前三者乘率各一與衍定圖衍數對列之通計三行


定母


衍數


乘率

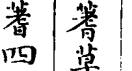
以乘率對乘左行畢左上得一十二左副得一十二左次得四左下得九皆曰泛用數

定母　
衍母

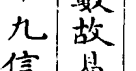
上副次下泛用

次以右行一二三四相乘得一十二名曰衍母復推

元用等數二約副母二為一今乃復歸之為二遂用衍母一十二益於左副一十二內共為二十四



元數



定用

今驗用數圖右行之一二三四即是所揲之數左行一十二併二十四及四與九併之得四十九名曰用數用為著草數故易曰其用四十有九是也

假令用蓍四十九信手分之為二則左手奇右手必

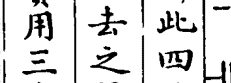
偶左手偶右手必奇欲使蓍數近大衍五十非四十九或五十一不可二數信手分之必有一奇一偶故所以用四十九取七七之數始有左劓二十四内益十二就其三十七泛為用數但三十七無意義兼蓍少太露是以用四十有九凡揲蓍求一爻之數欲得一二三四出於無餘必令揲者不得知故以四十九蓍分之為二只用左手之數假令左手分得三十三自一一揲之必奇一故不繁揲乃徑掛一故易曰分

而為二以象兩掛一以象三次後又令筮人以二二
揲之其三十三亦奇一故歸奇於扐又令之以三三
揲之其三十三必奇三故歸奇於扐又令之以四四
揲之又奇一亦歸奇於扐與前掛一併三度揲通有
四扐乃得一一三一其掛一者乘用數圖左上用數
一十二其二揲扐一者乘左副用數二十四其三揲
扐三者乘左次用數四得一十二其四揲一者乘左
下用數九



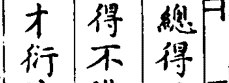
用數

掛一扐扐扐



左行三扐謂之三變

掛一得一十二扐一得二十四扐三得一十二又扐一得九並為總數



併此四總得五十七不問所握幾何乃滿衍母一十二去之得不滿者九（或使知其所握五十七亦滿衍母去之亦只得九數）以為實用三才衍法約之得三乃畫少陽單爻（或不滿得八得七為

實皆命為三他皆倣此　術意謂揲二揲三揲四者凡三度復以三十三從頭數揲之故曰三變而成爻既卦有六爻必有十八變故曰十有八變而成卦

按此條强援蓍卦牽附衍數致本法反晦今以本法列於前則其弊自見矣

古歷會積

問古歷冬至以三百六十五日四分日之一朔策以二十九日九百四十分日之四百九十九甲子以六十

日各為一周假令至淳祐丙午十一月丙辰朔初五日庚申冬至初九日甲子欲求古歷氣朔甲子一會積年積月積日及歷過未至年數各幾何

按此題歲實朔策皆古法用數淳祐丙午歲合朔冬至干支乃宋開禧法所步題數已不相叅即推算無誤亦未合況不能無誤耶

答曰一會積一萬八千二百四十年二十二萬五千六百月六百六十六萬二千一百六十日　歷

過九千一百六十三年未至九千七十七年

按答數皆不合

術曰同前置問數（有分者通之互乘之得通數）求總等不約一位約衆位各得元法連環求等約奇弗約偶各得定母（本題欲求一以定相乘為衍母定除母得衍數滿定舍不復乘偶）以定相乘為衍母定除母得衍數滿定去衍得奇以大衍入之得乘率以乘衍數得泛用數併諸泛以課衍母如泛內多倍數者損之乃驗元數奇偶同類處各損半倍（或三位同類者三約衍母損泛）各得正用然

後推氣朔不及或所遇甲子日數乘正用加減之為總滿衍去之餘為所求歷過率實如紀元法而一為歷過以氣元法除衍母得一會積年以氣周日刻乘一會年得一會積日以朔元法除衍母得一會積月數

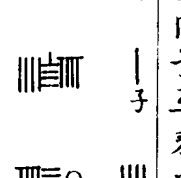
按如紀元法而一以氣元法除衍母二語皆誤故得數不合皆當以氣分為法蓋氣分即歲實分也

右本題問氣朔甲子相距日數係開禧歷推倒或甲子日在氣朔之間及非十一月前後者其總數必滿母數去之所得歷過年數尾位雖倫首位必異今設問以明大衍之理初不計其前多後少之歷過

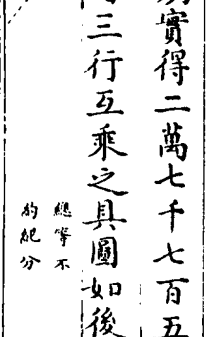
按此數語蓋因得數不合而自解之然算家終以得數為準得數不合則無以取信於人矣

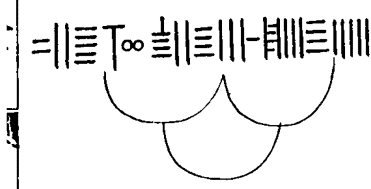
草曰置問數冬至三百六十五日四分日之一朔

策二十九日九百四十分日之四百九十九甲子六十日各通分內子互乘之列三等位具圖如後

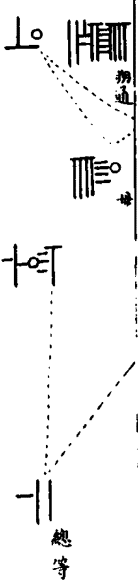


冬至得一千四百六十一朔實得二萬七千七百五十九甲子無母只是六十列三行互乘之具圖如後





法元圖



以三行互乘右得一百三十七萬三千三百四十為氣分中得一十一萬一千三十六為朔分左得二十二萬五千六百為紀分先求總等得一十二（按十二乃朔分紀分所求等數亦可為氣分等數故為總等）乃存紀分一位不約只以等一十二約氣分得一十一萬四千四百四十五又約朔分得九千二百五十三皆為元法乃以連環求等次以紀元二十二萬五千六百與朔元九千二百五十三求等得一不約又以紀元與氣元一十一萬四

千四百四十五求等得二百三十五只約氣元得四百八十七次以氣元四百八十七與朔元九千二百五十三求等得四百八十七只約朔元九千二百五十三得一十九約偏畢得四百八十七為氣定得一十九為氣定得二十二萬五千六百為紀定以三定相乘得二十億八千七百四十七萬六千八百為衍母具圖如後

氣定


朔定


紀定


行母

寄右行


氣行


朔行


紀行

○ 行數

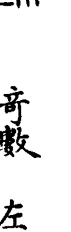
寄左行

各以定數約行母各得行數氣得四百二十八萬六千四百朔得一億九百八十六萬七千二百紀得九

千二百五十三寄左行各滿定數去之各得奇數



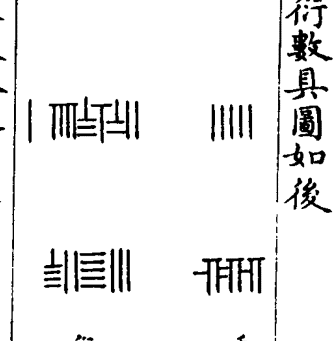
定數　右行



奇數　左行

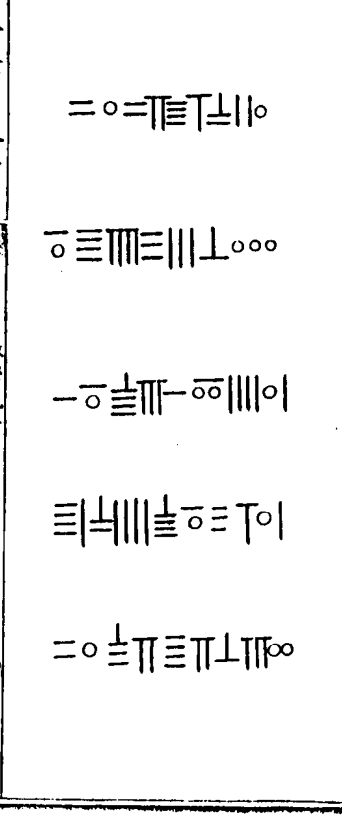
氣奇得三百一十三朔奇得四紀奇得九千二百五十三各與定數用大衍求一各得乘數列右行對寄

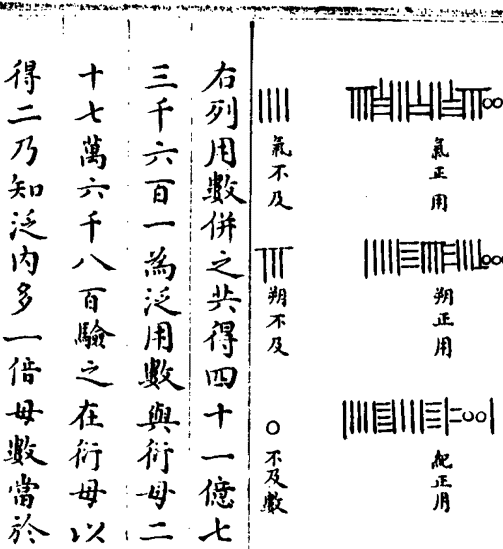
左行衍數具圖如後



各以大數入之氣乘率得四百七十三朔乘率得五紀乘率得一十七萬二千七百一十七對左行衍數以右行乘率對乘左行衍數氣泛得二十億二千七

百四十六萬七千二百朔泛得五億四千九百三十三萬六千紀泛得一十五億九千八百一十五萬四百一十具圖如後





右列用數併之共得四十一億七千四百九十五萬三千六百一為泛用數與衍母二十億八千七百四十七萬六千八百驗之在衍母以上就以衍母除泛得二乃知泛內多一倍母數當於各用內損去所多

一倍按術驗法元圖內諸元數奇偶同類者各損其半今驗法元圖氣元尾數是五紀元尾數是六百為俱五同類乃以術母二十億八千七百四十七萬六千八百折半得一十億四千三百七十三萬八千四百以損泛用圖內氣泛紀泛畢其朔泛不損各得氣朔紀正用數其氣正用得九億八千三百七十二萬八千八百朔正用五億四千九百三十三萬六千紀正用五億五千四百四十一萬二千一列為正用圖

在前

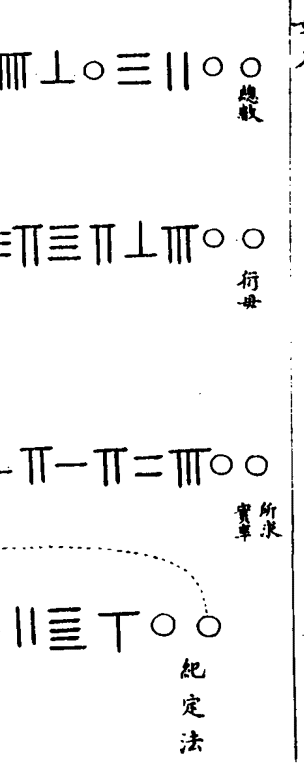
既得正用數次驗問題十一月朔日丙辰冬至初五日庚申初九日甲子乃以初一減初九甲子餘八日為朔不及次以初五亦減初九甲子餘四日為氣不及以二不及各乘正用得數具圖如後


氣總


朔總

先以氣不及甲子四日以乘氣正用數九億八千三百七十二萬八千八百得三十九億三千四百九十一萬五千二百為氣總次以朔不及甲子八日數以乘其朔正用數五億五千九百三十三萬六千得四十三億九千四百六十八萬八千為朔總併之得八十三億二千九百六十萬三千二百為總數滿毋二十億八千七百四十七萬六千八百去之不滿二十億六千七百一十七萬二千八百為所求率實具圖

如後



按求積歲應以甲子距冬至前之日分乘紀用

數為紀總以合朔距冬至前之日分乘朔用數為朔總併紀總朔總滿行母去之以歲實分除之即已過積年草內以冬至距甲子前之日分乘氣用數合朔距甲子前之日分乘朔用數併之乃求紀周法非求歲周法也故不合

置所得率實二十億六千七百一十七萬二千八百如法元圖紀元法二十二萬五千六百而一得九千一百六十三年為歷過年數次置行母二十億八千

七百四十七萬六千八百為實如法元圖氣元一十一萬四千四百四十五為法而一得一萬八千二百四十年為氣朔甲子一會積年內減歷過九千一百六十三年餘九千七十七年為未至年數次以冬至周日三百六十五日二十五刻乘積一會年一萬八千二百四十得六百六十六萬二千一百六十日為一會積日又以術母為實如法元圖朔元法九千二百五十二而一得二十二萬五千六百月為一會積

月合問

按此紀元即紀分以紀分除率實乃紀周數非已過年數也求一會積年當以氣分為法以氣元為法亦誤此二數既誤餘數無是者矣然題已不合既法合數亦不能合也今改設一題於後以明其法焉

設古法歲實三百六十五日四分日之一朔策二十九日九百四十分日之四百九十九甲子六十日假

令十一月平朔辛巳日四百七十分日之一百一十三冬至癸卯日子正初刻問距前後甲子日子正初刻合朔冬至之年數各幾何

荅曰距前八百七十六年距後六百四十四年

法按前法求至正用乃以冬至癸卯距甲子後三十九日為紀餘以日法（即氣分母朔分母相乘之數）三千七百六十分通之得十四萬六千六百四十為紀餘分以乘紀正用得紀總八十一兆二千九百八十九億七千五

百八十二萬六千六百四十次以平朔辛巳距甲子十七日又四百七十分之一百一十三與冬至距甲子三十九日相減得二十一日又四百七十分日之三百五十七以日法三千七百六十通之得八萬一千八百一十六為朔餘分以乘朔正用得朔總四十四兆九千四百四十四億七千四百一十七萬六千併二總數滿行母去之得率實十二億零三百零四萬五千八百四十為實以歲實一百三十七萬三千

三百四十為法除之得八百七十六年為距前氣朔甲子會積之年數又以衍母為實以歲實分為法除之得一千五百二十年為前會積距後會積之年數減去距前會積之年數餘六百四十四年為距後會積之年數既得積年若欲還原求題中干支時刻則以前會之積年與歲實相乘得三十一萬九千九百五十九為積日滿紀法六十去之餘三十九日自初日起甲子得冬至為癸卯日子正初刻又置積日以

朔策日分九百四十通之為實以朔策通分納子為法除之得一萬零八百三十四為積朔餘二萬零四百五十四又為實以朔策日分九百四十為法除之得二十一日又九百四十分之七百一十四約之為四百七十分日之三百五十七為距冬至前日數與甲子距冬至前三十九日相減得一十七日又四百七十分日之一百一十三為距甲子後日數自初日起甲子得辛巳為平朔干支悉與題合

推庫額錢

問有外邑七庫日納息足錢適等遞年成貫整納近緣見錢稀少聽各庫照當處市陌準解舊會其甲庫有零錢一十文丁庚二庫各零四文戊庫零六文餘庫無零錢甲庫所在市陌一十二文遞減一文至庚庫而止欲求諸庫日息原納足錢展省及今納舊會并大小月分各幾何

按題意係七邑日納共錢同數以各邑市陌數

計之或適足或有餘多寡不同甲陌十二則餘十七陌十一丙陌十則無餘丁陌九則餘四戊陌八則餘六已陌七則無餘庚陌六則餘四以求共錢同數此本術也又問展省舊會按草中展省乃官省陌以七十七為一百所展日息共錢之數舊會乃以各陌數為一百所升日息共錢之數二者在本術中已贅且不明言展省舊會用數求法皆故為溟涬也

荅曰諸庫納日息足錢二十貫九百五十文

展省三十五貫文

甲庫日息舊會二百二十四貫五百一十文 按應作五百文又六分文之五 大月舊會六千七百三十七貫五百文 按少二十五文 小月舊會六千五百一十二貫九百二文 按應作六千五百一十貫五百又六分文之一

乙庫日息舊會二百四十五貫文　大月舊會七千三百五十貫文　小月舊會七千五

百貫文按應作七千一百五貫丙庫日息攢會二百六十九貫五百文大月攢會八千八十五貫文小月攢會七千八百一十五貫五百文

丁庫日息攢會二百九十九貫四百四文按應作四百四十四文又九分文之四大月攢會八千九百八十三貫三百三文按少三十文又三分文之一小月攢會八千六百八十三貫八百八文按少八十文又九分文之

八戊庫日息舊會三百三十六貫八百六文按應作七十五文　大月舊會一萬一百六貫二百四文按應作二百五十文　小月舊會九千七百六十九貫三百六文按應作七十五文

己庫日息舊會三百八十五貫文　大月舊會一萬一千五百五十貫文　小月舊會一萬一千一百六十貫文按少五貫

庚庫日息舊會四百四十九貫一百四文按應

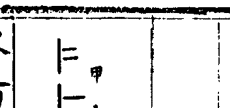
作一百六十六文又分三文之二　大月舊會一萬三千四百七十五貫文　小月舊會一萬三千二十四貫八百二文（按應作二萬三千二十五貫八百三十三文又三分文之一）

術曰以大衍求之置甲庫市陌以庫減庫減之各得諸庫原陌連環求等約奇弗約偶（按此特為等數為偶者言之若等數為奇者則約偶弗約奇）得定母諸定相乘為衍母以定約衍母得衍數衍數同衍母者去之為無（無者借之同類）其各滿定母去餘為奇數以奇定用大衍求乘率乘衍數為用

數無者則以原數同類者求等約衍母得數為借數次置有零文庫零錢數乘本用數併為總數滿衍母去之不滿為諸庫日息足錢各大小月日數乘之各為實各以原陌約為舊會

草曰置甲庫市陌一十二遞減一得一十一為乙庫陌十一為丙庫陌九為丁庫陌八為戊庫陌七為己庫陌六為庚庫陌得諸庫原陌

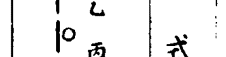
甲　乙　丙　丁　戊　己　庚



原陌

以連環求等約訖甲得一乙得十一丙得五丁得九戊得八己得七庚得一各為定母立各一為子

按此法之要在於求定而術中獨畧之今詳其式於後



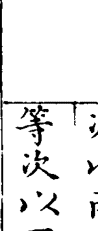
甲乙丙丁戊己庚

法列七庫陌數於前先以甲與乙相約無等數與丙數相約得

甲乙丙丁戊己庚



甲乙丙丁戊己庚



等數二偶約丙十得五奇與丁數相約得等數三奇約甲十二得四偶與戊數相約得等數四偶約甲四得一奇甲數既為一不能再約即為與諸數徧約畢次以乙與下五數相約俱無等次以丙與下四數相約亦俱無等次以丁與戊己二數相約俱

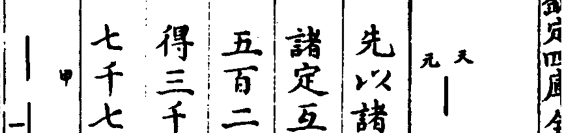
甲乙丙丁戊己庚



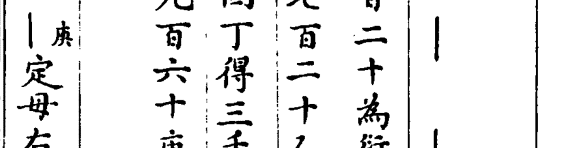
無等與庚數相約得等數三奇約庚六得二偶次以戊與己相約無等與庚相約得等數二偶約庚二得一奇庚既為一己亦不能與之相約乃為連環求等畢得定數為甲一乙十一丙五丁九戊八己七庚一也後凡求定數倣此

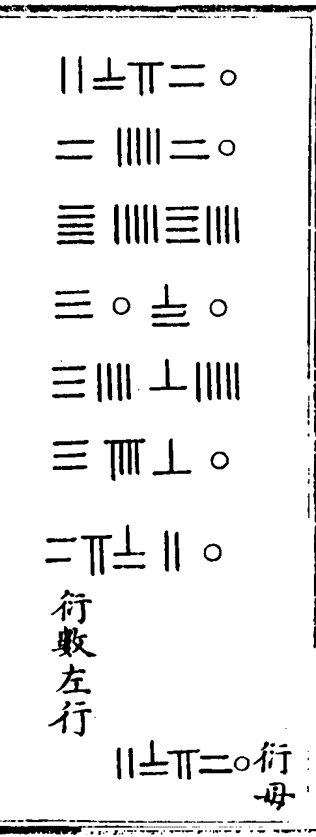
定



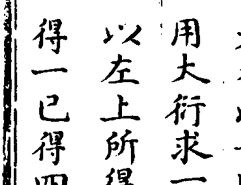


先以諸定相乘得二萬七千七百二十為衍母次以諸定互乘諸子甲得二萬七千七百二十乙得二千五百二十丙得五千五百四十四丁得三千八百戊得三千四百六十五已得三千九百六十庚得二萬七千七百二十各為衍數

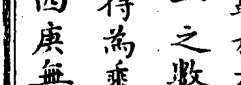




次驗諸衍數有同衍母者皆去之為無衍數次各滿定母去各本衍各得奇數甲無乙得一丙得四丁得二戊得一已得五庚無各為奇數



定母



奇數

次驗有奇數者得一便以一為乘率或得二數以上者各以奇數於右上定母於右下立天元一於左上用大衍求一之數入之驗乘除至右上餘一而止皆以左上所得為乘率甲無乙得一丙得四丁得五戊得一已得四庚無各為乘率列右行以對寄左行數

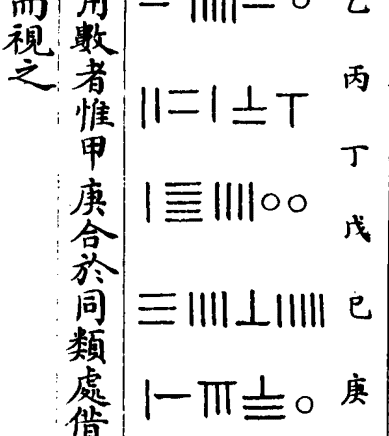
甲 一乙 ||||丙 ||||丁 一戊 |||已 ○庚 乘率右行

二○ ||||
三 ||||
一 ||||
○ ||||
三 ||||
一 ||||
○ ||||
三 ||||
三 ||||

衍數左行

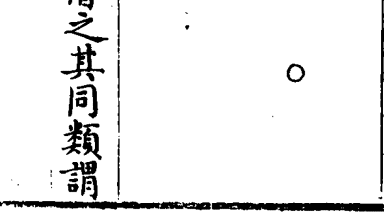
以兩行對乘之為用數甲無乙得二千五百二十丙得二萬二千一百七十六丁得一萬五千四百戊得三千四百六十五已得一萬一千八百八十庚無

甲乙丙丁戊己庚



次推無用數者惟甲庚合於同類處借之其同類謂原陌列而視之

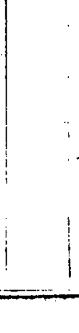
甲乙丙丁戊己庚

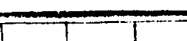


原陌

今視甲一十二庚六皆與丙一十戊八俱偶為同類其戊用數三千四百六十五其數少不可借惟丙一十之用數係二萬二千一百七十六為最多當以借之乃以甲一十二丙一十庚六求等得二以等數二約衍母二萬七千七百二十得一萬三千八百六十為借數乃減丙用二萬二千一百七十六餘八千三百一十六為丙用數乃以所借出之數一萬三千八百六十為實以原等二為法除之得六千九百三十

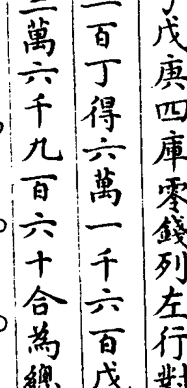
為甲用數以甲用數減借出數餘亦得六千九百三十為庚用數今不欲甲庚之借數同乃驗得出數一萬三千八百六十可用幾約如意乃立三取三分之一得四千六百二十為甲用取三分之二得九千二百四十為庚用列右行





左行

乃視諸庫有無零錢數驗得乙丙已三庫無先去其用數乃以甲子戊庚四庫零錢列左行對乘本用甲得四萬六千二百丁得六萬一千六百戊得二萬七百九十庚得三萬六千九百六十合為總



併此四總得一十六萬五千五百五十滿衍母二萬七千七百二十去之不滿二萬六千九百五十為所求率以貫約為二十六貫九千五十文為諸庫日息等數以官省七十七陌展得三十五貫文（按官省陌以七十七為一百故二十六貫餘展為三十五貫）各以其庫陌紐計（按庫陌紐計即以各陌數為一百）各得舊會零錢各以三十日乘為大月息以日息減大月息餘為小月息合問

分類推原

問有上農三人力田所收之米係用足斗均分各往他處出糶甲糶本郡官場餘三斗二升乙糶與吉安鄉民餘七斗丙糶與平江攬戶餘三斗欲知共米及三人所分各糶石幾何

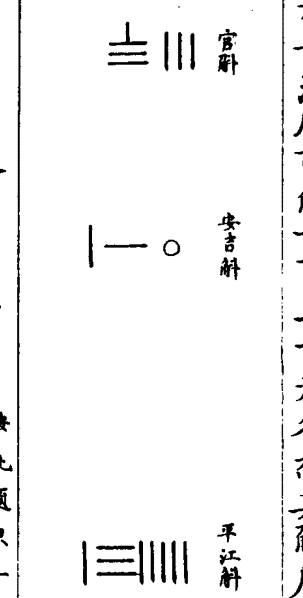
荅曰共米七百三十八石　三人各分米二百四十六石

甲糶官斛二百九十六石　乙糶安吉斛二百二十三石　丙糶平江斛一百八十二石

衍曰以大衍求之置官場斛率安吉鄉斛率平江市斛率官私共知者官斛八斗三升安吉鄉斛一斗一升平江市斛一石三斗五升為原數求總等不約一位約衆位連環求等約奇不約偶或猶有類數存者有求等約彼為復乘此各等定母相乘為衍母互乘為衍數滿定去之得奇大衍求一得乘率乘衍數為用數以各餘米乘用併之為總滿衍母去之不滿為所分以原人數乘之為共米

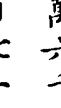
草曰置文思院官斛八十三升吉安州鄉一百一十

升平江府市斛一百三十升各為其斛原率



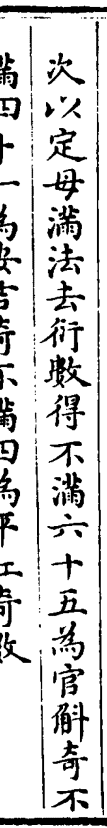
先以三率求總等得一不約 按此題只一數見十不必用復數求總等 次以連環求等其安吉率一百一十與平江率一百三十五求等得五以約平江率得二十七 按五為中數式約偶式約

奇皆可但不約可以再約者　餘皆求等得一不約各得原數

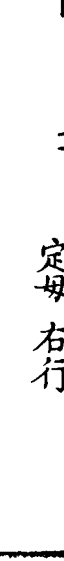


以定相乘得二十四萬六千五百一十為衍母各以原率約之得二千九百七十為官斛衍數得二千二百四十一為安吉州衍數得九千一百三十為平江斛衍數

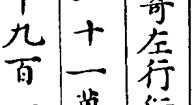
官斛　安吉　平江　衍母



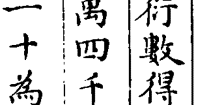
次以定母滿法去衍數得不滿六十五為官解奇不滿四十一為安吉奇不滿四為平江奇數



定母奇數各以大衍入之求得乘數得二十三為官
爵乘率得五十一為安吉乘率得七為平江乘率

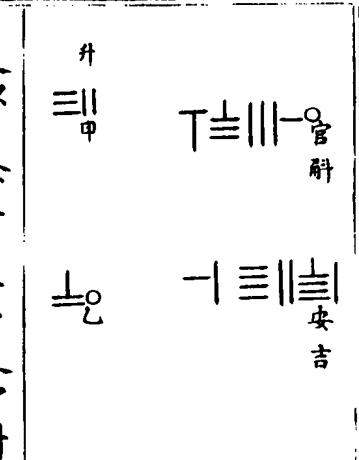


定母



乘數

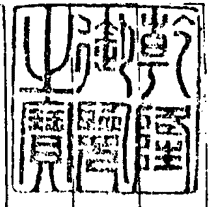
以乘率各乘寄左行衍數得六萬八千三百一十為
官爵用數得一十一萬四千二百九十一為安吉用
數得六萬三千九百一十為平江用數



次以甲餘三十二升乘官解用數六萬八千三百一十得二百一十八萬五千九百二十升於上次以乙餘七十升乘安吉用數一十一萬四千二百九十一

得八百萬三百七十升於中次以丙餘三十升乘平江用數六萬三千九百一十得一百一十九萬七千三百於下各為總併之得一千二百一十萬三千五百九十升為總數滿衍母二十四萬六千五百一十升去之不滿二萬四千六百升為所求率展為二百四十六石為三人各分米以兄弟三人因之得七百三十八石為共米置分米二百四十六石各以官斛八斗三升安吉斛一石一斗平江斛一石三斗五升約

之甲得二百九十六石餘三斗二升乙得二百二十三石餘七斗丙得一百八十二石餘三斗各為糶過及餘米合問



數學九章卷一上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷一下

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官侯補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷一下　宋　秦九韶　撰

大衍

積尺尋原

問欲砌基一段見管大小方塹六門城塹四色令匠取便式平或側只用一色塹砌濟要適足匠以塹量地計料耨用大方料廣多六寸深少六寸（按即多七寸）用小方廣多二寸深少三寸（按即多八寸）用城塹長廣多三寸

深少一寸按即多一尺一寸以闊深少一寸按即多五寸廣多三寸以厚廣多五分深多一寸用六門斡長廣三寸深多一寸以闊廣多三寸深多一寸用厚廣多一寸深多一寸皆不匝匝未免修破斡料禪補其四色斡大方方一尺三寸小方方一尺一寸城斡長一尺二寸闊六寸厚二寸五分六門長一尺闊五寸厚二寸欲知基深廣幾何

按題意謂以一尺三寸量基之廣未餘六寸以

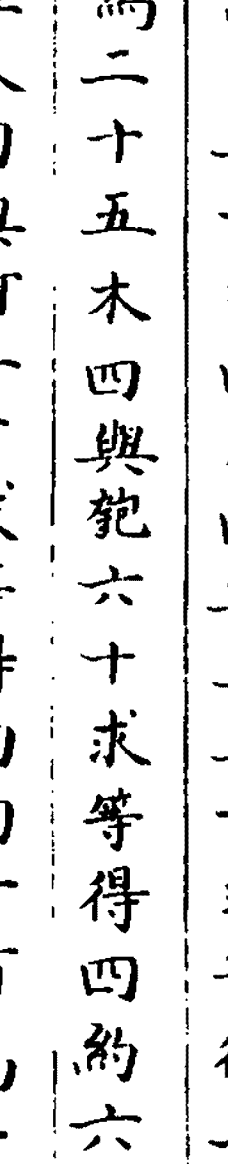
一尺一寸量之餘二寸以一尺二寸量之餘三寸以六寸量之亦餘三寸以二寸五分量之餘五分以一尺量之餘三寸以五寸量之亦餘三寸以二寸量之餘一寸以求廣也其求深之意亦同

答曰深三丈七尺一寸　廣一丈二尺三寸

術曰以大衍求之置堵方長闊厚為元數以小者為單起一先求總等存一位約衆位列為多者隨意立號乃為元

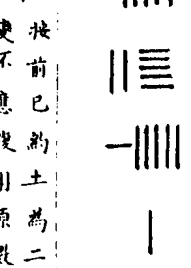
數連環求等約為定母以定相乘為衍母各定約衍母得衍數滿定去之得奇奇定大衍得乘率以乘衍數得用數次置廣深多少數多者乘用少者減元數餘以乘用併為總滿衍母去之不滿得廣深

草曰置四觜方長闊厚係八數城觜厚有分為小者皆通之為單大方得一百三十分小方得一百一十分城觜長得一百二十分闊得六十分厚得二十五分六門觜長得一百分闊得五十分厚得二十分



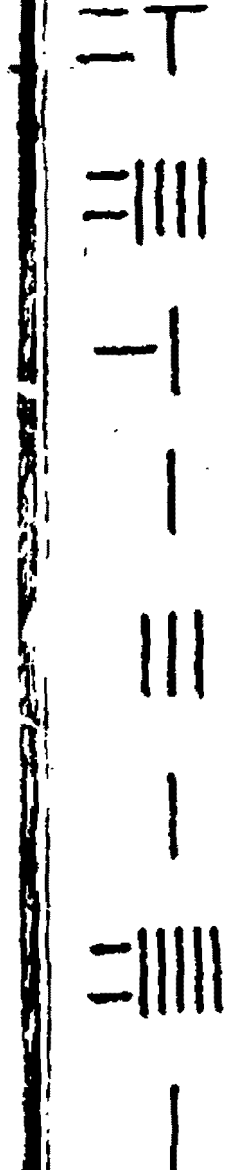
錐行置之右列位稍多覈名相互今假八音為號位先以最少者角木二十與革二十五求等得五乃反約木二十為四木四與土五十求等得二以約五十為二十五木四與匏六十求等得四約六十為一十五木四與竹一百求等得四約一百為二十五木四

與然一百一十求等得二約一百一十為五十五木四與石一百二十求等得四反約木四為一以木一與金求等得一不約為木與諸數求等約訖為一變得數具圖如後



次以華二十五與土五十 按前已約土為二十五次變不應復用原數然於得

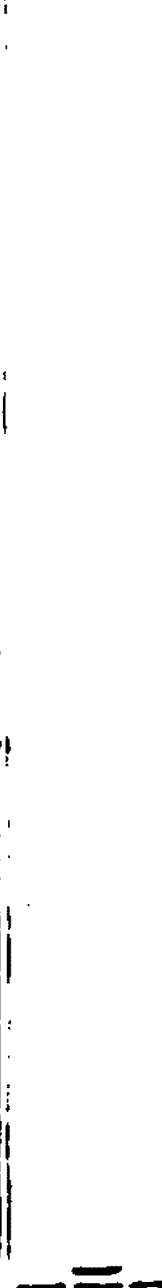
數却無碍求等得二十五約五十為二以草二十五與匏一十五求等得五約匏一十五為三以草二十五與竹二十五求等得二十五約竹二十五為一又以草二十五與絲五十五求等得五約絲五十五得一十一以草二十五與石一百二十求等得五約一百二十為二十四以草二十五與金一百三十求等得五約金一百三十得二十六草與諸數徧約訖為二變具圖如後



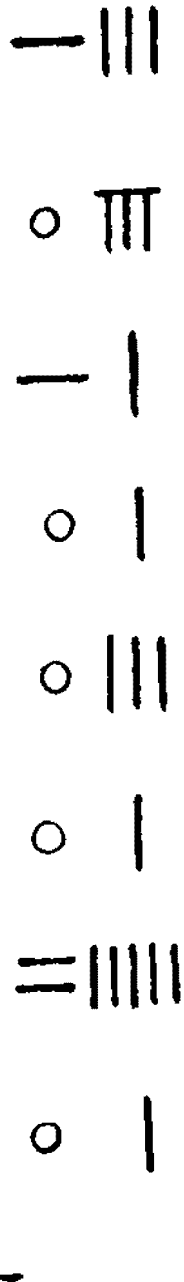
乃以土二與匏三竹一絲一十一求等皆得一不約以土二與石二十四求等得二及約土二得一又不土一與金二十六求等得一不約土與諸數約訖為三變具圖如後

乃以匏三與竹一絲十十一求等皆得一又以匏三與石二十四求等得三約石二十四為八又匏三與金二十六求等得一不約匏與諸數約訖以為四變次以竹一與絲一十一與石二十四（按已約為八云二十四誤）與金二十六求等皆得一竹與諸數約訖為五變次以絲一十一與石二十四（按誤同上）與金二十六求等皆得一不約為六變復以石二十四（按誤同上）與金二十六求等得二約金二十六為一十三至此七變連環求等

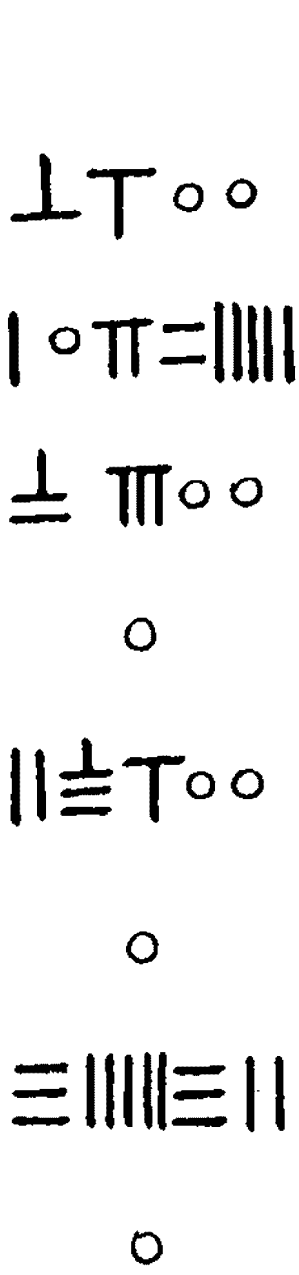
約俱畢得數為定母列圖如後



右定母列右行以相乘得八萬五千八百為衍母以各定母約衍母各得衍數其竹木土定得一者為無





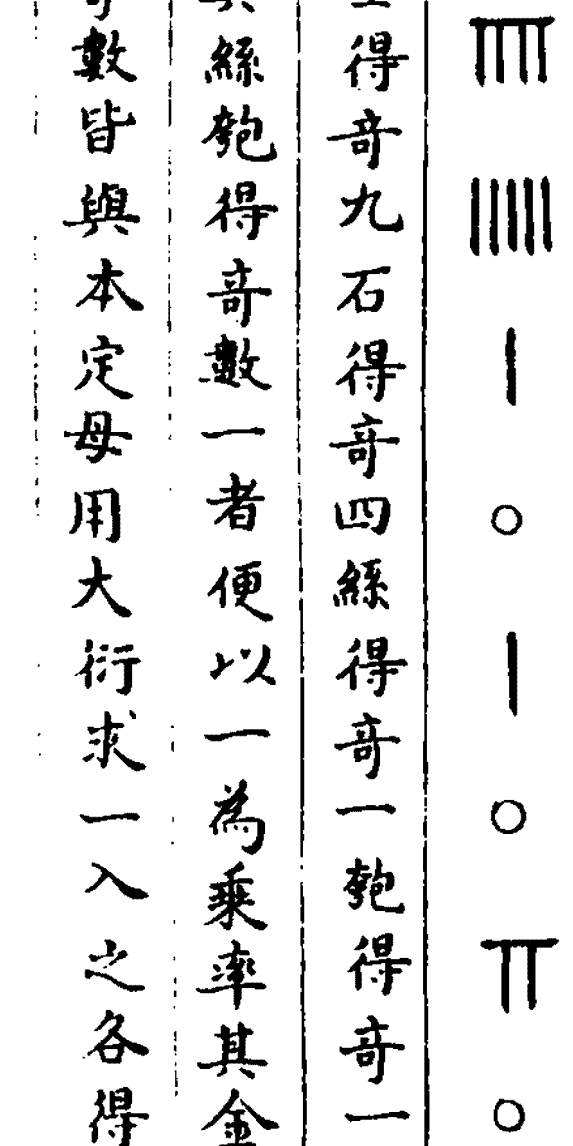


金定一十三得衍數六千六百石定八得衍數一萬七百二十五絲定一十一得衍數七千八百竹定一無衍數

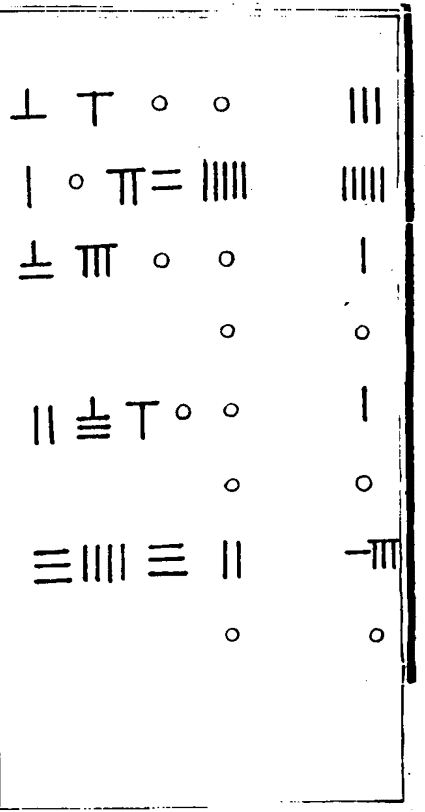
鮑定三得衍數二萬八千六百土定一無衍數

革定五五得衍數三千四百三十二木定一無衍數

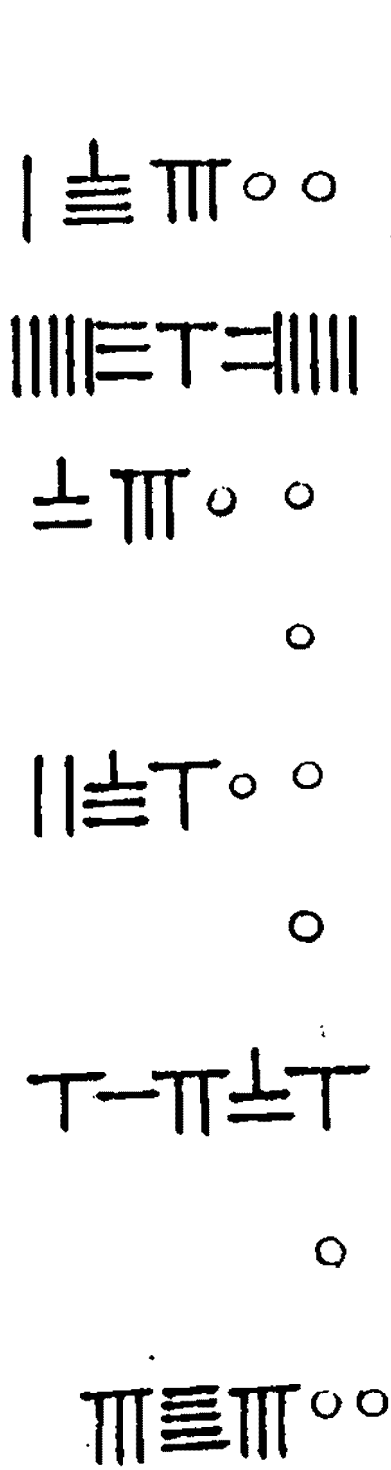
各滿定母去之得奇數



金得奇九石得奇四絲得奇一勉得奇一草得奇七其絲勉得奇數一者便以一為乘率其金石草三處奇數皆與本定母用大衍求一入之各得乘率列右行

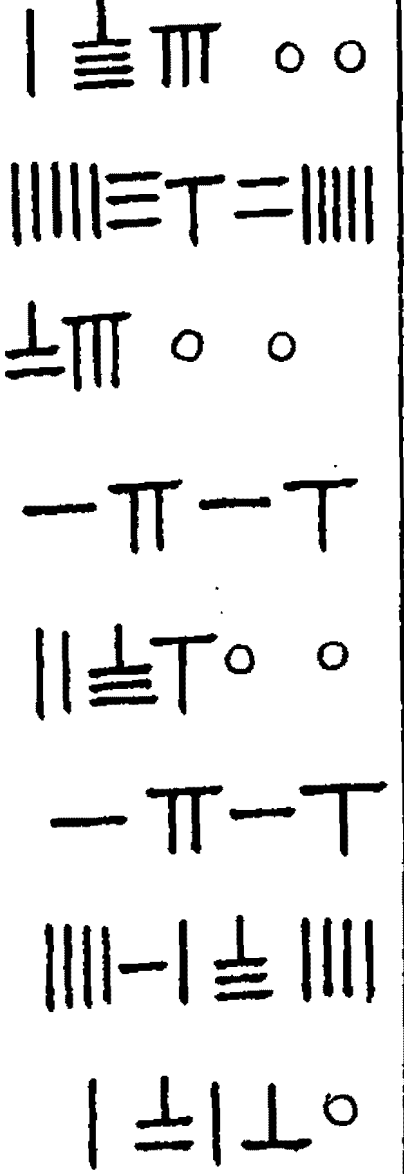


金得三石得五綠得一苹得一苹得一十八各為乘率寄左行行數各得為用數



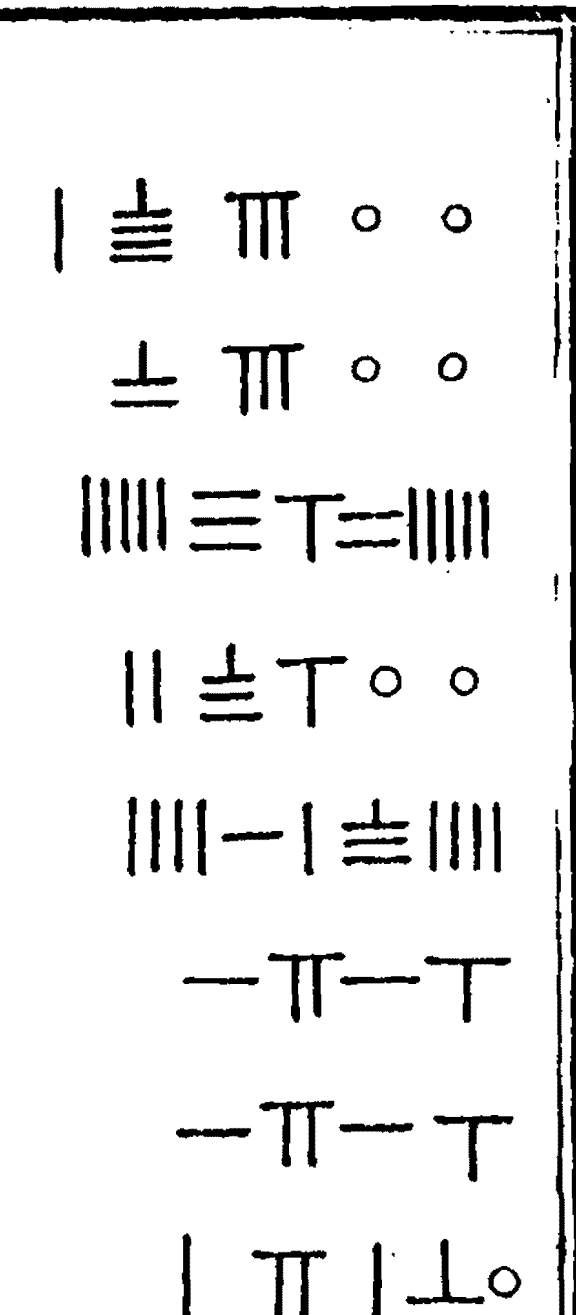
凡諸用數同類者類必多可互借以補無者先驗草元數二十五與木元數二十為同類求等得五以等五約衍母八萬五千八百得一萬七千一百六十乃於草用數內減出以補木位為木用餘四萬四千六

百一十六為草用次驗竹元數一百與土五十為同類以求等得五十以等五十約衍母八萬五千八百得一千七百一十六亦於草用內各借與竹土為用數草止餘四萬一千一百八十四為用得諸定用數



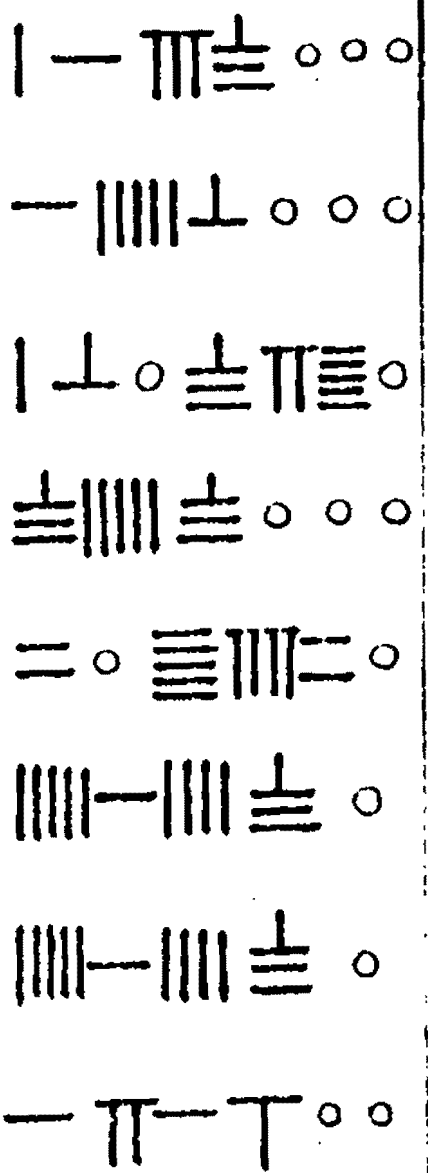
按無用數則此條可省借數轉生煩擾非法也其所以可用借補者蓋以同類之元數其較餘之奇偶必同故一數可分用也然惟元數同偶者為然同奇則有不可用者此題可用田題中餘數未過小元數也

右行定用始列錐行假號求得今照執色遷次列之



既照朔次序列用數於右行乃驗問題所謂大方朔
廣多六寸小方多二寸城朔長多三寸城朔闊多

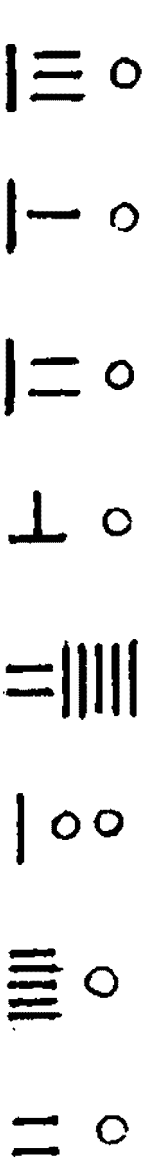
三寸厚多五分六門長多三寸闊多三寸厚多一寸對本用列左行各對乘之具圖如後



兩行乘畢金得一百一十八萬八千綵得一十五萬六千石得一百六十萬八千七百五十匏得八十五

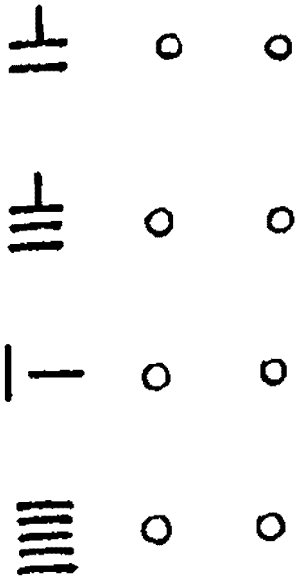
萬八千草得二十萬五千九百二十竹得五萬一十四百八十土亦得五萬一千四百八十木得一十七萬一千六百乃併前八位數共得四百二十九萬一千二百三十分為總滿衍母八萬五千八百去之不滿一千二百三十分約之為一丈二尺三寸為基元廣數　乃求其深驗問題大方砌少六寸小方砌少三寸城斡長砌少一寸闊砌少一寸厚砌多一寸六門長砌多一寸六門闊砌多一寸六門厚砌多一寸

列為中行次置諸斛元數列為左行課減之具圖如後

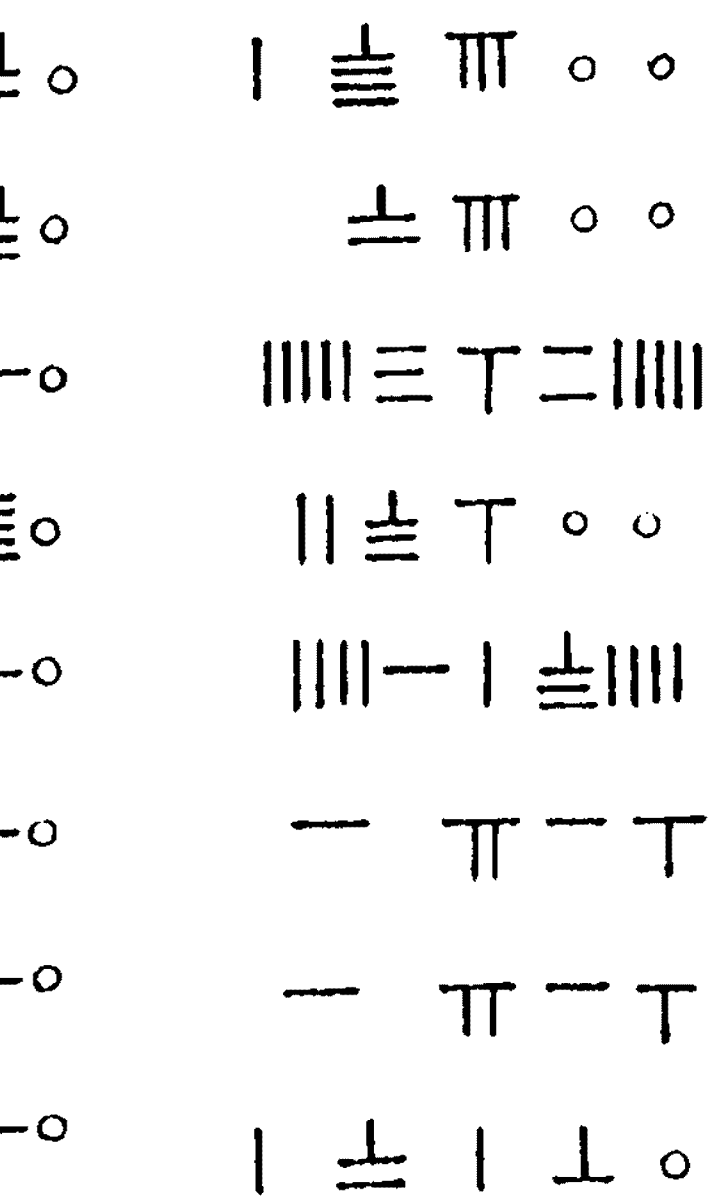


令以中行多者存之少者用減左行存者左行元數去之所減者左行餘數存之金得七十絲得八十石

得一百一十勉得五十草得一十竹一十土一十本一十具圖如後

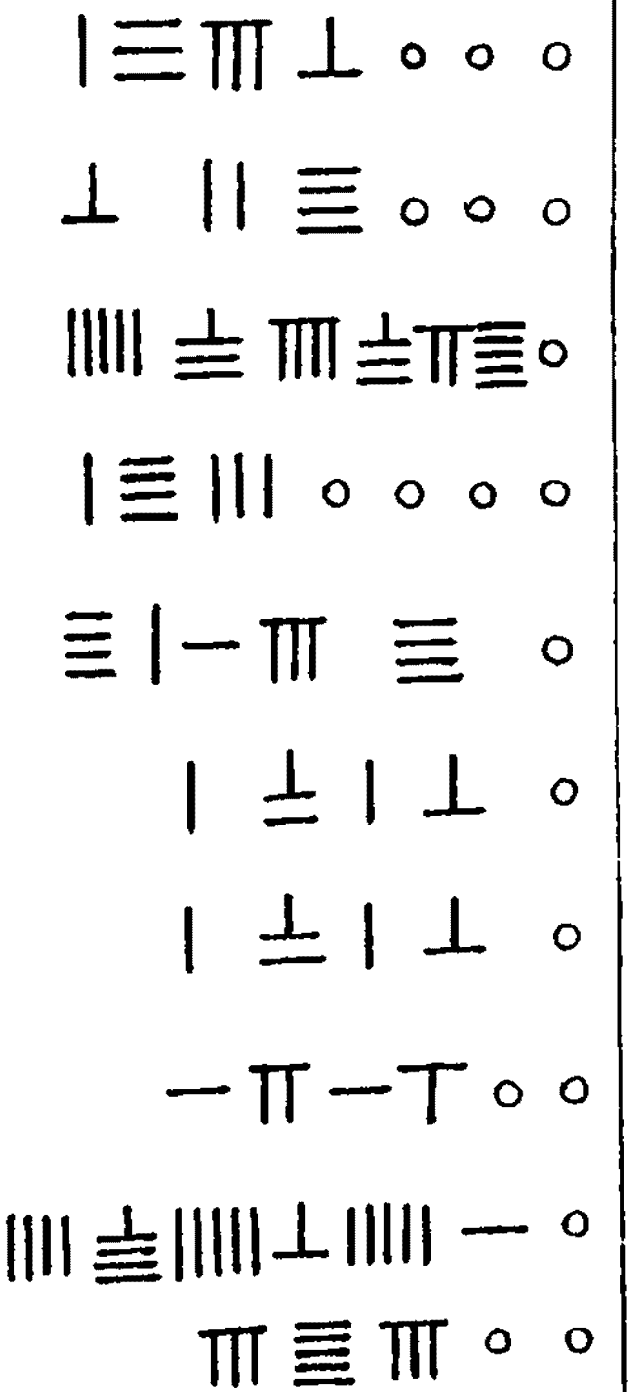


列為左行以對右行定用數具圖如後



以左行多餘數對乘右行用數金得一百三十八萬六千綵得六十二萬四千石得五百八十九萬八千

七百五十匏得一百四十三萬草得四十一萬一千八百四十竹得一萬七千一百六十土得一萬七千一百六十木得一十七萬一千六百具圖如後



併八位得九百九十五萬六千五百一十分為總滿
衍母八萬五千八百去之不滿三千七百一十分展
為三丈七尺一寸為基地深

推計土功

問築堤起四縣夫分給里步皆同齊闊二丈里法三百
六十步步法五尺八寸人夫以物力差定甲縣物力
一十三萬八千六百貫乙縣物力一十四萬六千三
百貫丙縣物力一十九萬二千五百貫丁縣物力

一十八萬四千八百貫每力七百七十貫科一名春程人功平方六十尺先到縣先給今甲乙二縣俱畢丙縣餘五十一丈丁縣餘一十八丈不及一日全功欲知堤長及四縣夫所築各幾何

按題意以四縣修堤總長相同每日所修之長不同以各每日所修之長計總長或適足或有餘以求總長也但不正言其數而設堤閘數各縣物力數一夫力數一夫平方數以取每日所

修堤長數故令人不能驟解

答曰堤長一十九里二百三十五步五尺　甲縣
夫築一千二十六丈　乙丙丁同　乙縣夫築一千
七百六十八步五尺六寸　甲丙丁同　丙縣夫築
四里三百二十八步五尺六寸　甲乙丁同　丁縣
夫築　同前三縣數

按四縣所築堤長等則丈數步數里數皆同今以三數分載三縣下而復註以與某縣同殊混

人目

衍曰置各縣力以程功程為實以力率乘堤齊闊為法除之得各縣日築復數有分者通之互乘之得通數求總等不約一位約衆位曰元數連環求等約奇得定母陸續求衍數奇數乘率用數以丙丁縣不及數乘本用併為總數以定母相乘為衍母滿母去總數得各縣分給里步積尺數以縣數因之為堤長各以里法步法約之為里步

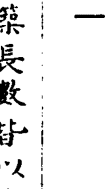
草曰置甲縣力一十三萬八千六百貫乙縣力一十四萬六千三百貫丙縣力一十九萬二千五百貫丁縣力一十八萬四千八百貫以程功六十尺徧乘之皆以貫默按貫默乃以一貫千文為法之名與前官陌市陌名相似約之甲得八百三十一萬六千尺乙得八百七十七萬八千尺丙得一千一百五十五萬尺丁得一千一百八萬八千尺各為實次以力率七百七十貫乘堤齊闊二十尺亦以貫默約之得一萬五千四百尺為法徧除諸各

實甲得五十四丈乙得五十七丈丙得七十五丈丁得七十二丈各為四縣衆夫每日築長率按大衍術命曰復數列右行



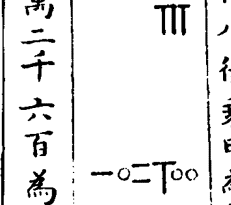
以復數按前術以尾數在十以上者為復數此數不合求總等得三大按此條原本皆以丈為寸於義無取今皆改正以約三位多者不約其少者甲得

五十四乙得一十九丙得二十五丁得二十四仍為元數次以兩兩連環求等各約之



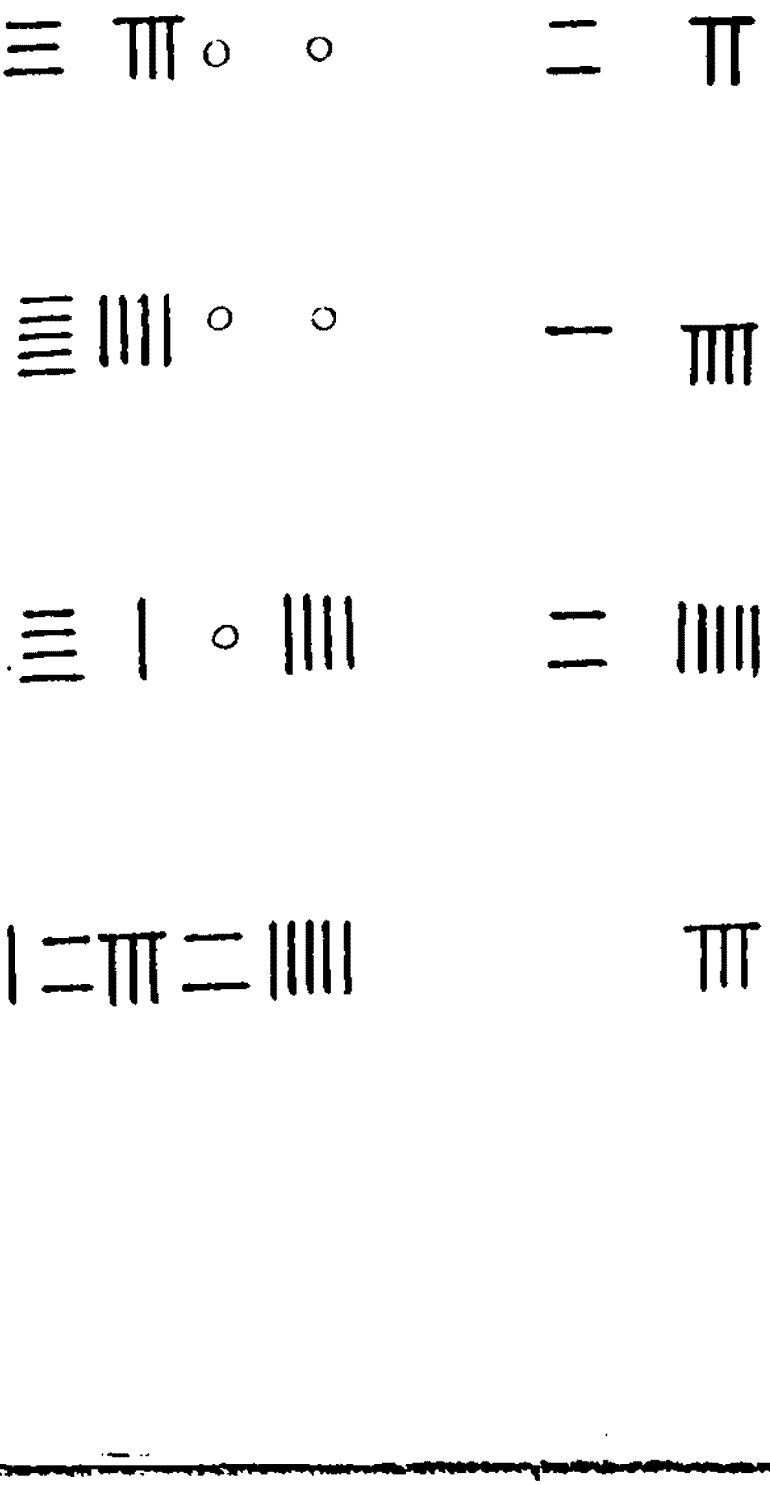
按四縣每日築長數皆以丈為單位非位數也但一等數可以度盡四數必先求總等約之然後可以為元數即此可見總等法不獨用於通數復數也

先以丁丙求等又以丁乙求等皆得一不約次以丁甲求等得六只約甲五十四得九不約丁次以丙與乙求等又以丙與甲九求等皆得一不約後以乙與甲九求等得一不約復驗甲九與丁二十四猶可再約又求等得三以約丁二十四得八復乘甲為二十七

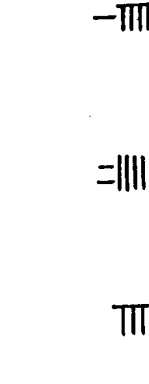


次以定母四位相乘求得一十萬二千六百為衍母

各以定母約衍母甲得三千八百乙得五千四百丙得四千一百四丁得一萬二千八百二十五為衍數

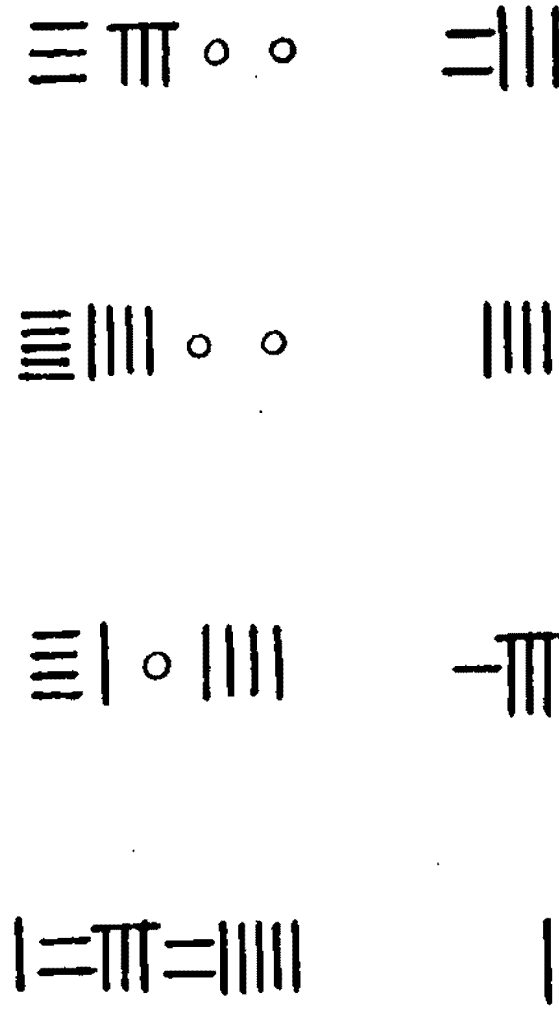


滿定母各去衍數甲不滿二十乙不滿四丙不滿四丁不滿一各為奇數

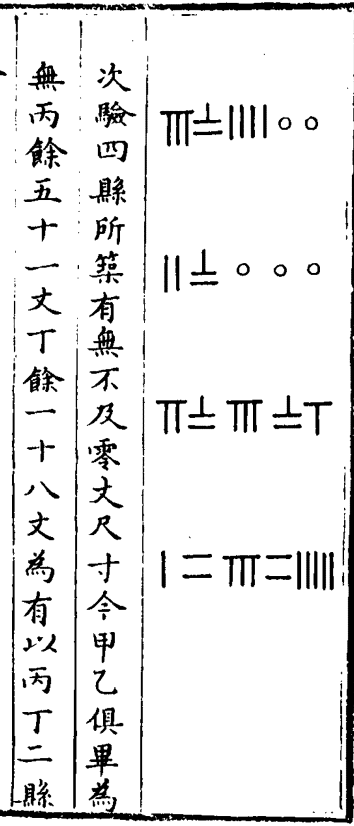


以各定母與本奇數用大衍求一術入之各得乘率

甲得二十三乙得五丙得一十九丁得一



以右行乘率對乘哥左行行數甲得八萬七千四百乙得二萬七千丙得七萬七千九百七十六丁得一萬二千八百二十五各為用數



次驗四縣所築有無不及零丈尺寸今甲乙俱畢為無丙餘五十一丈丁餘一十八丈為有以丙丁二縣餘丈各乘丙丁二用數其丙五十一丈乘丙用七萬七千九百七十六得三百九十七萬六千七百七十六丈為丙總以丁餘一十八乘丁用一萬二千八百

二十五得二十三萬八百五十丈為丁總併二總得四百二十萬七十六百二十六丈為總數亦以丈通衍母得一十萬二千六百丈仍為衍母滿去總數不滿一千二十六丈為所求長率以四縣因之得四十一百四丈為實以步法五尺八寸除之得七千七十五步五尺為堤長步以里法三百六十步約之得一十九里二百三十五步五尺為堤通長置長率一千二十六丈以步法約之得一千七百六十八步五尺

六寸又以里法約之得四里三百二十八步五尺六寸為各縣所給道里步尺數

餘米推數

問有米鋪訴被盜去米一般三籮皆適滿不記細數今左壁籮剩一合中間籮剩一升四合右壁籮剩一合後獲賊係甲乙丙三名甲稱當夜摸得馬杓在左壁籮舀入布袋乙稱踢着木屐在中籮舀入袋丙稱摸得漆椀在左邊籮舀入袋將歸食用日久不知數索

到三器馬杓滿容一升九合木履容一升七合漆椀容一升二合欲知所失米數計賸結斷三益各幾何

答曰共失米九石五斗六升三合環甲米三石一斗九升二合　乙米三石一斗七升九合

丙米三石一斗九升二合

術曰以大衍求之列三器所容為元數連環求等約為定母以相乘為衍母以定各約衍母得衍數各滿定母去之得奇以奇定用大衍求得乘率以乘衍數

得用數次以各剩米乘用併之為總滿衍母去之不滿為每籮米各以剩米減之餘為甲乙丙盜米併之為共失米

草曰列三器所容一升九合一升七合一升二合為元數連環求等皆得一不約便以元數相乘得三千八百七十六為衍母以各元數為定母以定約衍母得衍數甲得二百四乙得二百二十八丙得三百二十三各為衍數列左行以三定母甲十九乙十七丙

十二列右行具圖如後







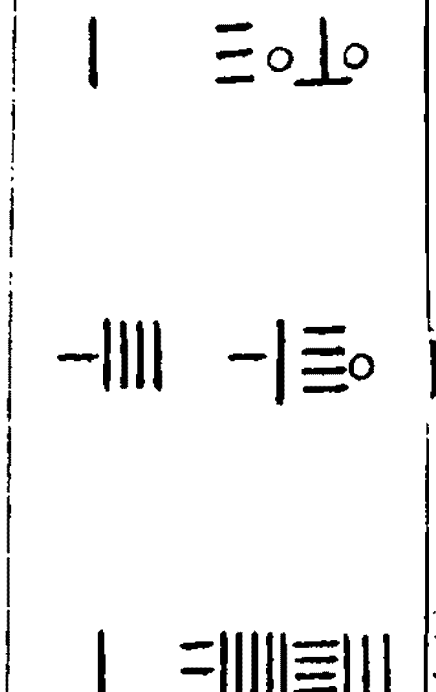
各滿定母去衍數得奇數甲得一十四乙得七得七

丙得一十一

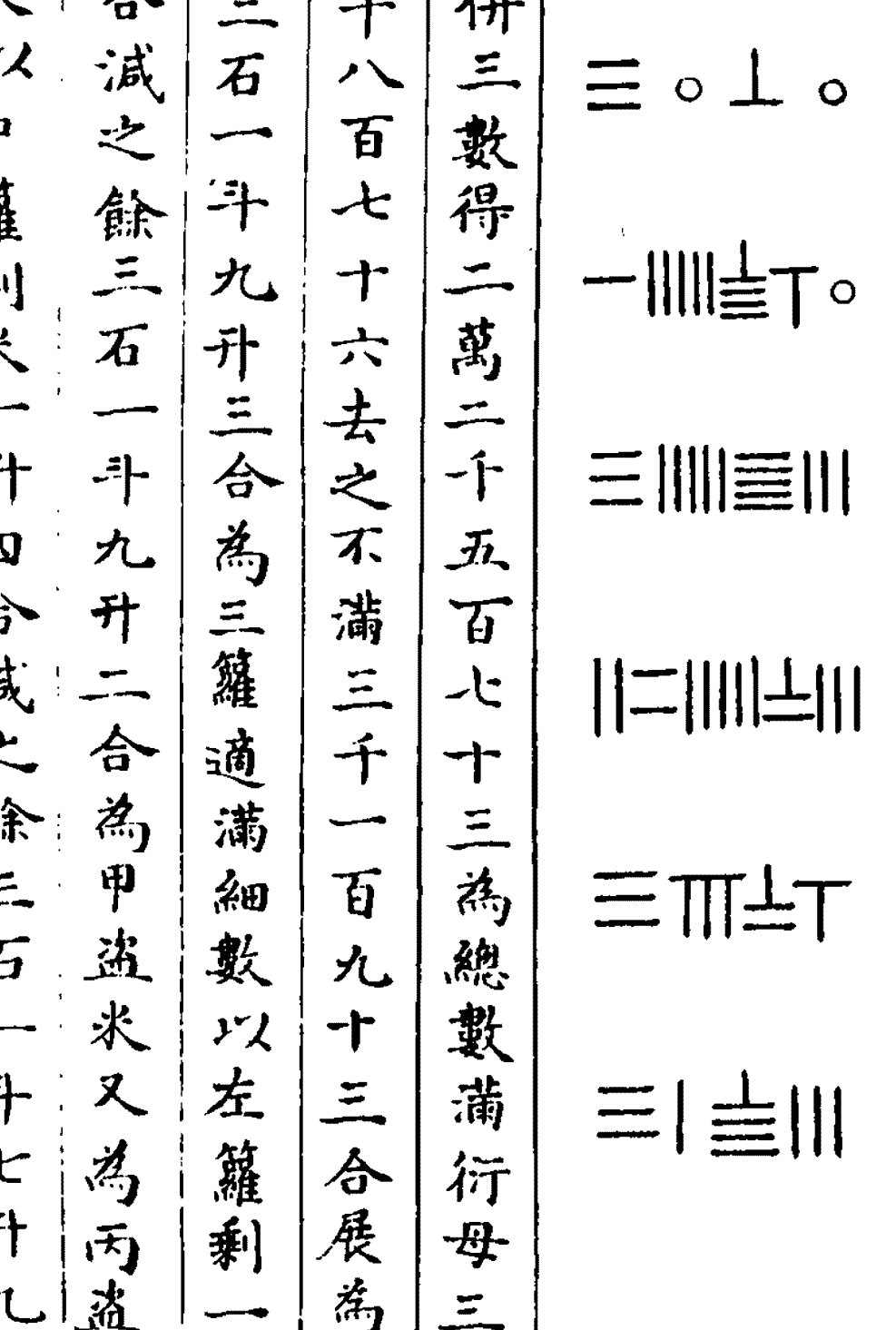
各以奇定用大衍求一各得乘率甲得十五乙得五丙得一十一各為乘率列右行對寄在行衍數具圖如後



以丙行對乘之得用數甲得三十六十乙得一千一百四十丙得三千五百五十三列右行具圖如後



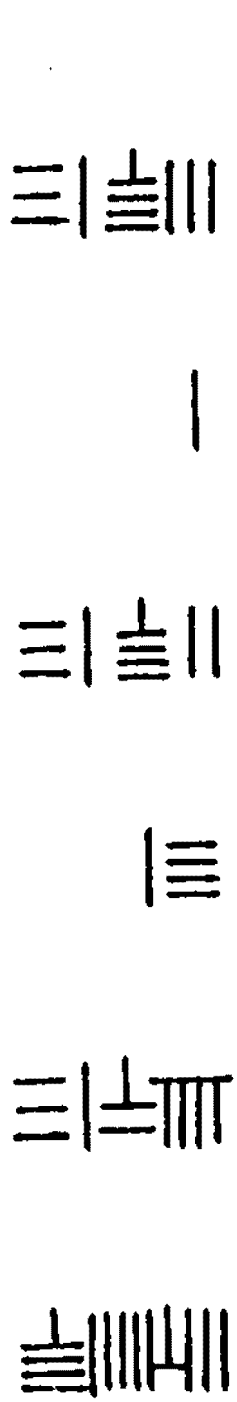
既得用數始驗問題三籌剩米列左行對三人所用以兩行對乘之甲得三千六十乙得一萬五千九百六十丙得三千五百五十三



併三數得二萬二千五百七十三為總數滿衍母三千八百七十六去之不滿三千一百九十三合展為三石一斗九升三合為三籮適滿細數以左籮剩一合減之餘三石一斗九升二合為甲盜米又為丙盜米以中籮剩米一升四合減之餘三石一斗七升九

合為乙盜米併三人共得九石五斗六升三合為所

失總米合問



程行計地

問軍師獲捷當早點差急足三名往都下節節走報具

甲於前數日申末到乙後數日未正到丙於今日辰末到據供甲日行三百里乙日行二百四十里丙日行一百八十里問自軍前至都里數及三人各行日數幾何

答曰軍前至都三千三百里　甲行一十一日　乙行一十三日四時半　丙行一十八日二時

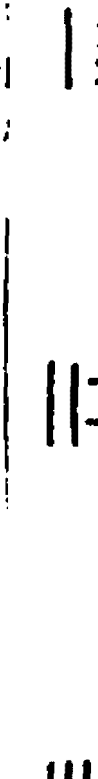
術曰以大衍求之置各行里先求總等存一約衆得

原里次以連環求等約奇復乘偶得定母以定相乘為衍母滿定除衍

衍得乘率以乘衍數得用數　次置辰刻正末乘各行里為實以晝六時約之得餘里各乘用數併為總滿衍母去得所求至都里以各日行約之得日辰刻數草曰置甲三百里乙二百四十里丙一百八十里先求總等得六十只存甲三百勿約乃約乙二百四十得四次約丙一百八十得三各為元數連環求等



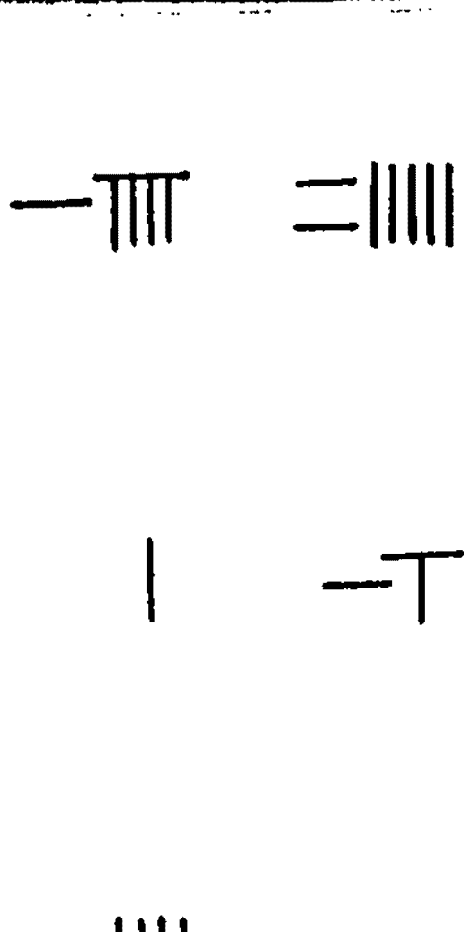
先以丙乙求等得一不約次以丙甲求等三於術約奇不約偶蓋以等三約三因得一為奇盧無衍數乃便徑先約甲三百為一百復以等三兼丙三為九既丙九為奇甲百為偶此即是約奇弗約偶次以一四與甲百求等得四以四約一百得二十五為甲復以四乘乙四得一十六為乙各為定母



以定母相乘得三千六百為衍母以各定約衍母為

衍數甲得一百四十四乙得二百二十五丙得四百

術數各滿衍母去之不滿為奇數甲得一十九乙得一丙得四



以各奇數與定母用大衍入之各得乘數甲得四乙得一丙得七各為乘率列右行

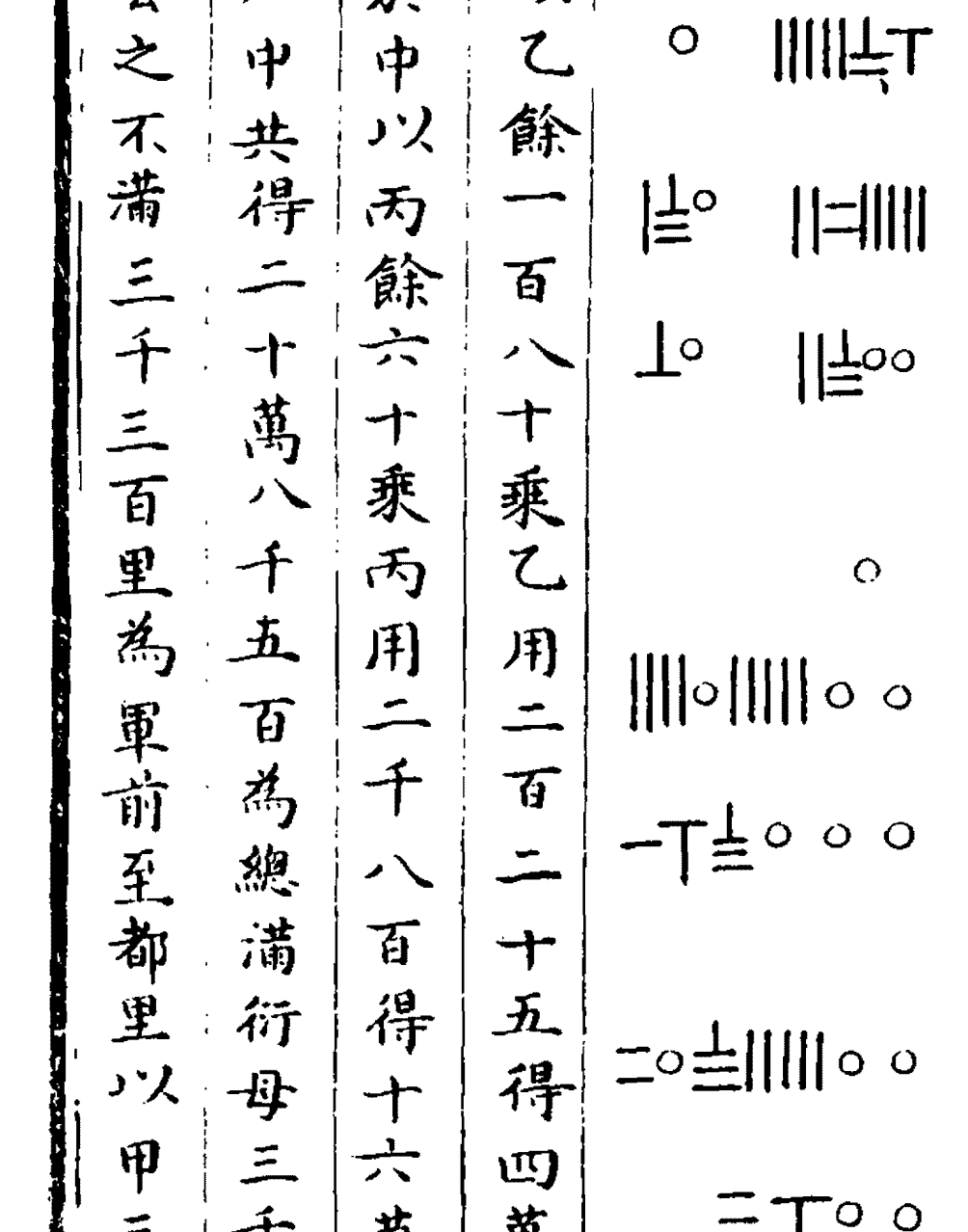







以乘率對乘寄左行衍數甲得五百七十六乙得二百二十五丙得二千八百各為用數

次置甲申末到者其酉初為夜此是甲以全日到為無餘里次置乙於未正到乃於卯時數至未正得四箇半時以四半乘乙行二百四十里得一千八十為實以晝六時約之得一百八十里為乙行不及全日之餘里次置丙於辰未到自卯初數至辰未得二時以因丙行一百八十里得三百六十為實以六時除之得六十里為丙行不及全日之餘里



以乙餘一百八十乘乙用二百二十五得四萬五百於中以丙餘六十乘丙用二千八百得十六萬八千加中共得二十萬八千五百為總滿衍母三千六百去之不滿三千三百里為軍前至都里以甲三百除

之得一十一日以乙二百四十除之得一十三日四時半以丙一百八十除之得一十八日二時合問

按凡總等數必小於連環等數若甚大即為連環等數此題數是也故再約即用求續等法不然不能合也

程行相及

問有急足三名甲日行三百里乙日行二百五十里丙日行二百里先差丙往他處下文字既而日又有文

字遣乙追付已半日復有文字續令甲趕付乙三人偶不相及乃同時俱至彼所先欲知乙果及丙甲果及乙得日并里次問彼處去此里數各幾何

按題意謂三行遲疾不同乙後丙兩日甲後乙半日問幾日幾里可以追及又既及之後三人不能同行及各至彼處之時刻皆與各起程之時刻相同蓋言自此至彼所行皆為整日數也

答曰乙果追及丙八日行二千里　甲果追及乙

二日半行七百五十里　彼處去此三千里

術曰以均輸求之大衍入之置乙已去日數乘乙行里為實以甲乙行里差為法除之得甲及乙日數辰刻以乘甲行得里次置丙既去日乘丙行里為實以丙乙行里差為法除之得乙及丙日數以乘乙行得里然後置三人日行求總等約得原數以連環求等約得定母以定相乘得衍母各定約衍得衍數滿定去衍得奇奇定大衍得乘率以乘奇衍得用數視甲

及乙里為乙率乙及丙里為丙率以乙日行滿去乙率不滿為乙餘以丙日行滿去丙率不滿為丙餘以二餘各乘本用併之為總滿衍去之不滿為彼去此里

草曰置乙已去日乘乙日行二百五十里得一百二十五里為實次置甲日行三百里減去乙行二百五十里餘五十里為差法除實得二日五十刻甲果及乙數以乘甲行三百里得七百五十為甲及乙里數

次置丙既行二百乘丙日二百里得四百里為實次置乙行二百五十里減丙行二百里餘五十里為差法除實得八百為乙及丙日數以乘乙行二百五十里得二千里為乙得及丙之里數已上為先欲知果及數次列甲乙丙三名曰行求總等得五十先約甲丙存得甲六乙二百五十丙四

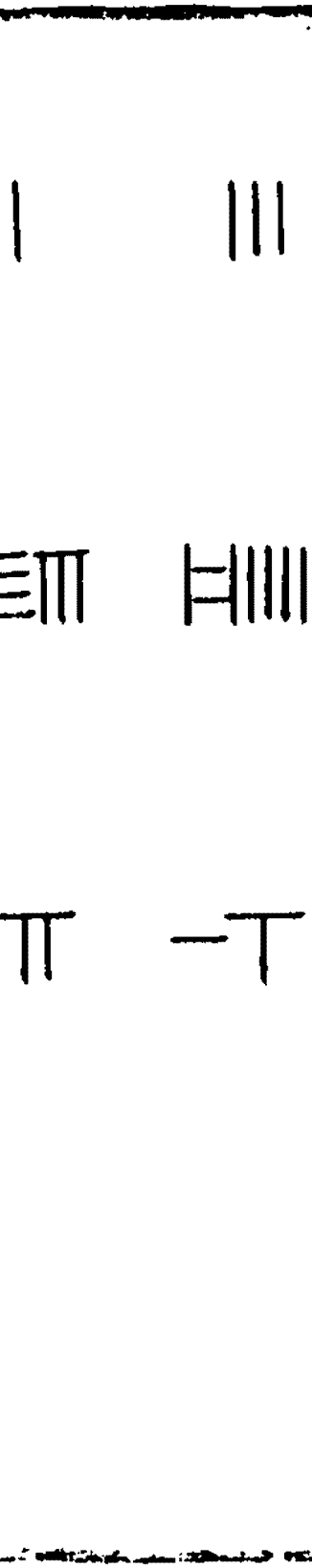
丁

三

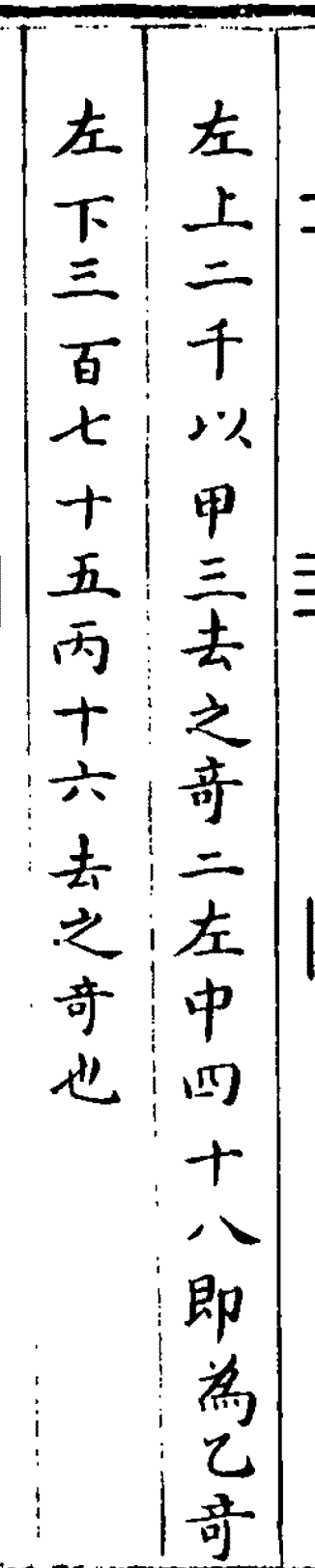
以甲六丙四求等得二以二約甲為三復以二因丙為八次將乙二百五十與丙八相約得二乃約乙為一百二十五復以二因丙為十六定得甲三乙一百二十五兩十六為定母



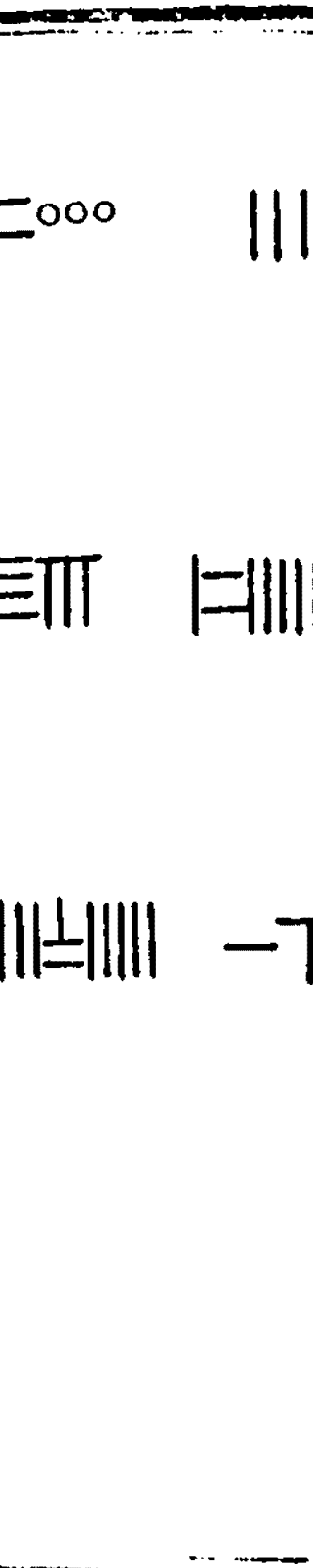
以定相乘得六千為衍母以各定約衍母得衍數甲得二千乙得四十八丙得三百七十五求奇數



左上二千以甲三去之奇二左中四十八即為乙奇



左下三百七十五丙十六去之奇也



各以大衍求得甲二乙一百一十二丙七各為乘率



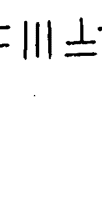




以乘率對乘衍數甲得四千乙得五千三百七十六

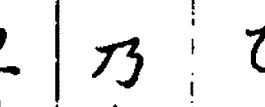
丙得二千六百二十五為泛用數

併三泛得二萬二千一乃多衍母一倍當半衍母六千得三千以消甲四千餘一千又消乙五千三百七十六餘二千三百七十六丙不消各為定用數



既得用數次視前草中甲及乙七百五十里為乙率乙及丙一千里為丙率各滿乙丙日行里去之









令乙丙二人所行各皆適滿去之無餘雖稱同時俱至乃各係全日所行便以乙丙二人約六千里得三千里為彼去此里數合問

按復數求元數用總等法尚屬未密蓋總等約後有當連環求等者有當即求續等者其法不

能定也今少為變通凡復數皆見十者先以十為總等徧約之（百十萬同）為元數俟連環求等畢復以總等十乘一數（百十萬同）然後再求續等以得定數爰依題數具式於後

法列三數於上以十為總等徧約之得甲三十乙二十五丙二十即為元數連環求等以甲與乙約得等數五（奇）約甲得六（偶）以甲與丙約得等數二（偶）約甲

得三奇為甲數偏約畢次以乙與丙約得等數五奇約丙得四偶為乙丙二數偏約畢乃以總等十乘乙數得二百五十次求續等以甲與乙與丙相約俱無續等以乙與丙約得續等二偶約乙數得一百二十五奇復乘丙得八則甲三乙一百二十五丙八即為各定數也以三定數連乘得三千為衍母即所問彼

處去此之里數較舊術算省而數亦確

矣

數學九章卷一下

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數學九章卷二上

詳校官欽天監博士臣張天樞

霍堂郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄録監生臣張龍圻

數學九章卷二上　宋　秦九韶　撰

天時

推氣治歷

問太史測驗天道慶元四年戊午歲冬至三十九日九十二刻四十五分紹定三年庚寅歲冬至三十二日九十四刻十二分欲求中間嘉泰甲子歲氣骨歲餘斗分各得幾何

按紹定三年庚寅之冬至實紹定四年辛卯之始辛卯距戊午三十四年積年為三十三

答曰氣骨十一日三十八刻二十分八十一杪八十小分餘歲五日二十四刻二十九分三十杪三十小分斗分空日二十四刻二十九分三十杪三十小分

術曰先距前後年數為法置前測曰刻分減後測曰刻分餘為率不足減則加紀策以紀策累加之令及天道合

用五日以上數為實以法除實得歲餘去全日餘為斗分以所求中閒年上距前測年數乘歲餘益入前測日刻分滿紀策去之餘為所求氣骨

革曰置前測戊午歲距前歲庚寅歲得三十三為法置前測戊午歲冬至三十九日日辰癸卯九十二刻四十五分減後測紹定三年庚寅歲冬至三十二日日辰丙申九十四刻一十二分令後測者少不及前測者以減乃加紀法六十日於後測日為得九十二日九十四

日一十二分然後用前測者減之餘五十三日一刻六十七分為率按術當以法三十三餘率須使商數必得五日以上乃可今率未得五日乃兩度累加紀法一百二十入率內共得一百七十三日一刻六十七分為刻實如法除之得五日二十四刻二十九分三十杪三十小分（不盡棄之）為歲餘乃去全五日得二十四刻二十九分三十杪三十小分為斗分次推嘉泰甲子上距慶元戊午歲得六以乘歲餘五日二十刻

刻二十九分三十杪三十小分得三十一日四十五刻七十五分八十一杪八十小分益入前測戊午歲三十九日九十二刻四十五分得七十一日三十八刻二十分八十一杪八十小分滿紀法六十去之餘一十一日三十八刻二十分八十一杪八十小分為所求甲子　氣骨之數合問

按氣骨者年冬至時距甲子日子正初刻後之日分也歲餘者歲實去六甲子之餘日分也斗

分者歲實去三百六十五日之餘分也此未知歲實之法故先以前後兩氣骨相減餘數為實以積年為法除之歲餘約五日餘紀日六十故實數內累加六十日至周得五日止而止則實數為積歲餘之數以積年除之得歲餘日分既得歲餘以甲子積年六乘之得甲子積歲餘與前測氣骨相加滿紀法去之餘即甲子氣骨也

治歷推閏

問開禧歷以嘉泰四年甲子歲天正冬至為一十一日
日辰乙亥四十四刻六十一分五十四杪十一月經朔一
日日辰乙丑七十五刻五十五分六十二杪問閏骨閏率
各幾何

答曰閏骨九日六十九刻五分九十一杪不盡一百六十
九分杪之一百二十一

閏骨率十六萬三千七百七十一

術曰以日法各通氣朔日刻分杪各為氣骨朔骨分

其氣骨分如約率而一約盡者為可用或收弃餘分在一刻以下者亦可用然後與朔骨分相減餘為閏骨率以日法約之為閏骨策

草曰置本歷曰法一萬六千九百先通冬至一十一日四十四刻六十一分五十四杪得一十九萬三千四百四十分二十六小分為實其歷約率係三十一百二十以約之得六十二可用其餘小分二十六乃弃之只用一十九萬三千四百四十為氣骨分次

置朔一日七十五刻五十五分六十二杪以本歷日法一萬六千九百乘之得二萬九千六百六十八分九十九杪七十八小分將近一分故於氣骨內所弃二十六小分借二十二小分以補朔內收上得二萬九千六百六十九為朔然後以朔骨分減氣骨分餘有一十六萬三千七百七十一為閏骨率復以日法除之得閏骨策九日六十九刻五分九十一杪不盡一百二十一筭直命之為一百六十九分杪之一百

二十一合問

按此題若置冬至日分內減經朔日分餘九日六十九刻五分九十二杪得閏骨策此原草僅多一百六十九分杪之四十八盡草中氣骨內棄小分二十六朔骨分內進二十二併之為一百六十九分杪之四十八其不經相減而必用通分約分累乘累除者為向後推筭用耳

治歷演紀

問開禧歷積年七百八十四萬八千一百八十三欲知推演之原調日法求朔餘朔率斗分歲率歲閏入元歲入閏朔定骨閏泛骨閏縮紀率氣元率元閏元數及氣等率因率節率朔等數因數節數朔積年二十三事各幾何

答曰日法一萬六千九百

朔餘八千九百六十七

朔率四十九萬九千六十七

斗分四千一百八

歲率六百一十七萬二千六百八

歲閏一十八萬三千八百四

入元歲九千一百八十

入閏四十七萬四千二百六十

朔定骨二萬九千六百六十九

閏泛骨一十六萬三千七百七十一

閏縮一十八萬八千五百七十八

紀率一百一萬四千

氣元率一萬九千五百

元閏三十七萬七十八百七十三

元數四百二

氣等率五十二

閏率一百四十四

部率三百二十五

朔等數一

因數四十五萬七千九百九十九

朔數四十九萬九千六十七

朔積年七百八十三萬九千

積年七百八十四萬八十一百八

術曰以歷法求之大衍入之調日法如何承天術用强弱毋于互乘得數併之爲朔餘以二十九日通日法增入朔餘爲朔率又以日法乘前歷所測冬至氣刻分收棄末位爲偶數得半分與日法用大衍術入

之求等數因率節率以紀乘等數為約率置所求氣定骨如約率而一得數以乘因率滿節率去之不滿以紀法乘之為入元歲次置歲日以日法通之併以斗定分為歲率以十二月乘朔率減歲率餘為歲閏以歲閏乘入元歲滿朔率去之不滿為入閏與閏骨相減之得差或適足便以入元歲為積年後術並不用或差在刻分法半數以下者亦以入元歲為積年必在刻分法半數以上却以閏泛骨併朔率得數內減入閏餘與朔率求閏縮在朔率以下便為閏縮以上用朔率

減之亦得以紀法乘日法為紀率以等數約之為氣元率以氣元乘歲閏滿朔率去之不滿為元閏虛置一億減入元歲餘為實元率除之得乘限乃以元閏與朔率用大衍入之求得等數因數節數以等約閏縮得數以因數乘之滿節數去之不滿在乘限以下以乘元率為朔積年併入元歲為演紀積年又加成歷年

令人相乘演積年其術如調日法求朔餘朔率立斗分歲餘求氣骨朔骨閏骨及衍等數約率因率節

率求入元歲歲閏入閏元率元閏已上皆同此術但其所以求朔積年之術乃以閏周減入閏餘為之閏羸却與閏縮朔率列號甲乙丙丁四位除乘消減謂之方程乃求得元數以乘元率所得為之積年加入元歲共為演紀歲積年所謂方程正是大衍術今人少知非特置筭繁多初無定法可傳甚是惑悞後學易失古人之術意故今術不言閏羸而曰入閏差者蓋本將來可用入元歲便為積年之意故今止將元閏朔

率二項以大衍先求等數因數節者仍倣前前求入元歲之術理假閏骨如氣骨以等數為約數及求乘數節數以等約閏縮得因乘數滿節去之不滿在限下以乘元率便為朔積年亦加入元歲共為演紀積年此術非惟止用乘除省便又且於自然中取見積年不惑不差矣新術敢不用閏蠃而求者實知閏蠃已存於入閏之中但求朔積年之奇分與閏縮等則自與入閏相合必滿朔率所去故也數理精微不易

窺識窮年致志感於夢寐幸而得知謹不敢隱

草曰本歷以何求天術調得一萬六千九百為日法係三百三十九強一十七弱先以強數三百三十九乘強子二十六得八千八百一十四於上次以弱數一十七乘弱子九得一百五十三併上共得八千九百六十七為朔餘次以日法通朔策二十九日得四十九萬一百增入朔餘得四十九萬九千六十七為朔率又以日法乘統天歷所測每歲冬至周日下二

十四刻三十一分得四千一百八分三十九杪為斗泛分驗八分既偶逆棄三十九杪只以四千一百八分為斗定分與日法以大衍術入之得五十二為等數一百四十四為固率三百二十五為蔀率以甲子六十為紀法乘等數得三千一百二十為約率却置本歷上課所用嘉泰甲子歲氣骨一十一日四十四刻六十一分五十一杪以乘日法得一十九萬三千四百四十分二十六杪為氣泛骨欲滿約率三千

一百二十而一故就近乃棄微杪只以一十九萬三千四百四十為氣定骨然後以約率三千一百二十除之得六十二以因率一百四十四乘之得八千九百二十八滿部率三百二十五去之不滿一百五十三以紀法六十乘之得九千一百八十年為入元歲次置歲　三百六十五以日法乘之得六百一十六萬八千五百併斗定分四千一百八得六百一十七萬二千六百八為歲率却以十二月乘朔率四十九

萬九千六百七得五百九十八萬八千八百四率內減去此數餘一十八萬三千八百四為歲閏以歲閏乘入元歲九千一百八十得一十億八千七百三十二萬七百二十滿朔率去之不滿四十七萬四千二百六十為入閏次置本歷所用嘉泰甲子歲天正十一月朔一日七十五刻五十五分六十二秒以日法乘之得二萬九千六百六十八分九千九百七十八秒為朔泛骨就近收秒為一分共得二萬九千六

百六十九為朔定骨數然後乃以朔定骨減氣骨一十九萬三千四百四十餘一十六萬三千七百七十一為閏泛骨置日法以二百歸除之得八十四半為半刻法次以入閏數內減去閏泛骨與入閏相課減之餘三十一萬四百八十九（此是閏贏）為差半刻法以上乃以閏泛骨併朔率共得六十六萬二千八百三十八以入閏四十七萬四千二百六十減之餘一十八萬八千五百七十八在朔率下便為閏縮次以紀策

六十乘日法得一百一萬四千為紀率以等數五十二歸除紀率得一萬九千五百（按即六十乘三百二十五之數為一節年數）為氣元率以氣元率乘歲閏一十八萬三千八百四得三十五億八千四百一十七萬八千滿朔率去之不滿三十七萬七千八百七十三為元閏次置一億（按此數似虛設不過取一億之數為限耳以入元歲此所求過限又將改率數以遷就之矣）元千一百八十減之餘九千九百九十九萬八百二十為實以元率一萬九千五百為法除之得五千一

二十七為乘元限數乃以元閏三十七萬七千八百七十三餘與朔率四十九萬九千六十七用大衍術求之得等數一因等四十五萬七千九百九十九部數四十九萬九千六十七然後以等數一約閏縮只得一十八萬八千五百七十八以因數四十五萬七十九百九十九乘之得八百六十三億六千八百五十三萬五千四百二十二滿部數四十九萬九十六百七十去之不滿四百二在乘元限數以下為可用

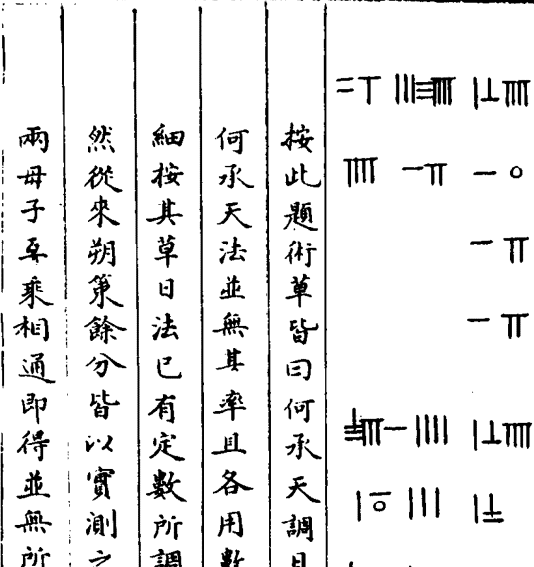
以乘元率一萬九千五百得七百八十三萬九千年為數積年併入元歲九十一百八十共得七百八十四萬八千一百八十年為嘉泰四年甲子歲積算本歷係於丁卯歲進呈又加丁卯三年共為七百八十四萬八千一百八十三年為本歷積年合具繪圖如後

按此術草內奇定相求有等數又有因數節數之異蓋等數即度盡定奇兩數之數因數為奇

數之倍數任倍定奇二數相較但得一等數則奇之倍數即為因數部數者奇數最大之倍數也任倍奇定至兩邊相等無較數則奇數之倍數即謂之部數也等數甚小者因數不患其甚大有部數以限之也算中尚多訛舛正之於後



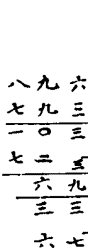
何永天調日法強弱四率



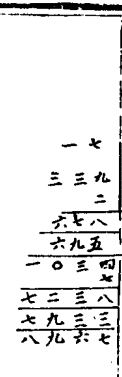
按此題術草皆曰何承天調日法而宋書所載何承天法並無其率且各用數亦與此不同今細按其草日法已有定數所調者朔策餘分也然從來朔策餘分皆以實測之朔策分歲實分兩母子互乘相通即得並無所謂調法今所載

强弱毋于四數大約已有朔策餘分與日法分相約而得非別有所本乃故設曲折以為奇也

試以朔餘分八千九百六十七分為第一條置日法分內減朔策餘分餘七千九百三十三為第二條以此二數數取之先置第一條減第二條餘一千零三十四為第三條七因第三條以減第二條餘六百九十五為第四條以第四條減第三條餘三百三十九為第五條二因第五



條以減第四條餘一十七為第六條是第五條即强母數第六條即弱母數矣次用第五條第六條轉求第一條以取兩子數置第六條於上二因第五條加之得第五條者二第六條者一共六百九十五為第四條以第四條加第

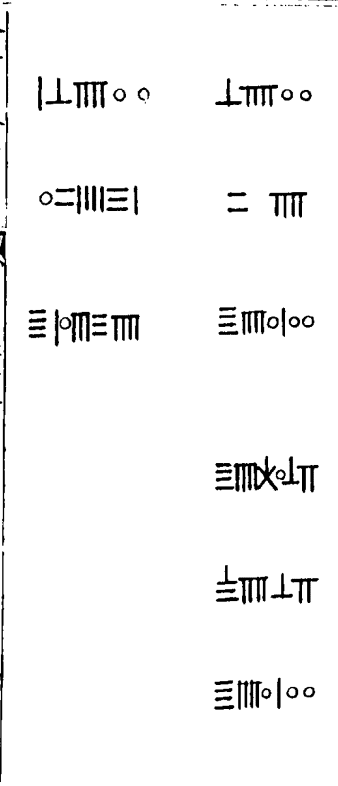


五條得第五條者三第六條者一共一千零三十四為第三條七因第三條以加第四條得第五條者二十三第六條者八共七千九百三十三為第二條以第二條加第三條得第五條者二十六第六條者九共八千九百六十七為第一條是第五條倍數即強于數

第六條倍數即弱子數矣至算式中以日法取強母數者則又以第五條第六條再約而得者如以第五條為實第六條為法為法商之初商得十以法乘初商得一百七十為初商積減實餘一百六十九恰與百分日法分之一等故百除日法分為一數又三乘之得五百零七為實以四十九為法初商得十初商積為四百九十減實餘十七乃以商十乘十七得一百七十與前初

商積等故加與前餘積等之百分日法分之一得三百三十九為五條之數名之曰强數也

次以日法乘朔策日得數併朔餘為朔率



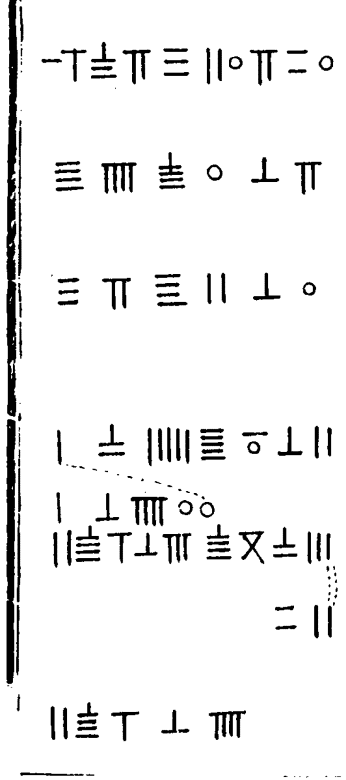
斗分見偶則棄見奇則收為偶

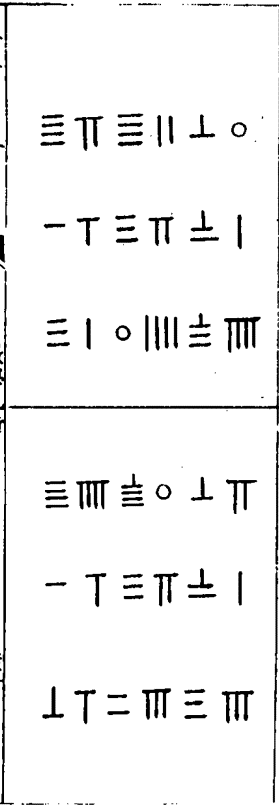
按此係棄分以下數不用也分為偶數即用其數分為奇數則杪微進一分併為偶數如無杪微即加一分

又按筭中用數以日法分一萬六千九百分為主斗分定為四千一百零八為偶數氣骨分亦定為偶數其各時刻分皆由日分比例而得故變時刻分為日分求之無不合

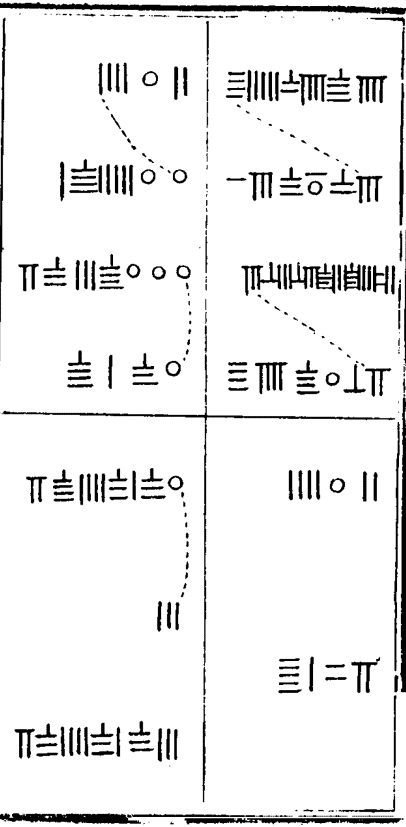
按求入元歲法用斗分與日法分求等率乘率蓋以六十年之歲實積分與紀法分相約後以六十除紀法分得日法分為定以六十除歲實積分得斗分為奇求得節數乘數皆與六十年之歲實積分與紀法分所求者同惟等數則為六十之一故以六十乘之為乘分以約氣骨分然後以乘數乘之滿節數去之所得用數為六十年之周數故以六十乘之始為年數此立法

之意也然以六十年為周數則六十年之間其氣骨數有合者則不可得故所得年數較以歲實分紀分相求者為遠也





三	一	三
三	一	三
三	一	三



按氣元一萬九千五百乃前部數三百二十五以六十乘之之數蓋求入元歲用六十倍者故

此仍用六十倍也

又按此皆用六十年歲實分求得之數與用一歲實分求得之數同蓋因積年數為六十度盡之數若非六十度盡之數則得數必遠也今依其數另設一題以明其法

設宋開禧歷日法一萬六千九百分歲實分六百一十七萬二千六百零八法紀率分一百零一萬四千分朔率分四十九萬九千零六十七分嘉泰甲

子歲天正冬至距甲子日子正後十九萬三千四百四十分古名氣朔十一月朔距甲子日子正後二萬九千六百六十九分古名朔朔問距歷元甲子子正初刻冬至朔之積年幾何

答曰七百八十四萬八千一百八十年

法以紀率為紀定紀率除歲率即歲實分餘八萬八千六百零八分為紀奇依大衍術求至奇一百零三餘分六百二十四餘分可以度盡上數則命六百

二十四為等數一百零三為乘數又求得奇一千六百二十五無餘分則命一千六百二十五為部數乃以等數約氣骨分得三百一十以乘數乘之得三萬一千九百三十滿部數去之餘一千零五十五即專以氣骨分求得距歷年之積年數也舊法以斗分歲餘分四千一百零八為奇日法為定求得等數一紀法六十乘之以約氣骨得數以乘數乘之部數除之餘數又以六十乘之為積年名入元歲其術

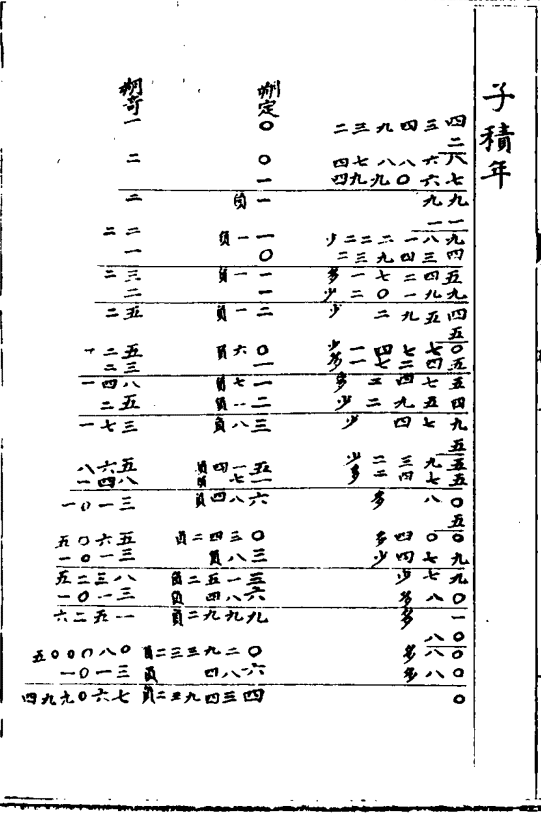
未密詳前故所得積年為九千一百八十其數亦較遠也

| | | |

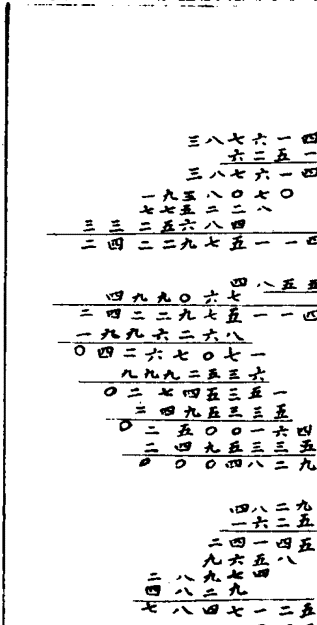
次以部數即歲實紀法消一會年數乘歲率得一百億三千四十八萬八千滿朔率去之餘二十三萬九千四百三十四舊名氣元閏為朔奇朔率為朔定依前法求得等數一乘數六千二百五十一部率四十九萬九千零六十七次以前所得積年乘歲率滿朔率去之餘二十七萬五千二百二十四為前朔距至前分數舊名入元閏以嘉泰甲子氣骨朔骨相減得十六萬三千七百七十一為後朔距至前分數

舊名閏骨夫十一月朔常在冬至前退行令前遠後近是已退過一朔策則於後閏骨內加一朔策再減去入元閏餘三十八萬七千六百一十四為後朔前朔相差之分數舊名閏縮乃以等數約閏縮仍得原數以乘數乘之滿節數去之餘四千八百二十九為會數乃以一會年數即前節數乘之得七百八十四萬七千一百二十五為朔積年加入前積年得七百八十四萬八千一百八十為嘉泰甲

子積年



等數一　乘數六千二百五十一　部數四十九萬



又法仍按本法求之先以歲率紀率朔率求總等朔率不盡無總等各率朔即為各元數次連環求

等朔元不盡歲元等數等數為六百二十四留歲元不約約紀元得一千六百二十五分為紀泛定歲元朔元即為歲泛定朔泛定次求續等紀泛定歲泛定等數為十三約歲泛定乘紀泛定得四十七萬四千八百一十六為歲定二萬一千一百二十五為紀定朔泛定即朔定三定數連乘得五〇〇五八八五五五四六九六〇〇〇為衍母紀定朔定相乘得八一〇九八三八七五為歲衍歲定

元歲	定歲	衍歲
六一七二六〇八	六一八四七四	八一〇九八三八七五
元紀	定紀	衍紀
一六二五	二一一二五	二三六九九四九九六六七二
元朔	定朔	衍朔
四九九〇六七	四九九〇六七	一〇〇三〇六四八八〇〇〇

母衍

五〇〇五八五五四六九六〇〇

朔定相乘得二三六九六四

九九六六七二爲紀衍歲定

紀定相乘得一〇〇三〇四

八八〇〇〇爲朔衍置各衍

數滿各定數去之餘歲奇四

七二九六三紀奇二〇〇四

七朔奇二三九四三四次以

各定各奇求各乘數得歲乘

歲奇 三六九二四七

紀奇 四七二〇〇八

朔奇 四三四九二三五

歲乘 七六〇九四二五

紀乘 八〇〇〇二〇〇

朔乘 一五二六〇〇〇八四〇

歲泛用 二〇一九八九三二九〇七九四二五

紀泛用 四七四一一九五五三五一三七六

朔泛用 六二七〇〇五八〇四八〇〇〇

數此題不用歲乘數求之以備其數 二四九

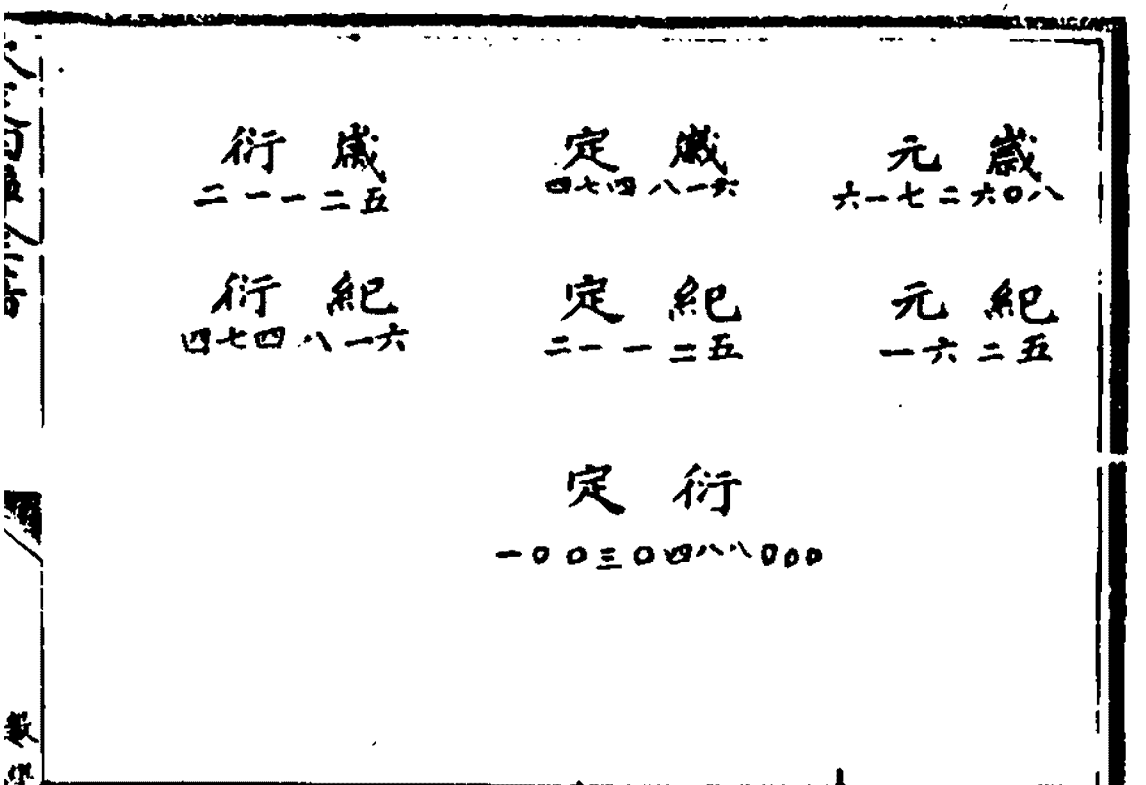
六七紀乘數二〇〇〇八

朔乘數六二五一以各乘數乘各衍數得各泛用數歲泛用二〇一九八九三二〇七九四六二五紀泛用四七四一一九五六五四四一三三七六朔泛用六二七〇〇五

八　四八八〇〇〇併三泛用與衍母數等則泛用即為定用乃以氣骨乘紀定用得九一七一三六八八七一九六二八三四五五三四四〇置氣骨減去朔骨餘十六萬三千七百七十一以乘朔定用得一〇二六八五三六七六七一〇〇〇二四八〇〇〇〇併數得九二七四〇五四二三九六三三八三七〇一四四〇滿衍母去之餘四八四四三七三八六五三四四〇為實以歲實分為法除

之得七百八十四萬八千一百八十即嘉泰甲子積年之數也此法較前法數繁然其理可互相發明後復設一法兼二法用之

三法先以歲率紀率求等數得六百二十四專約紀率得一六二五分為紀元歲率即為歲元又求續等數得十三以約歲元得四七四八一六為歲定以乘紀元得二一一二五為紀定紀定歲定相乘得一〇〇三〇四八八〇〇〇為衍母以紀定二一



一二五爲歲衍以歲定四七四八一六爲紀衍歲衍小於歲定即爲歲奇紀衍滿紀定去之餘一〇〇六六爲紀奇次以各定各奇求各乘數得歲乘數二五四八六一紀乘數九七八六以各乘數乘各衍數得各用數歲用數五三

歲奇　五二一一二

歲衆　一六八四五二

歲用　五二六八三九八三五

紀奇　六六〇〇一

紀衆　六八七九

紀用　六七三九四五六五六四

八三九三八六二五紀用數四六四六五四九三七六乃以氣骨乘紀用數得八九八八二八五一一二九三四四〇滿衍母去之餘六五一二一〇一四四〇為通積分為實以歲實分為法除之得一千零五十五即專以氣骨求

得第一積年

歲奇	歲空		
二	〇		五二一一二
二	一	負	六六〇〇少
四	二	負	二〇一三少
一	〇		二五二一二
四	二	負	三〇〇九九多
四五〇	一	負負	六六〇〇少一
二二		負	七六三一少
四七二	一	負	二三五九九
三三〇四	七	負	四〇〇四少
四五	二	負	二三九九
三三四九	九	負	一四一四多
一〇〇四七	七	負	三三二一多
四七二	一	負負	六三一三少
一〇五一九	八	負	三九一三少
三一五五七	四	負	一〇〇四少
三三四九	九	負	一四多
五四九〇六	三	負	二五二多
二〇九四三六	八	負	一三一多
一〇五一九	八	負	六四少
二一九九五五	六	負	一二少
三四九〇六	三	負	一五一負
二五四八六一	九	負	三一一負

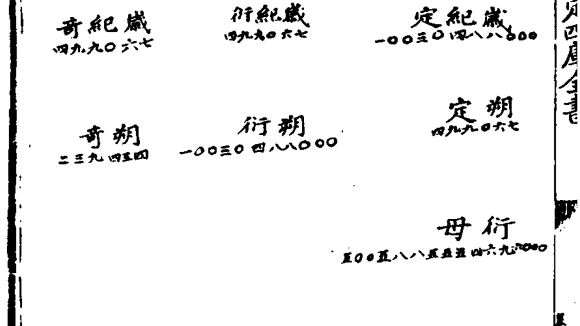
紀奇一

紀奇一

次以前衍母分（即歲率紀率一會一千六百二十五年之積分）一〇〇三〇四八八〇〇〇與朔率分求等數得一即以前衍母分為歲紀元亦即為歲紀定以朔率分四九九〇六七為朔元亦即為朔定二定數相乘得五〇〇五八八五五五四六九六〇〇為衍母以朔定為歲紀衍以歲紀定為朔衍歲紀衍小於歲紀定即以歲紀衍為歲紀奇明

歲紀元
一〇〇三〇四八八〇〇〇

朔元
四九九〇六七



行滿朔定去之餘二三九四三四爲朔奇各以定奇求乘數得歲紀乘數九九〇四八五二四〇三朔乘數六二五一以各乘數乘各衍數得歲紀泛用數四九四三一八四九七四二〇八〇〇一朔泛用數六二七〇〇五八〇四

歲紀乘
三〇四二四八五四〇九九九

歲紀定用
一〇〇八〇二四九七九四八一三四九四

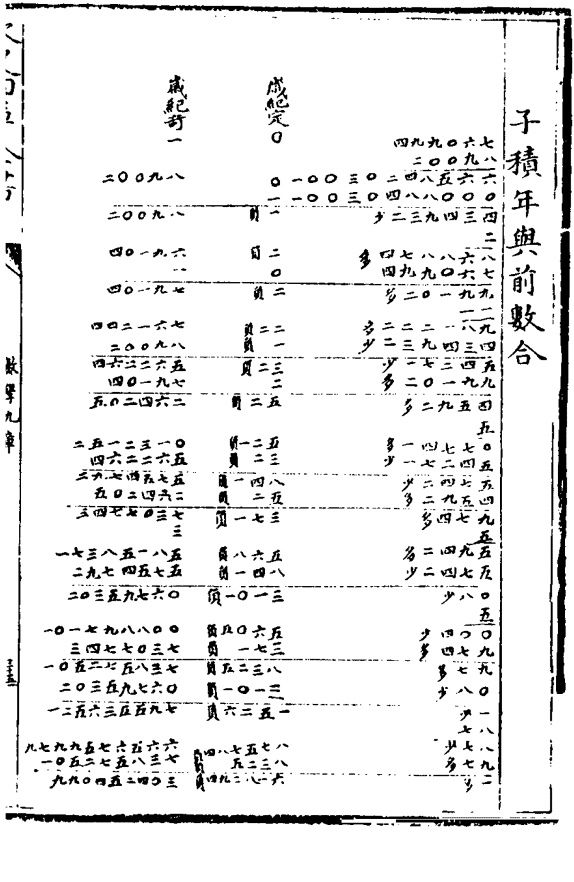
朔乘
一五二六

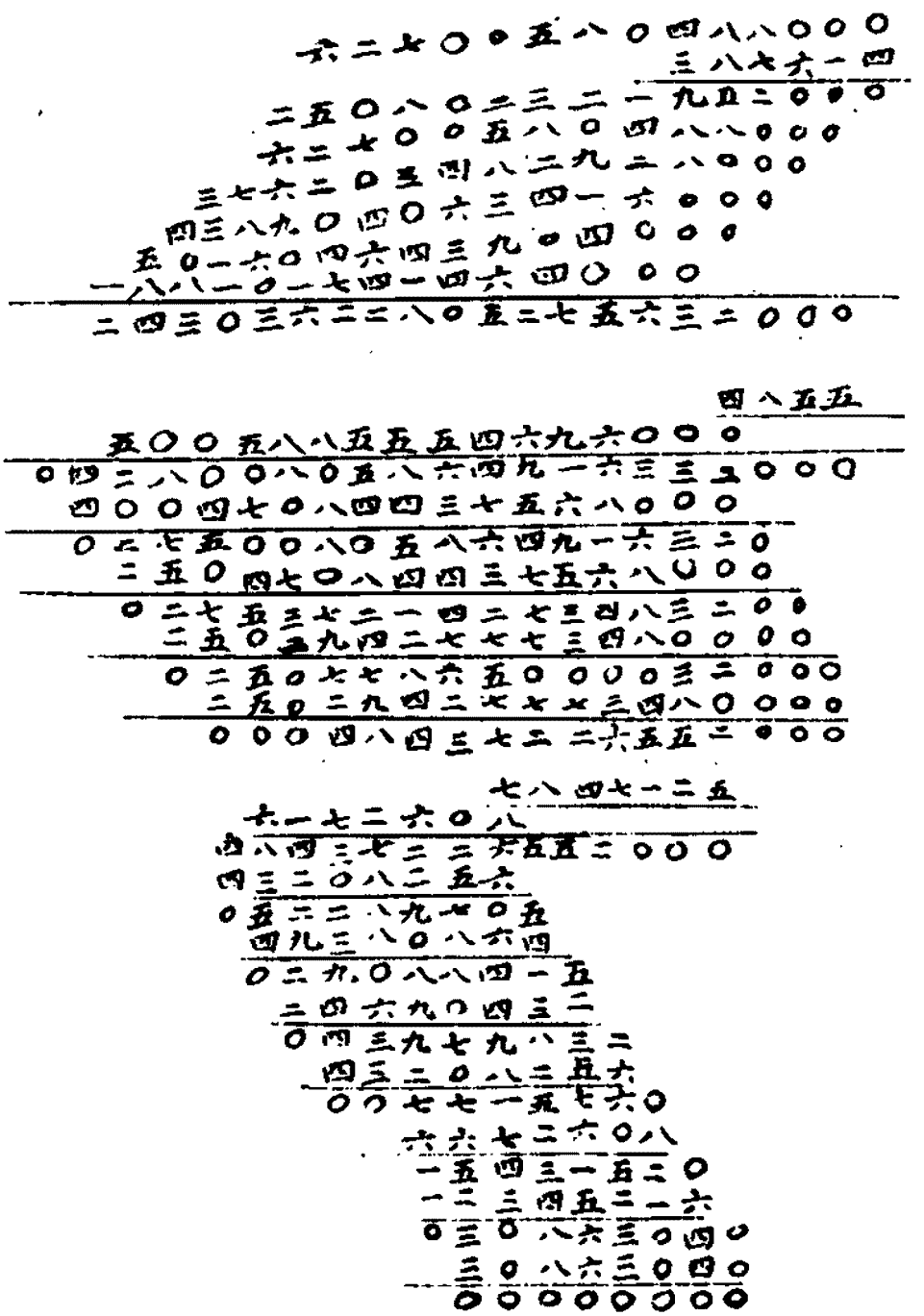
朔定用
〇〇〇八八四〇八五〇〇七二六

八八〇〇〇併二泛數與衍母等則泛用數即為定用數乃置前通積分六五一二一〇一四四〇滿朔率去之餘二七五二二四為入元第一十零五十五年之閏分又置嘉泰甲子氣骨減去朔骨餘一六三七七一為嘉泰甲子

之閏分閏分每歲漸加今後數小於前數是知已加過一朔率乃於後閏分內加一朔率分減去前閏分得三八七六一四為前後閏分差以乘朔定用數得二四三〇三六二二八〇五二七五六三二〇〇〇〇滿衍母去之餘四八四三七二二六五五二〇〇〇為實以歲率為法收之得七百八十四萬七千一百二十五為後積年數並前積年數共得七百八十四萬八千一百八十年為嘉泰甲

子積年與前數合





按右奇定相求其上層奇一數即大衍術中所謂立天元一也其逐層數即術中所謂遞互乘餘也其下層奇得數即術中所謂乘數也（有等數者求都數）古無筆算舊式所載不詳兼多重複舛偽之處集中惟此問甚繁故既設題以明其法復備録加減乘除之數以詳其算式俾觀者易見焉

級術推星

問歲星合伏經一十六日九十分行三度九十分去日一十三度乃見後順行一百一十三日一十十七度八十三分乃留欲知合伏段晨疾初段常度初行率末行率平行率各幾何

按此以兩積同之遲差積度求各行率也蓋合伏初日其行最疾以次漸遲遲極則留總其積度略如遲減差分故古法皆以其術步之

答曰合伏一十六日九十分　常度三度九十度

初行率二十三分九十七秒　平行率二十三分二秒　末行率二十二分七秒

晨疾初三十日　常度六度一十三分　初行率二十一分九十六秒　平行率二十分三十三秒　末行率一十八分七十秒

術曰以方程法求之置見日減一餘半之為見率以伏日併見日為初行法以法半之如見率共為伏率以伏日乘伏率為伏差以見日乘見率為見差以伏

日乘見差於上以見日乘伏差減上餘為法以見日乘伏度為泛以伏日乘見度減泛餘為實實滿法而一為度不滿退除為分秒即得日差

按此求遲日之遲差為日差也術曰方程非也其所謂見數者乃徒設一數宛轉附會使合於方程之行列也如　見日減一折半為見率併伏見日折半為半總日既以半總日加見率先以伏日乘之後以見日乘之復置見率先以見

日乘之後以復日乘之相減然後為法豈非半總日不用加見率但以伏日見日連乘之即可為法乎特多立名目故為曲折顛倒使人不易辨耳今去其見率另為步算於後以明其立法之本意焉

法以合伏日除伏行度得二十三分 七六 九二三 為合伏日折中第八日四十五分一日之行度 即第七日九十五分至第八日九十五分之行度 以順行日除順行度得十五分

七七八
七六一為順行日折中第五十六日五十分一日之行度兩一日之行度相減行七分一九八一六二為合伏第八日四十五分與順行第五十六日五十分兩一日之行度較為實併合伏順行兩日數而半之得六十四日九五為合伏第八日四十五分至順行五十六日五十分之積日為法除之得十一杪二三六五八五為一日遲差之數即日差若不先用除則以兩日數與兩行度互乘相減為實兩日數相乘

又併兩日數而半之再乘為法得數亦同

求初行率置初法減一餘乘日差為寄以半初行法乘寄得數又加伏見度共為初行實以法退除之得合伏日初行率

按此求合伏第一日最疾之行也其法即遞減差分有總數有次數有每次差數求初次最大之數也初行法減一乘日差為寄者合伏初日與順行末日兩行率之差也半法乘寄與積差

等故加共度為實以共日為法除之為合伏初日行率二十三分九十七杪也

求末行率以段日乘日差減初行率餘為末行率

按此求合伏末日之行率也以段日乘日差求合伏初末日兩行率之較也既得初末日兩行率之較以減初行率即末行率也

求平行率以初行率併末行率而半之為平行率

按此即均分合伏度為每日之平行率也與遞

加遞減有首尾數求中數者同應與伏日除伏度數同不同者本非遞差之數也

求交段差以各段常日下分數減全日一百分餘乘末日行率為交段差

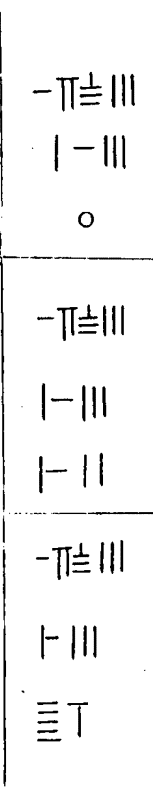
按此即各段日下分數不及一日所差之行分也求之以備後數加減

累減前段積度以益後段積度各為常度

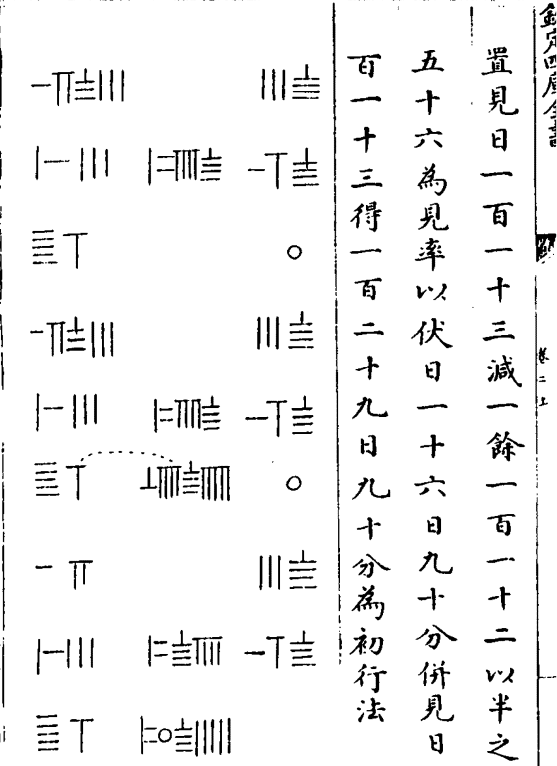
按常度即各段積度也求晨疾初段常度見常

中專解於後

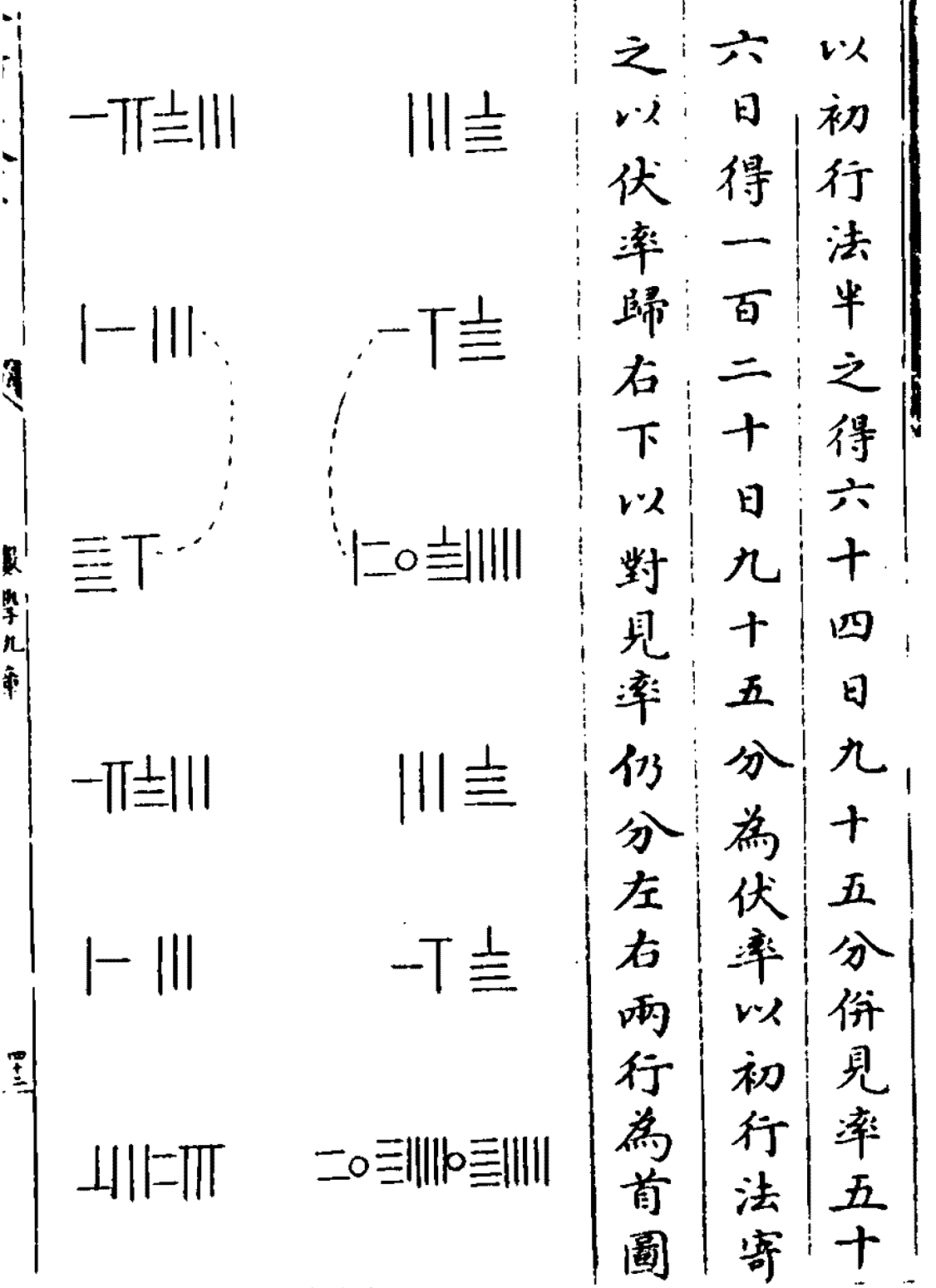
草曰以伏日隨伏度為右行以見日隨見度為左行以度對度日對日其度於工日於中空其下列之



置見日一百一十三減一餘一百一十二以半之得五十六為見率以伏日一十六日九十分併見日一百一十三得一百二十九日九十分為初行法

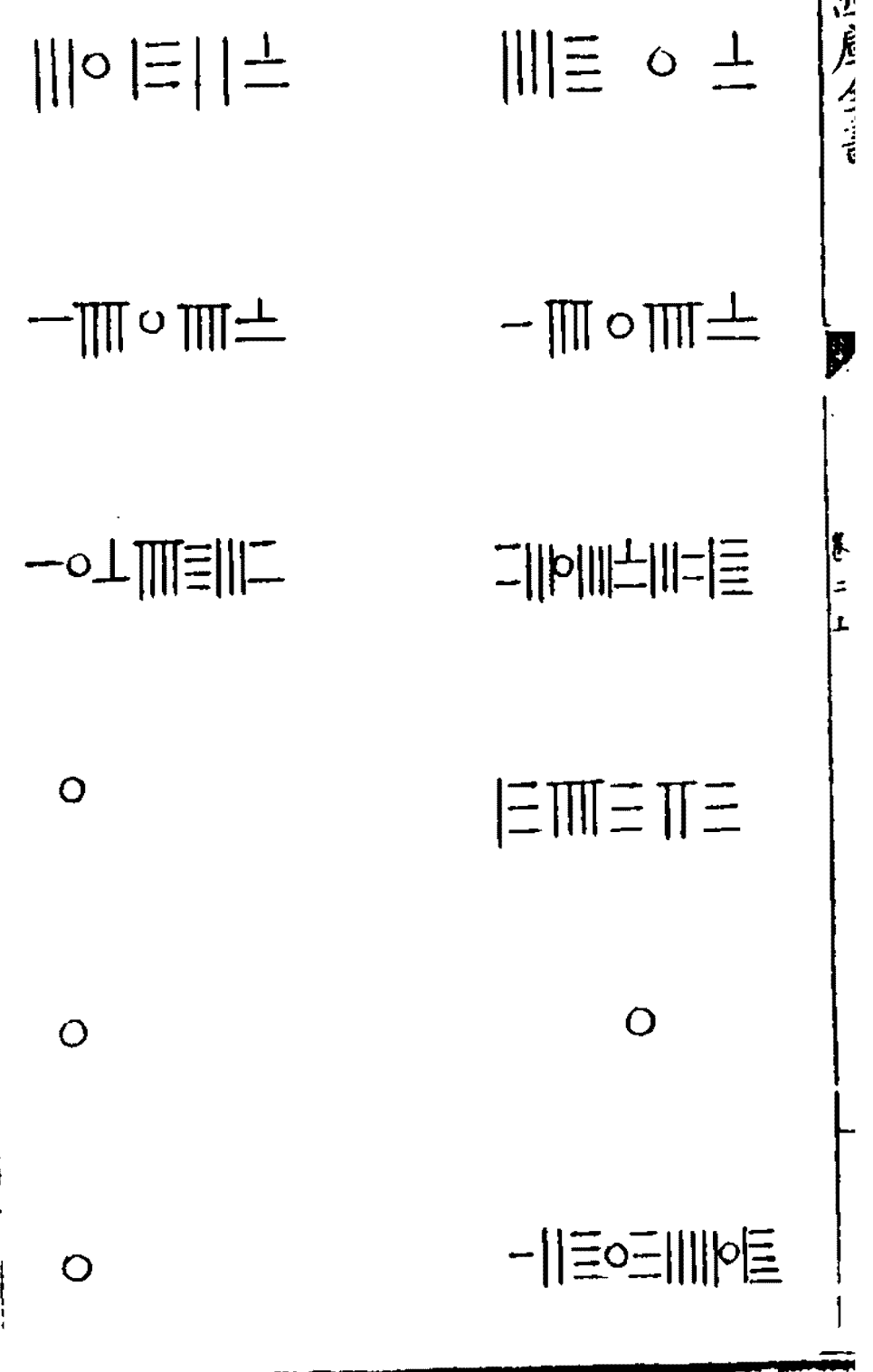


以初行法半之得六十四日九十五分併見率五十六日得一百二十日九十五分為伏率以初行法寄之以伏率歸右下以對見率仍分左右兩行為首圖



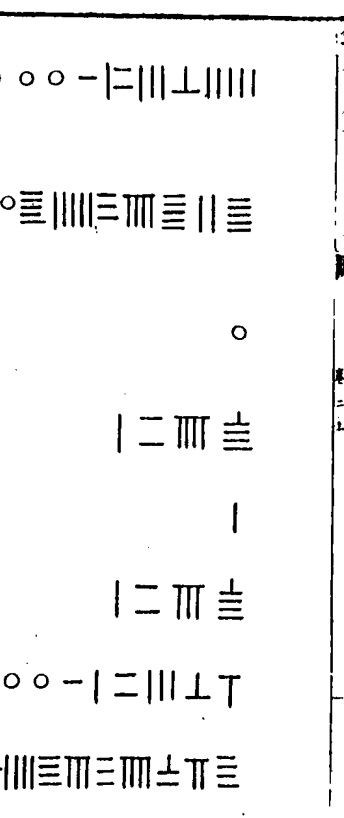
以首圖伏日一十六日九十分乘伏率一百二十日九十五分得二千四十四日五分五十杪為伏差於右下以首圖見日一百一十三乘見率五十六得六十三百二十八日為見差於左下乃成次圖凡方程之術先欲得者存之以未欲得者互偏乘兩行諸數令驗此圖先欲得日差故存其左右之上下以左右之中伏見日數互偏乘兩行乃以次圖右中伏日一十六日九十分先偏乘左行畢左上得三百一度

三十二分七十秒左中得一千九百九日七十分左下得一十萬六千九百四十三日二十分又以次圖左中見日一百一十三偏乘右行畢右上得四百四十日七十分右中亦得一千九百九日七十分右下得二十三萬九百七十八日二十一分五十秒



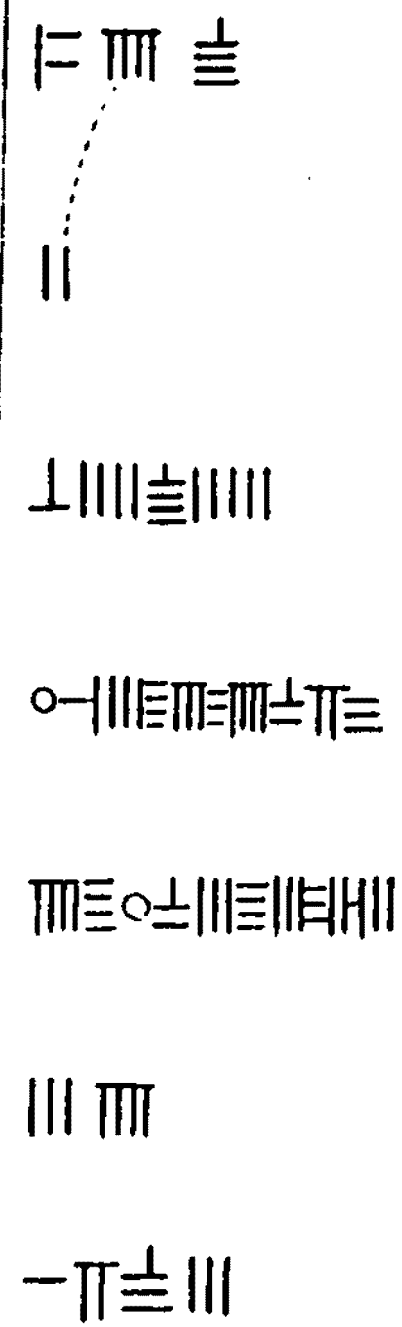
以兩行得變名注積法而成才圖乃驗才圖左上

下皆少用減右行畢行上餘一百三十九度三十七分三十秒為日差實右中空右下得一十二萬四千三十五日一分五十秒為日差法今維圖法多實少除得空度空分十一秒二十三小分六十五小秒不盡十秒五十五小分三十九小秒五十二微分五十微秒收為一小秒為日定差一十一秒二十三小分六十六小秒



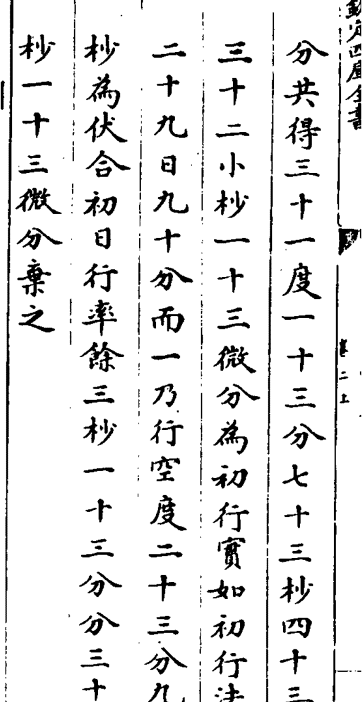
既得日差乃行初行率置法圖內初行法一百二十九日九十分內減去一日餘一百二十八日九十分

乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒得空度一十四分四十八秒三十九小分七十七小秒四十微分為寄次置按此下脱三十一字應作次置寄以半法乘之得九度四十分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三微秒

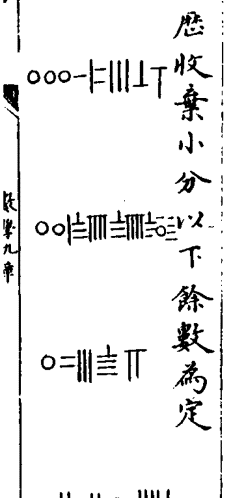


以得數加伏度三度九十分見度一十七度八十三

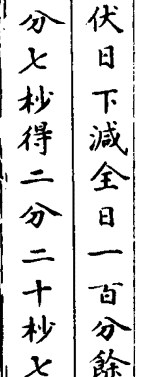
分共得三十一度一十三分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三微分為初行實如初行法一百二十九日九十分而一乃行空度二十三分九十七秒為伏合初日行率餘三秒一十三分分三十二小秒一十三微分棄之



求末行率置合伏段日數一十六日九十分乘日差一十一杪二十三小分六十六小杪得一分八十九杪八十九小分八十五小杪四十微分為得數乃以得數減初行率二十三分九十七杪餘二十二分七杪一十小分一十四小杪六十微分為合伏末日行率但注歷收棄小分以下餘數為定

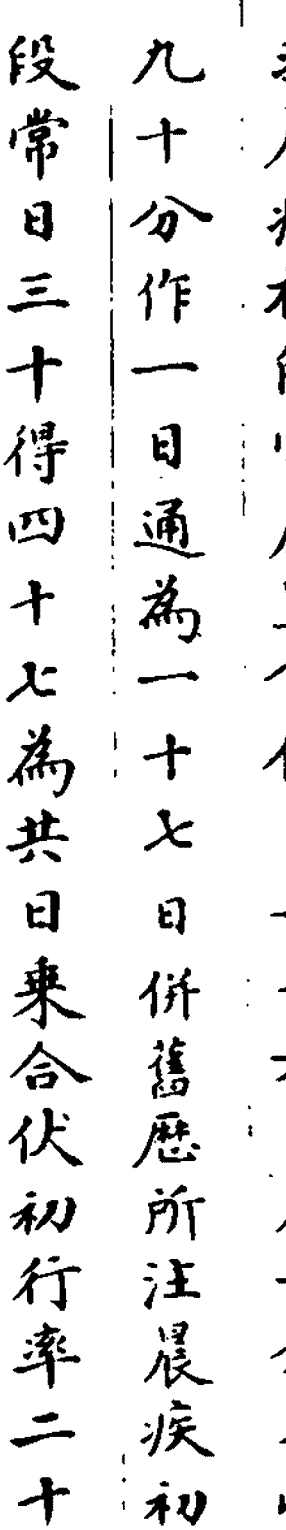


求平行率置初行率二十三分九十七秒併末行率二十三分七秒得四十六分四秒以半之得二十三分二秒為平行率



求交段差置合伏日下減全日一百分餘一十分乘末行率二十二分七秒得二分二十秒七十小分為

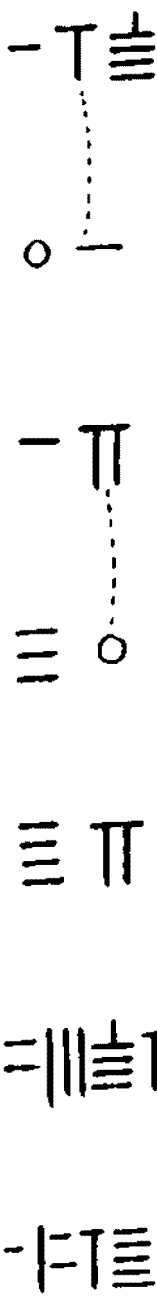
交段差



求晨疾初段常度置合伏日一十六日九十分乃收九十分作一日通為一十七日併舊歷所注晨疾初段常日三十得四十七為共日乘合伏初行率二十三分九十七秒得一十一度二十六分五十九秒為

寄工

按此有第一日行度有逐日遞減之差有前後各段日數有前段積度求後段積也先以共日乘初行率者以最疾為率之共積也下求遞差以減之故為寄



乃副置共日四十七減一餘四十六以半之得二十三乘副四十七得一千八十一以乘日差一十一秒

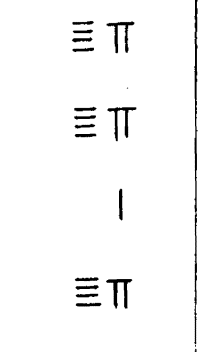
二十三小分六十六小杪得一度二十一分四十六杪七十六小分四十六小杪以減上宵一十一度一十六分五十九杪餘一十度五分一十二杪二十三小分五十四小杪為合伏晨疾初兩段共積度

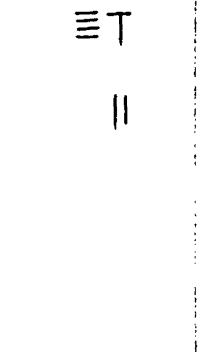
按此乃求積差以減上數得共日之積慶也法應於共日內減一日以乘日差得數為共日數初末日行率之較再以共日數乘之得數折半為積差此先折半次連乘得積差其理亦同

置共積內減合伏三度九十分餘六度一十五分一十二杪二十三小分五十四小杪為泛次以交段差二分二十杪七十小分減泛餘六度一十二分九十一杪五十三小分五十四小杪為晨疾初段常度注歷乃收八杪五（按應作四）十六小分四十六小杪為全分常定度

按此於共積內減去合伏段積尚有合伏九十分不及一日所差之行分即交段差未減故為

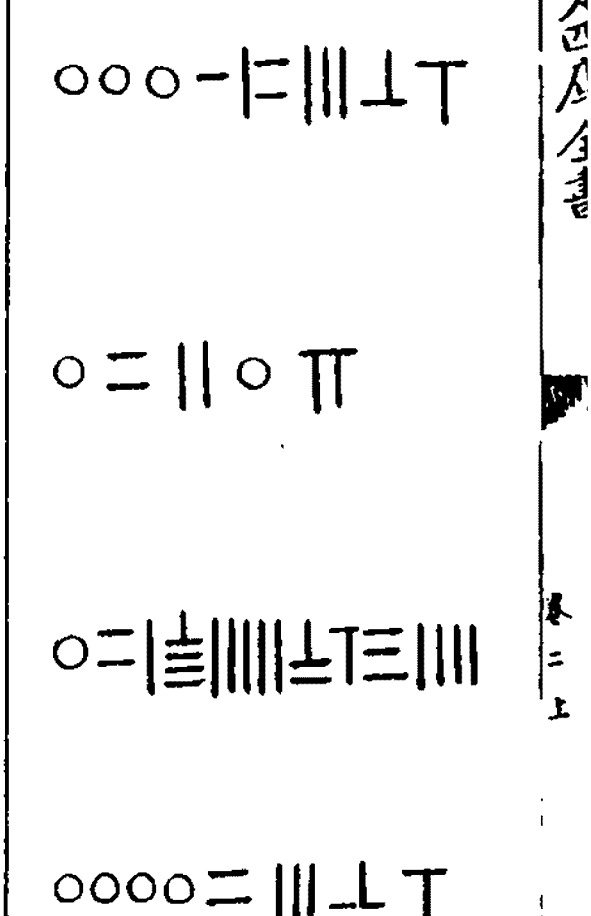
泛數再減交段差為晨疾初段常泛度再收為
六度十三分始為定常度也





求晨疾初段初行率以日差一十一杪二十三小分六十六小杪減合伏末行率二十二分七杪餘二十一分九十六杪為晨疾初段初行率行泛收之為定者也

按此以合伏末日之次日為晨疾初段之初日也故置合伏之末行率減一日之差即為晨疾初段之初行率五杪餘收為六杪凡零未收名泛數已收名定數下倣此

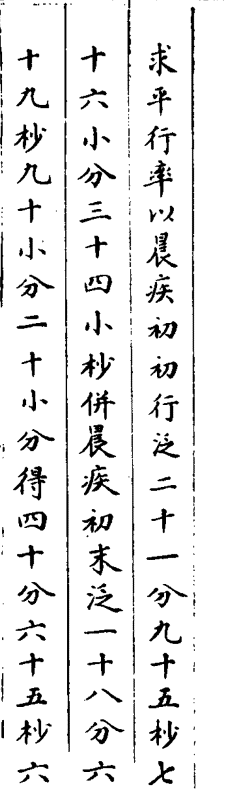


求晨疾初末行率置晨疾初常日三十減一餘二十九日乘日差一十一秒二十三小分六十六十小秒得三分二十五杪八十六小分一十四小杪以減晨疾初段初行率泛二十一分九十五杪七十六小分三

十四小杪餘一十八分六十九杪九十小分二十小杪為晨疾初末行率

按此求晨疾初段末日之行率也常日減一日乘日差得數為晨疾初段初末二日行率之較也故減初行率得末行率

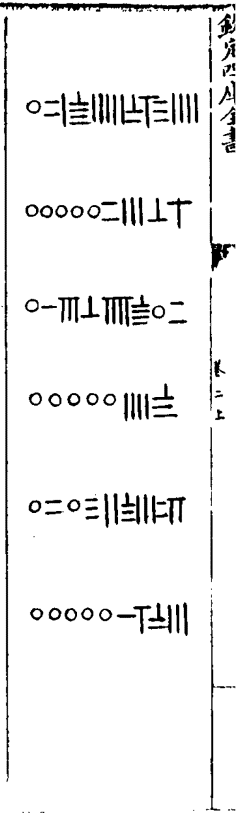
三〇 一 二



求平行率以晨疾初初行泛二十一分九十五杪七十六小分三十四小杪併晨疾初末泛一十八分六十九杪九十小分二十小分得四十分六十五杪六

十六小分五十四小杪以半之得二十分三十二杪八十三小分二十七小杪為晨疾初平行泛乃以三泛收棄為之定





按此與求合伏平行率同其言泛棄為定者蓋截去杪下奇零過半則收為一杪也然語意欠

明

又按五星行度遲疾差廻非遞加遞減之數術中僅以合伏與順見二段各取中數至推遂日行度仍用遞加遞減之法故古法之疎五星尤甚原文語多隱晦今悉為解之可以見古今疎密之所在焉

欽定四庫全書

數學九章卷二上

欽定四庫全書 子部

數學九章卷 二下 三上

詳校官欽天監博士臣古之雄

霍臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷二下　宋　秦九韶　撰

天時

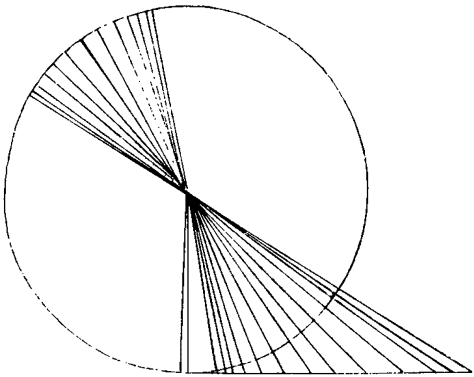
揆日究微

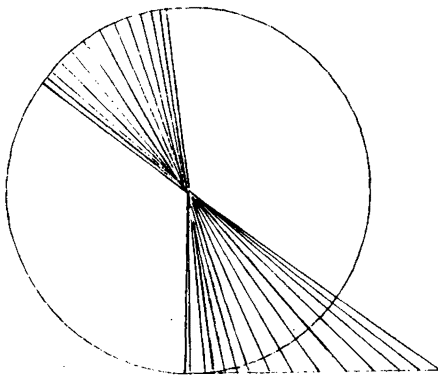
問歷代測景惟唐大衍歷最密本朝崇天歷陽城冬至景一丈二尺七寸一分五十秒夏至景一尺四寸七分七十秒九絲與大衍歷同今開禧歷臨安府冬至景一丈八寸二分二十五秒夏至景九寸一分欲求

臨安府夏至後差幾日而景與陽城夏至日等較以大衍歷晷景所差尺寸各幾何

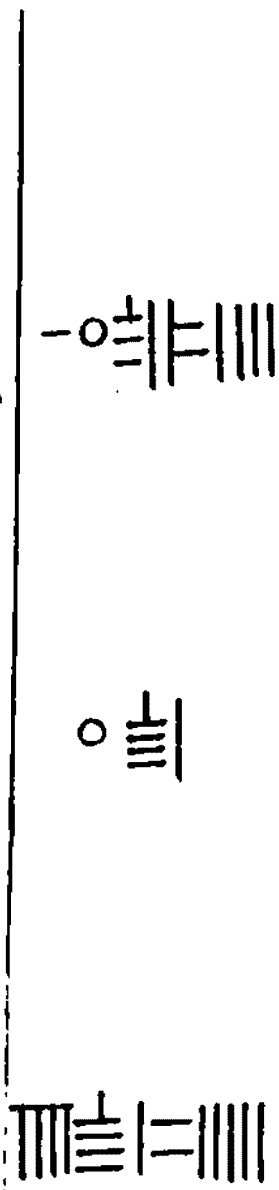
答曰大暑後五日午中景長一尺四寸八分八十五杪

按舊本答數後有二圖舛錯漶漫傳寫者失其真也細考圖內所載之數皆與今法頗合知此悉當時實測所定非同臆說也因取其數改正於後



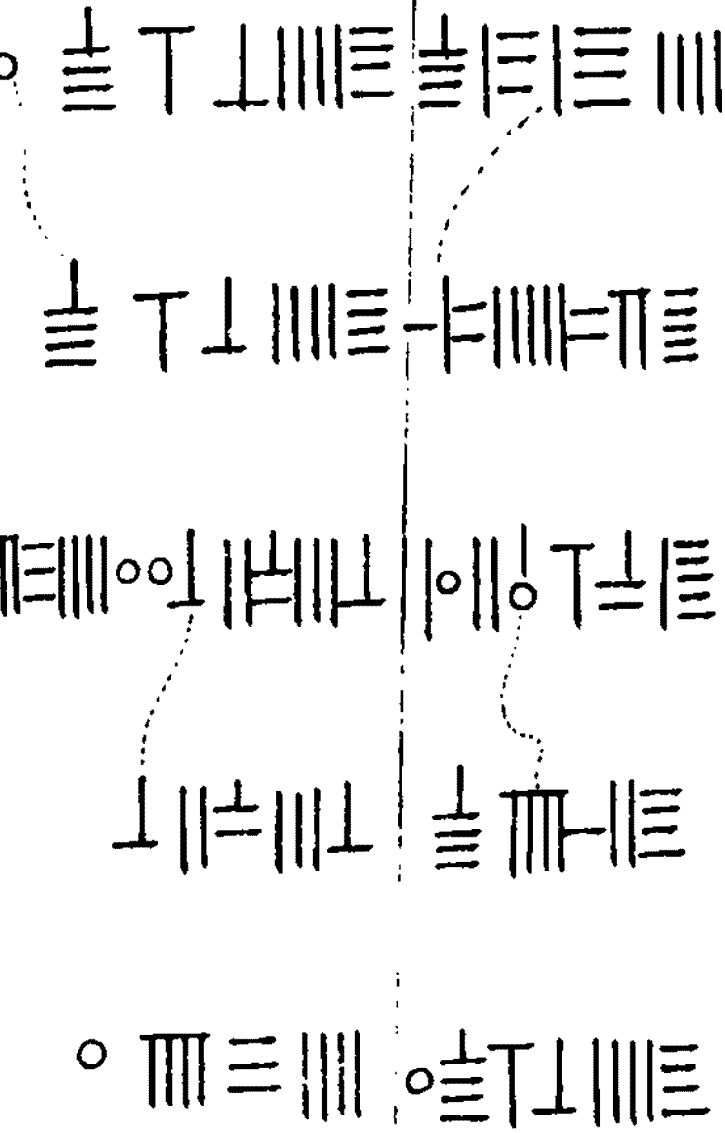


置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五杪以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十五杪為景差以為實

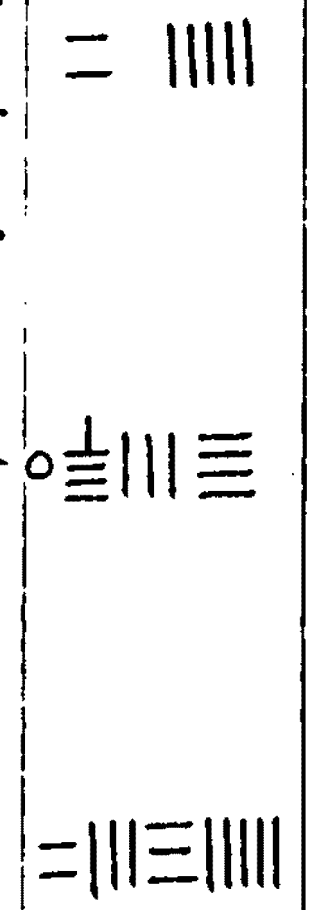


置象限度九十一度三十一分四十四杪加一十一度二十五分二十七杪五十小分命度為寸得一百二寸五十六百七十一分五十杪為法以除前差實

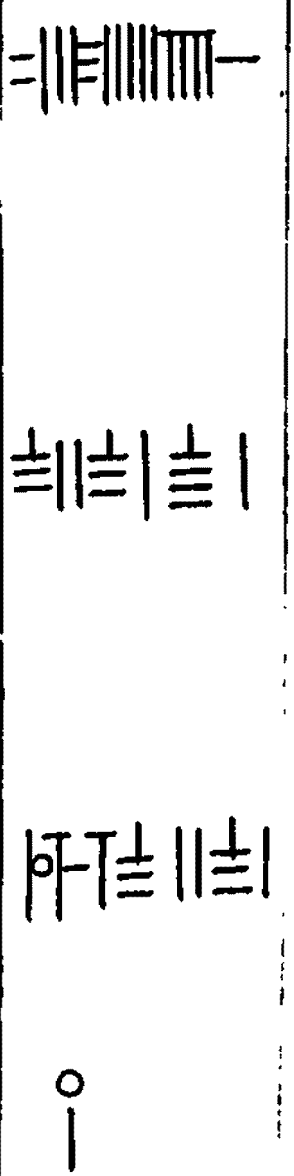
得定寸九十六百六十四分四十杪不盡棄之自乘得節氣數九千三百四十分不盡棄之



先以小暑節乘率二十五乘節率九千三百四十分得二十三寸三千五百分於上



次以臨安夏至九寸一分自乘得八十二寸八千一百分為夏至冪



乃以夏至冪加上得一百六寸一千六百分為小暑冪以為實以一寸為隅開平方得一尺三分為臨安小暑節景不盡七百分即寸下七毫棄之

三
〇
一

丌
〇〇

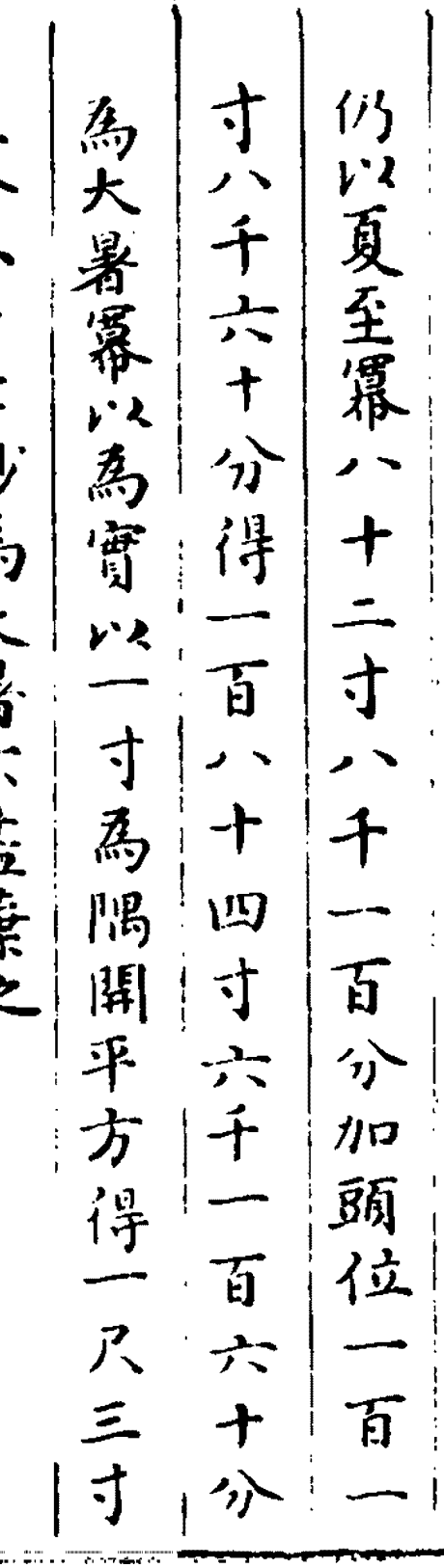
川
〇

一

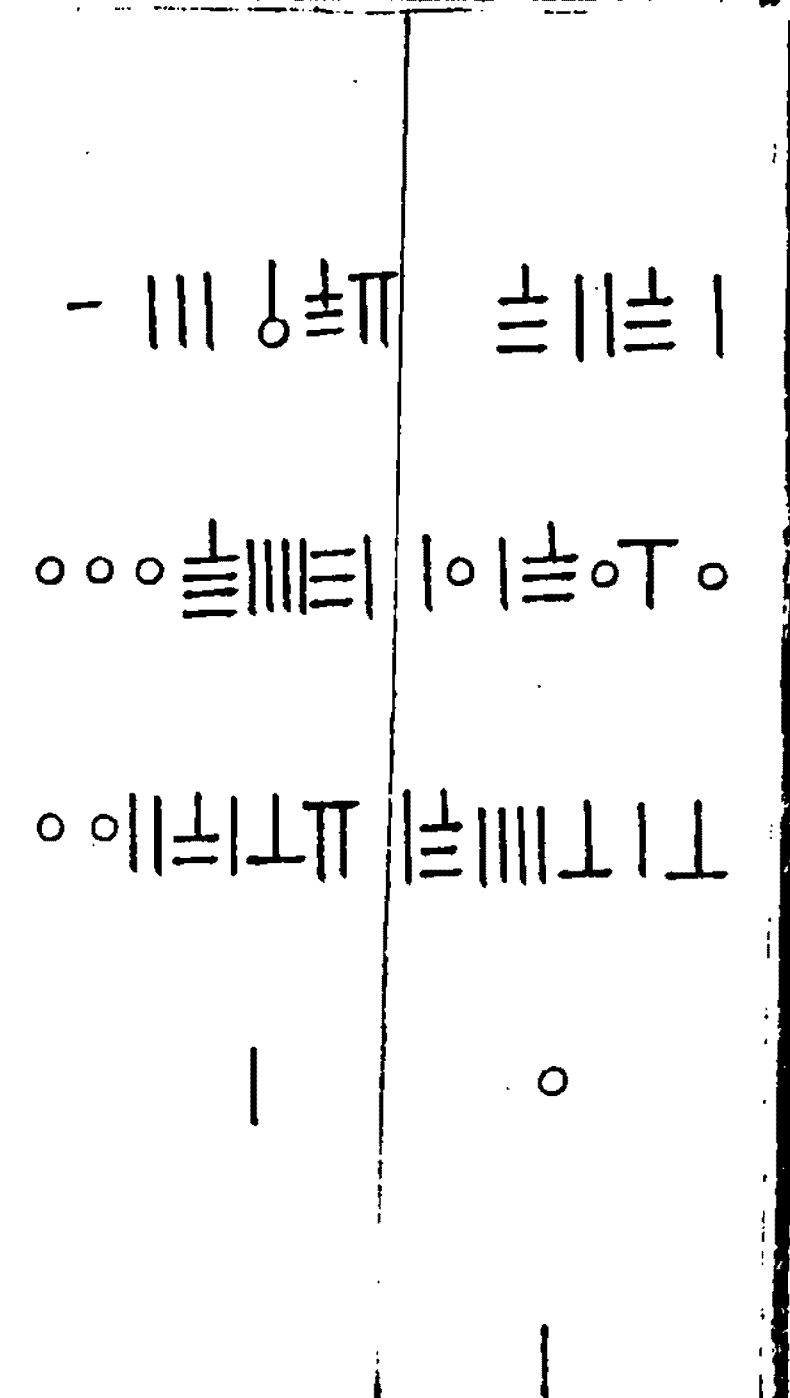
按各節氣影長皆當時實測所定本不待求今所設求法乃故為湮滯使人不可解也細查其數看以象限加十一度餘為法以除影差得數

自乘為節率四每節下又有乘率以乘率節率相乘與夏至影冪相加即為本節影冪是知節率乃强取之數蓋以此數先除各節影冪與夏至影冪之較名為乘率故以此與節率相乘加夏至影冪即各節影冪也數家設術誤入往往如此

又以大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分得一百一寸八千六十分於頭位



仍以夏至冪八十二寸八千一百分加頭位一百一寸八千六十分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑冪以為實以一寸為隅開平方得一尺三寸五分八十七秒為大暑不盡棄之



又置立秋乘率二百八十九乘節率九千三百四十分得二百六十九寸九千二百六十分於上



仍置夏至冪八十一寸八千一百分加於上二百六十九寸九千二百六十分得三百五十二寸七千三百六十八爲立秋冪

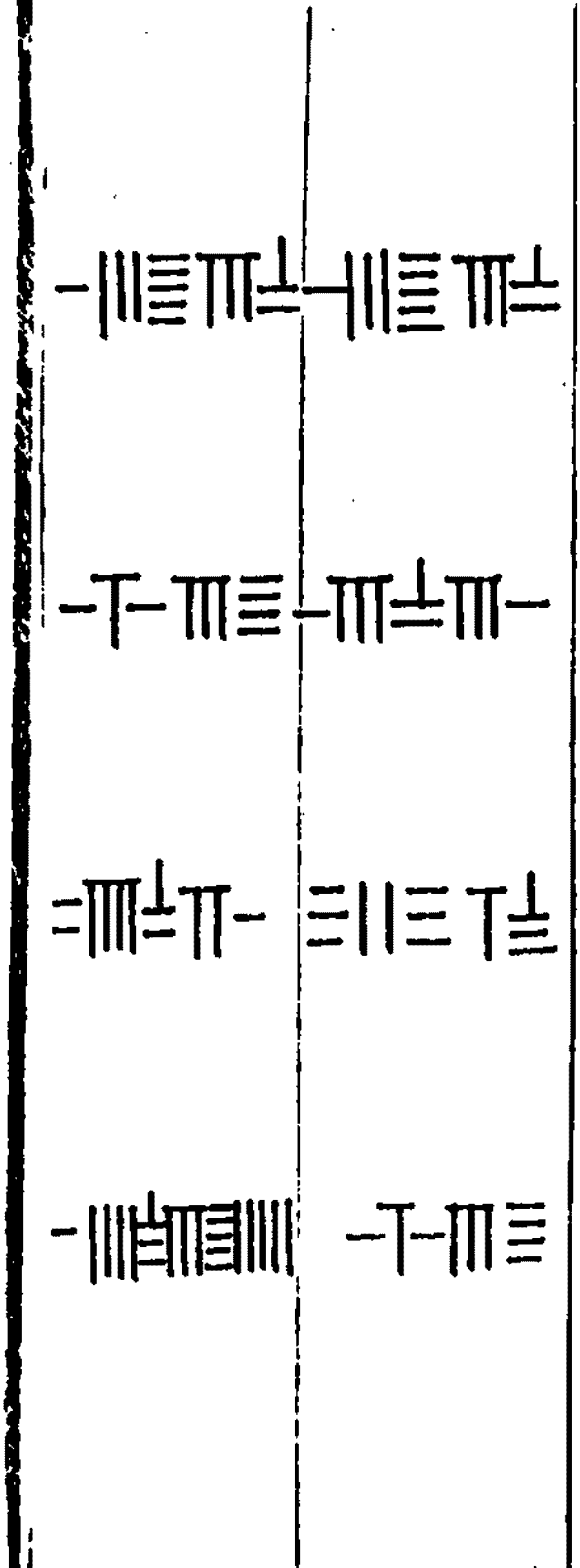


置立秋冪為實以一寸為隅開平方得一尺八寸七分八十一秒為立秋景不盡棄之

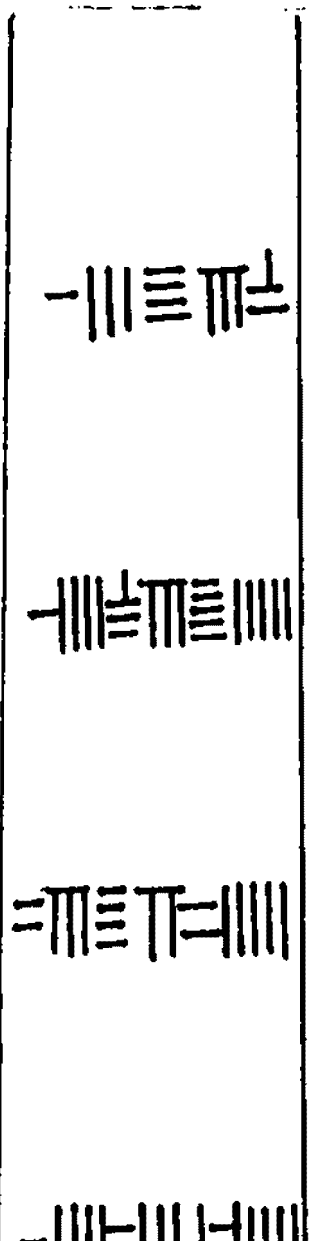


乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃置大暑一尺三寸五分八十七秒併立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六

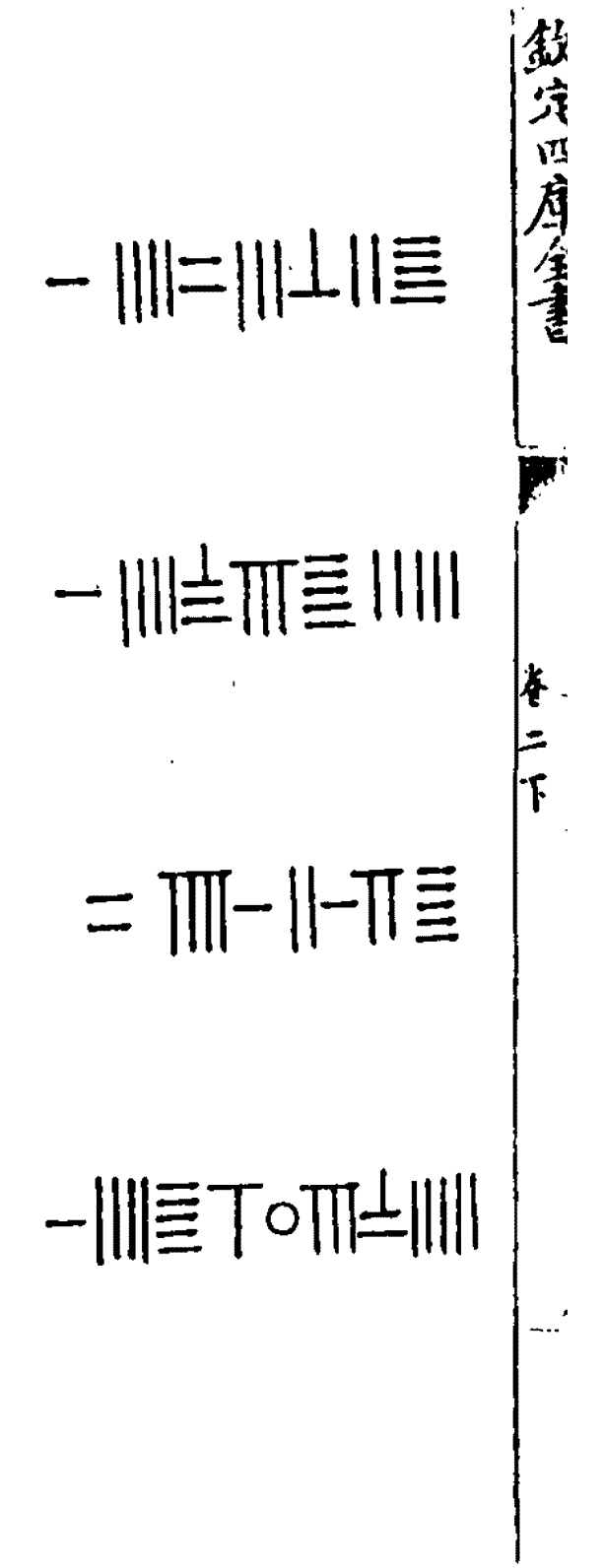
十八杪以半之得一尺六寸一分八十四杪為大暑後九日景　又以九日景併大暑景得二尺九寸七分七千一杪以半之得一尺四寸八分八十五杪半為大暑後五日景



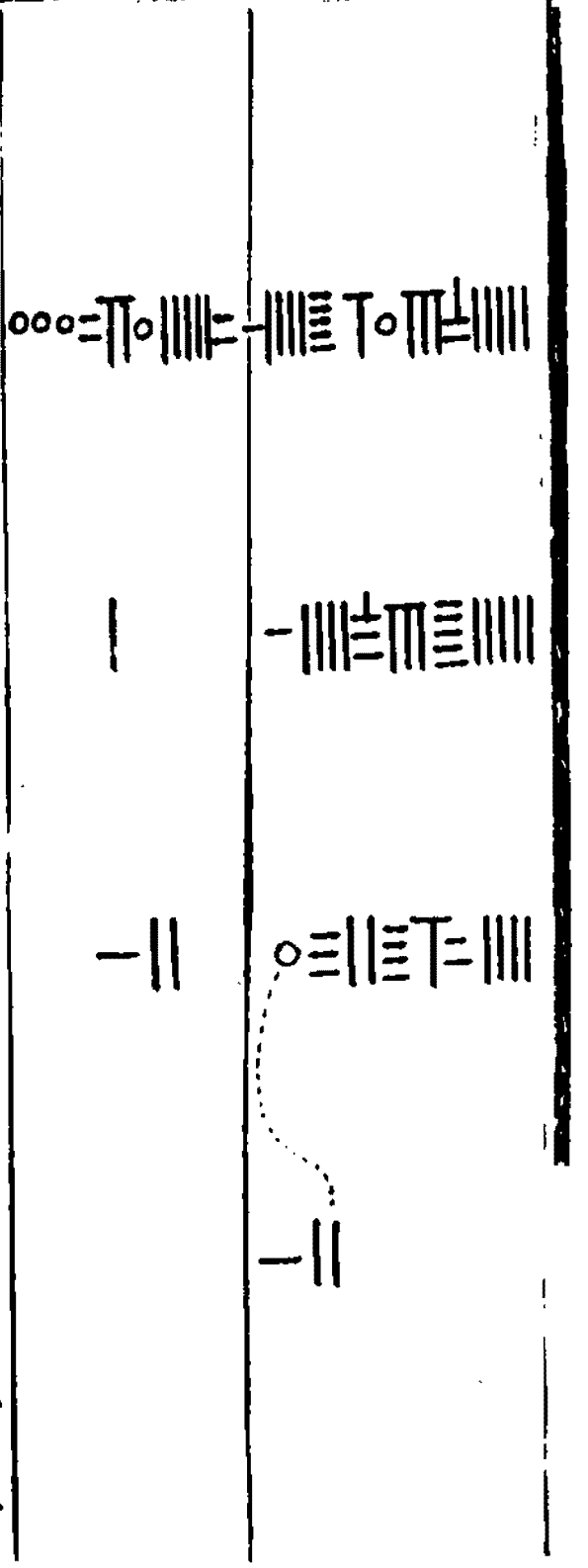
乃以大暑景得五日景得二尺八寸四分七十二杪半以半之得一尺四寸二分三十六杪少為大暑後三日景



又以五日景得三日景得二尺九寸一分二十一杪大以半之得一尺四寸五分六十杪八十七小分五十小杪為大暑後四日景

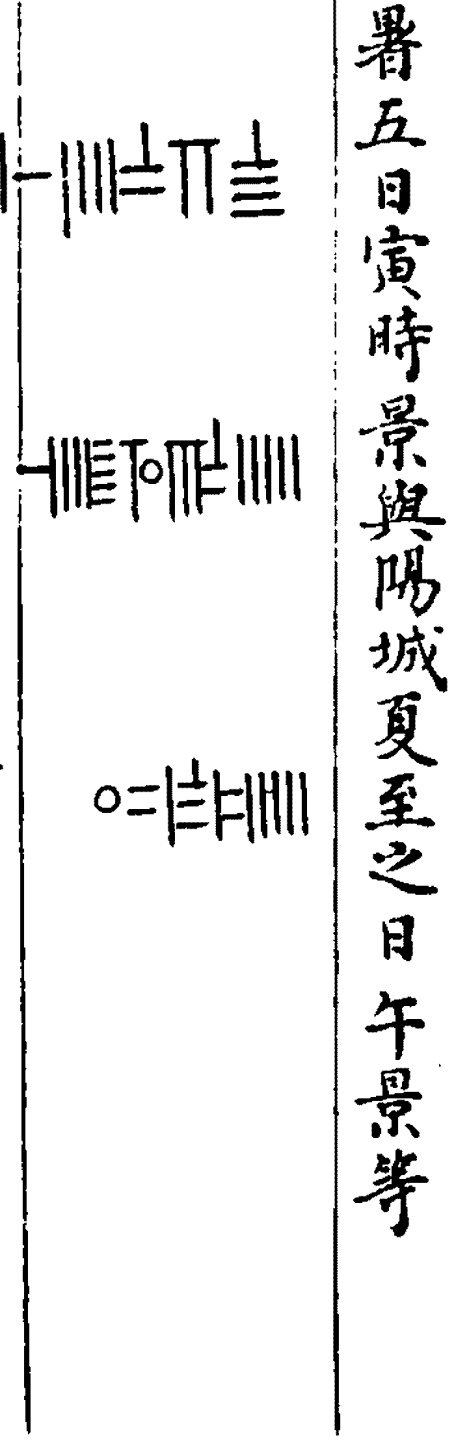


今驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒為入臨安府大暑後四日景一尺四寸五分六十秒太強乃以四日減五日景餘三分二十四秒太弱為景差以十二時除之得二十七秒五小分二十小秒為法



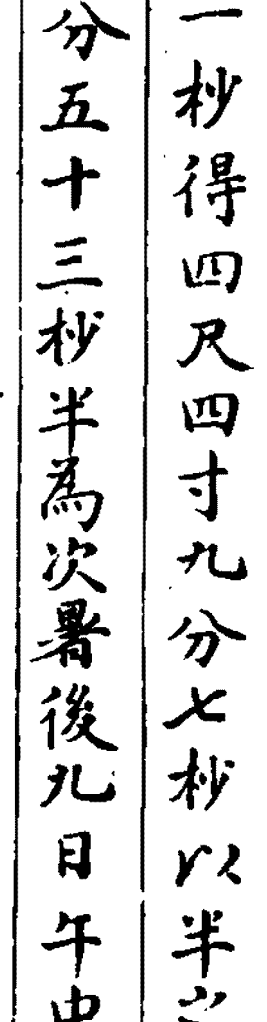
乃置陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒減臨安
大暑後四日景一尺四寸五分六十秒八十七小分
五十小秒餘二分一十八秒一十二小分五十小秒
為實後以法二十七秒五小分二十小秒除之實如

法而一得商數八有餘命大暑四日午後數八辰得大暑五日寅時景與陽城夏至之日午景等



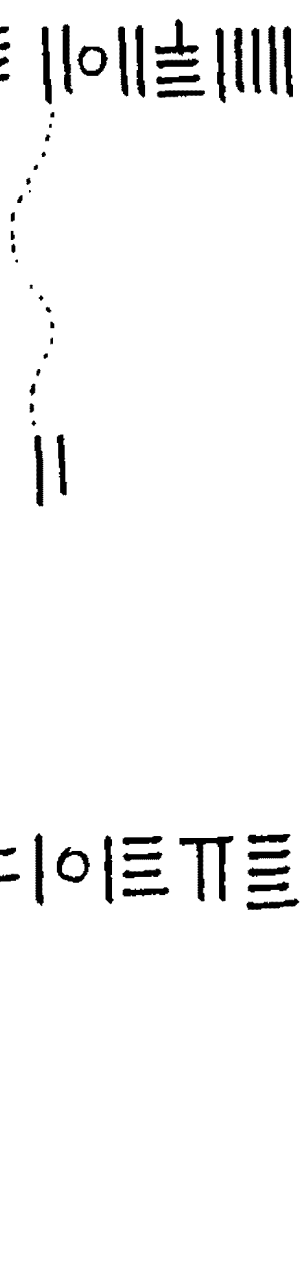
求較以大衍歷晷景所差乃置陽城大暑景長一尺

九寸五分七十六杪併陽城立秋景二尺五寸三分三十一杪得四尺四寸九分七杪以半之得二尺二寸四分五十三杪半為次暑後九日午中景



置九日景復併大暑景一尺九寸五分七十六杪得四尺二寸二十九杪半以半之得二尺一寸一十四

杪太為大暑後五日景



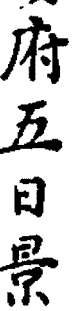
今驗開禧歷所推臨安府大暑後五日午中景一尺四寸八分八十五杪半與陽城大暑後五日午中景

尺一寸一十四杪太課之



乃以臨安府五日景減陽城五日景差六寸一分二

十九杪少



按此法不過以臨安前後兩節氣影長比例一影

長之日數時刻復以所得節氣日數時刻比例一陽城影長與之相較耳題內引大行崇天開禧諸法名目又稱其較同異差數皆故為張皇之語且影差逐日不同皆以平求之法亦未密也

草曰置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五抄以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十五抄以為景差以為實置象度九十一度三十一分四

十四秒加一十一度二十五分二十七秒半命度為寸得一百二寸五千六百七十一分半為法除實得空寸九千六百六十四分四十秒以自乘之得空寸九千三百四十分為節率先以小暑乘率二十五乘之得二十三寸三千五百分於上次以臨安夏至景九寸一分自乘得八十二寸八千一百分為夏至景冪以加上得一百六寸一千六百分為小暑景冪開平方以一寸為隅開之得一尺三分為小暑景又以

大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分得一百一寸八千六十分於上仍加夏至冪八十二寸八千一百分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑冪以為實一寸寸為隅開平方得一尺三寸五分八十七秒為大暑景又置立秋乘率二百八十九乘節率九千三百四十分得二百六十九寸九千二百六十分於上仍加夏至冪八十二寸八千一百分共得三百五十二寸七千三百六十為立秋冪以為實以

一寸爲隅開平方得一尺八寸七分八十一秒爲立秋景乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃併大暑立秋二景半之得一尺六寸一分八十四秒爲大暑後九日景又併大暑景半之得一尺四寸八分八十五秒半爲大暑後五日午中景又併大暑景得數半之得一尺四寸二分三十六秒少爲大暑後三日景又併五日景一尺四寸八分八十五秒半得數半之得一尺四寸五分六十秒

强爲大暑後四日景驗得陽城夏至景入臨安大暑後四日乃以四日景減五日景餘三分二十四秒太弱爲差以十二時除之得二十七秒五小分二十小秒爲法復除陽城景與本日景差二分一十八秒一十二小分五十小秒得八命外爲在初五日寅時景等求較以大衍歷晷景所差乃置陽城大暑景長一尺九寸五分七十六杪併陽城立秋景二尺五寸三分三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺

二寸四分五十三杪半為大暑後九日午中景復併
暑景一尺九寸五分七十六杪得四尺二寸二十九
杪半以半之得二尺一寸一十四杪太為大暑後五
日暑以較今開禧歷當日景一尺四寸八分八十五
杪半差少六寸一分二十九杪少合問

接集中皆術在前草次之圖在後此條之例不
同

天池測雨

問今州郡多有天池盆以測雨水但知以盆中之水為得雨之數不知器形不同則受雨多少亦異未可以所測便為平地得雨之數假令盆口徑二尺八寸底徑一尺二寸深一尺八寸接雨水深九寸欲求平地雨降幾何

答曰平地雨降三寸

術曰盆深乘底徑為底率二徑差乘水深併底率為面率以盆深為法除面率得面徑以二率相乘又各

自乘三位併之乘水深為實盈深乘口徑以自之又三因為法除之得平地水深

草曰以盈深及徑皆通為寸盈深得一十八寸底徑得一十二寸相乘得二百一十六寸為底率置口徑二十八寸減底徑一十二寸餘一十六寸為差以乘水深九寸得一百四十四寸併底率二百一十六寸得三百六十寸為面率以盈深一十八寸為法除面率得二十寸展為二尺為水面徑以底率二百一十

六寸乘面率三百六十寸得七萬七千七百六十寸於上以底率二百一十六寸自乘得四萬六千六百五十六寸加上又以面率三百六十寸自乘得一十二萬九千六百併上共得二十五萬四千一十六以乘水深九寸得二百二十八萬六千一百四十四寸為實以盆深一十八寸乘口徑二十八寸得五百四寸自乘得二十五萬四千一十六寸又三因得七十六萬二千四十八寸為法除實得三寸為平地雨深

合問

竹器驗雪

問以圓竹籮驗雪籮口徑一尺六寸深一尺七寸底徑一尺二寸雪降其中高一尺籮體通風受雪多則平地少欲知平地雪高幾何

按籮體通風一語與算術不相涉或籮口所降之雪歸於籮底與前天池測雨題相同然依上步算平地雪深只七寸餘今其數又不合殆故

爲是語以誤人也

答曰平地雪厚九寸三千四百二十九分之乂百六十四

術曰口徑減底徑餘乘雪深半之自乘爲隅以羅深冪乘雪深冪併隅又乘雪深冪爲實隅實可約約之開連枝三乘方得平地雪厚

草曰列問數各通爲寸置口徑一十六寸減底徑一十二寸餘四寸乘雪深一十寸得四十寸以半之得

二十寸自乘得四百寸為隅以籬深一十七寸自乘得二百八十九寸為籬深冪次置雪深一十寸自乘得一百寸為雪深冪以乘籬深冪數加隅又乘深冪得二百九十三萬寸為實隅實求等得四百俱約之得七千三百二十五為實得一為隅開三乘方步法不可超乃約實置商九寸與隅一相生得九為下廉又與商相生八十一寸為上廉又與商相生得七百二十九為從方乃命上商除實不盡七百六十四已

而復以商生隅入二廉至方陸續又生畢以方廉隅共併之得三千四百三十九分寸之七百六十四為平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十四合問

按此法之意不可見然以數考之非通法也設原題雪深為一寸以口徑底徑較四寸乘雪深一寸仍得四寸半之得二寸自之得四寸為隅以羅深一十七寸自之得二百八十九寸為羅

深冪雪深一寸自之仍得一寸為雪深冪二深冪相乘仍得二百八十九寸併隅得二百九十三寸再以雪深冪乘之仍得二百九十三寸為實隅實相約得七十四寸二十五百分為實一為隅開三乘方得二寸又六千四百分寸之五

千七百二十五是平地雪反深於籬內矣

列問數各通為十口徑得一十六寸深一十七寸底徑一十二寸籬中雪高一十寸

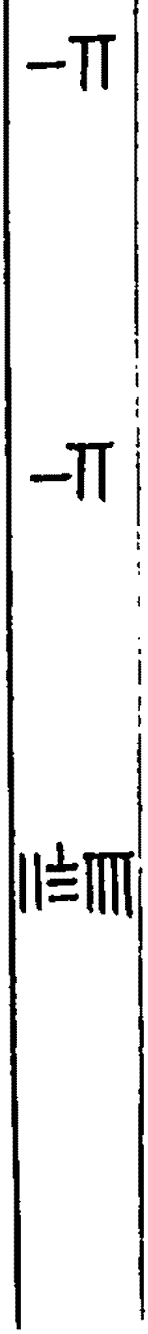
乃以底徑減口徑餘四寸乘雪深一十寸得四十寸



以中得數二十寸自乘得四百寸為隅



以羅深一十七寸自乘得二百八十九寸為羅深冪



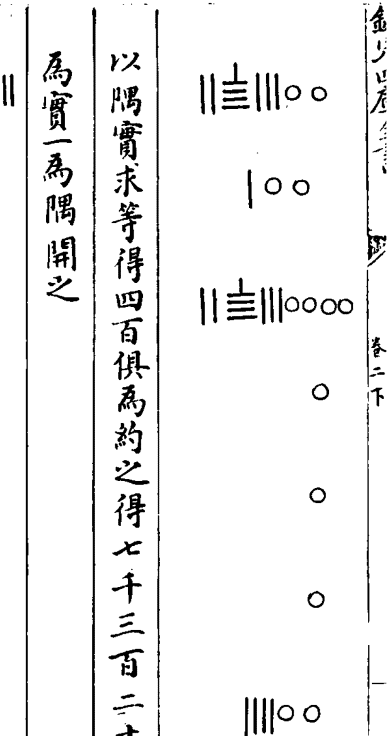
次置雪深一十寸自乘得一百寸為雪深冪



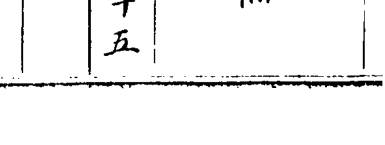
以雪深冪一百寸乘籬深冪二百八十九寸得二萬八千九百寸併隅四百寸得二萬九千三百寸為上



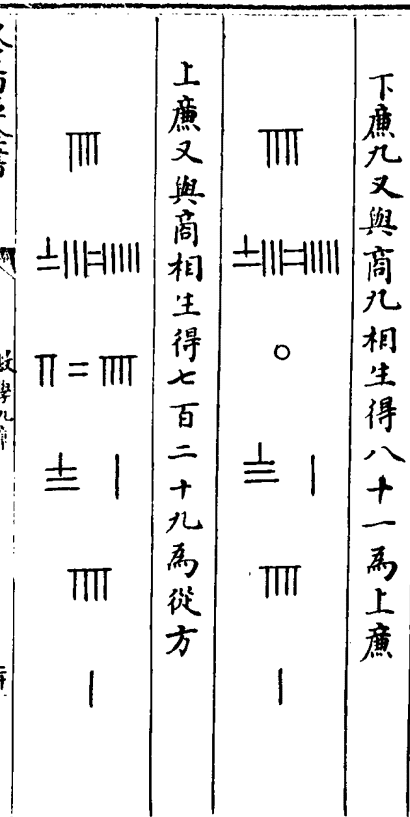
置頭位數二萬九千三百寸又乘雪深冪一百寸得二百九十三萬寸為實開三乘方



以隅實求等得四百俱為約之得七千三百二十五為實一為隅開之



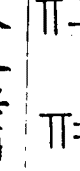
步法不可超乃約實置商九寸與隅相生得九為下廉



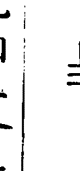
下廉九又與商九相生得八十一爲上廉

上廉又與商相生得七百二十九爲從方

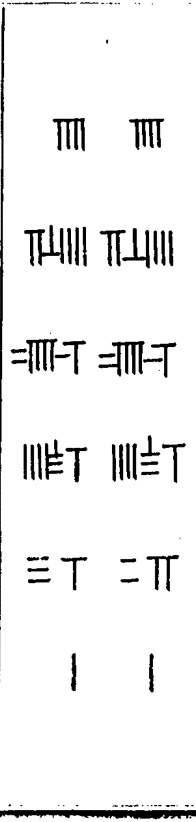
乃以從方七百二十九命上商九除實七千三百二十五訖實餘七百六十四既而後以商生隅入下廉



下廉得一十八又與商九相生入上廉



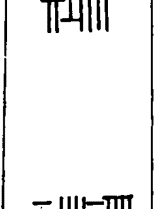
上廉得二百四十三又與商相生入方得二千九百



又以商九生隅一入下廉一十八內得二十七

又以商九生下廉二十七入上廉二百四十三內得四百八十六又以商生隅入下廉二十七內得三十

六為求圖乃以未圖方廉隅四者併之得三千四百三十九為母以實餘七百六十四為子



命為平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十四合問

圓罌測雨

問以圓罌接雨口徑一尺五寸腹徑二尺四寸底徑八

寸深一尺六寸並裏明接得雨水深一尺二寸圓法用容率問平地雨水深幾何

按此題問平地雨深無圓圖法容率句贅若求罌中雨積數則當加此語

答曰平地雨深一尺八寸七萬四千八十八分寸之六萬四千四百八十三

按答數誤改正見後

術曰底徑與腹徑相乘又各自乘併之乘半罌深以

一十一乘之為下率以四十二為下法除得下積以半罌深併兩深減元罌深餘為上深以口徑減腹徑餘乘上深為次以半罌深乘口徑加次為面率以半深除面率得水面徑以半深乘腹徑為腹率置面率與腹率相乘又各自乘併之以一十一乘之為上率以半深自乘為冪以乘下法為上法上法除上率得上積半深冪乘下率併上率為總實口徑冪乘上法為總法除實得平地兩高

草曰置底徑八寸與腹徑二十四寸相乘得一百九十二寸於上又底徑八寸自乘得六十四寸加上又腹徑二十四寸自乘得五百七十六寸併上共得八百三十二寸以乘半罌深八寸得六千六百五十六寸又以一十一乘之得七萬三千二百一十六寸為下率按此下法不合皆為題中圖法句所誤置容率法一十四以所併三因之得四十二為下法以半深八寸併兩深一十二寸得二十寸以減元深一十六寸餘四寸為上深

以口徑一十寸五分減腹徑二十四寸餘一十三寸五分以乘上深四寸得五十四寸為次以半器深八寸乘口徑一十寸五分得八十四寸加次共得一百三十八寸為面率以半深八寸乘腹徑二十四寸得一百九十二寸為腹率置面率一百三十八寸與腹率一百九十二寸相乘得二萬六千四百九十六寸於上又以面率一百三十八寸自乘得一萬九十四十四加上又以腹率一百九十二寸自乘得三萬六

千八百六十四併上共得八萬二千四百四寸按此條內落以上高四寸乘之一層以一十一乘之得九十萬六千四百四十四寸為上率以半深八寸自乘得六十四寸為半深冪以乘下法四十二得二千六百八十八為上法以半深冪六十四寸乘下率七萬三千二百一十六寸得四百六十八萬五千八百二十四寸併上率九十萬六千四百四十四共得五百五十九萬二千二百六十八寸為總實以口徑一十寸五分自乘得一

百一十寸二分五厘以乘上法二千六百八十八寸得二十九萬六千三百五十二寸為總法除實得一尺八寸不盡二十五萬七千九百三十二與法求等得四俱約之為一尺八寸七萬四千八十八分寸之六萬四千四百八十三為平地雨深合問

按此法有二誤法實宜當用圓冪或皆用方冪今以圓冪率乘實方冪率乘法法實不同類一誤也罌內雨自腹徑截之為雨圓臺體下高八

寸上高四寸於下體併三冪以高乘之於上體只併三冪未以高乘之二誤也有此二誤故得平地雨深少三十五分之十七今依本法改正於後

法以腹徑底徑相乘又各自乘併三積以半罌深八寸乘之得六千六百五十六寸為三倍方罌內腹下兩積又以口徑腹徑相減餘一十三寸五分以雨深減罌深餘四寸相乘以半罌深除之得六

寸七分五厘與口徑相加得一十七寸二分五厘為兩面徑與腹徑相乘又各自乘併三積以兩上深四寸乘之得五千一百五十寸二五為方罌內三倍腹上兩積併二兩積得一萬一千八百零六寸二五為方罌內三倍共兩積為實口徑自乘三因得三百三十寸七五為法除實得三尺五寸又一千三百二十三分寸之九百二十為平地兩深若不先用除則以口徑腹徑較與罌深兩深較相

乘之五十四寸為兩面徑口徑較加一半罌乘之數應以半罌除之得兩徑較今不除即如兩徑較以半罌乘之即為兩面徑口徑較此數既加一半罌乘則諸數皆以半罌乘之得口徑八十四寸腹徑一百九十二寸以口徑與兩面徑口徑較相加得兩面徑一百三十八寸與腹徑相乘又各自乘併三冪以腹上兩深四寸乘之得三十二萬九千六百一十六寸為三倍上兩積又以半罌深冪乘前三倍下兩積得四十二萬

五千九百八十四寸為三倍下雨積併二積得七
十五萬五千六百寸為三倍共雨積為實以半墨
深冪乘三因口徑冪得二萬一千一百六十八寸
為法除之得數亦同

峻積驗雪

問驗雪占牆高一丈二尺倚木去牆五尺梢與牆齊
木身積雪厚四寸峻積薄平積厚欲知平地雪厚幾

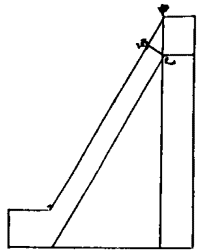
何

答曰平地雪厚一尺四分

術曰以少廣求之連枝入之以去址自乘為隅以墻高自乘併隅於上以雪厚自之乘上為實（可約者約而開之）開連枝平方得地雪厚

草曰以問數皆通為寸置去址五十寸自乘得二千五百為隅以墻高一百二十寸自乘得一萬四千四百寸併隅得一萬六千九百寸於上以雪厚四寸自之得一十六乘上得二十七萬四百寸為實開連枝

平方今隅實可求等得一百俱約之得二千七百四
為實得二十五為隅開平方得一十寸四分展為一
尺四分為平地雪厚合問
按此術理法皆確然實用勾股不曰勾股而曰
少廣曰連枝者猶有所閉匿而不肯盡發也試
以圖明之甲乙為牆上雪厚即平地雪厚乙丙
為木上雪厚甲乙丙勾股形與木倚牆所成勾
股形同式牆高為大股木為大弦木去址為大



勾甲乙為小弦甲丙為小股乙丙為小勾以牆高大股自乘木去址大勾自乘併之為大弦冪為實以木上雪厚乙丙小勾冪乘之以木去址大勾冪除之得甲乙小弦冪開平方即為平地雪厚也

數學九章卷二下

四庫全書

子部

數學九章卷三上　宋　張九韶　撰

田域

按此卷以方圓斜直冪積相求即方田少廣勾股諸法而術中累乘累除錯綜變換與常法迥然其本則出於立天元一法今擇其難解者以立天元一法明之皆不攻自破矣

古池推元

問有方中古圓池堙圮北餘一角從外方隅斜至內圓邊七尺六寸欲就古跡修之欲求圓方方斜各幾何

荅曰池圓徑三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二

方面三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二　方斜五丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二

術曰以少廣求之按胎術（按即益積之名）入之斜自乘倍之

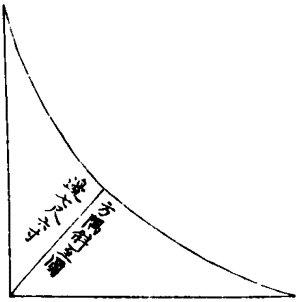
為實倍斜為益方以半寸為從隅開按胎平方得徑

又為方面以隅併之共為方斜

草曰以斜七十六寸自乘得五千七百七十六倍之得一萬一千五百五十二寸為實倍斜七十六寸得一百五十二為益方按有長方積先求長與長濶較名益方以半寸為從隅開平方置實一萬一千五百五十二於上益方一百五十二於中從隅五分於下於下起步約得百

古池圖

乃於實上商置三百寸方



再進為一萬五千二百（按再進者以百乘之也）隅五進為五千（按隅五分以百再乘得五千）以商隅相生得一萬五千為正方以消益方一萬五千二百其益方餘二百以與商相生得六百投入實得一萬二千一百五十二入商隅相

生又得正方一萬五千內消負方二百訖餘一萬四千八百為從方按倍正方減益方之數一退為一千四百八十以隅再退為五十乃于上商之次續商置六十寸與隅相生增入正方得一千七百八十乃命續商除實訖實餘一千四百七十四次以商生隅增入正方為二千八十方一退為二百八隅再退為五分乃於續商之次又商置六寸與隅相生增入正方為二百一十一乃命商除實訖實不盡二百六寸不開為分子

乃以商生隅增入正方又併隅共得二百一十四寸五分為分母以分母分子求等得五分為等數皆以五分約其分母分子之數為四百二十九分寸之四百一千二通命之得池圓徑及方面皆三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二又倍隅斜七尺六十得一丈五尺二寸併徑三丈六尺六寸共得五丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二為方斜

按此術以立天元一法明之法立天元一為池徑即方邊自之得一平方為方冪倍之得二平方為斜冪寄左次倍斜至步加天元一得一百五十二寸多一元為方斜自之得二萬三千一百零四寸多三百零四元多一平方亦為斜冪與左相消兩邊各減一平方得二萬三千一百零四寸多三百零四元與一平方等寸數為實元數為較或兩邊各半之得一萬一千五百五

十二寸多一百五十二元多半平方與一平方等寸數為實元數半方數共為較術中所用益次數也然不如前數之便至開方法即有長方積有長濶較帶縱先求長之法也

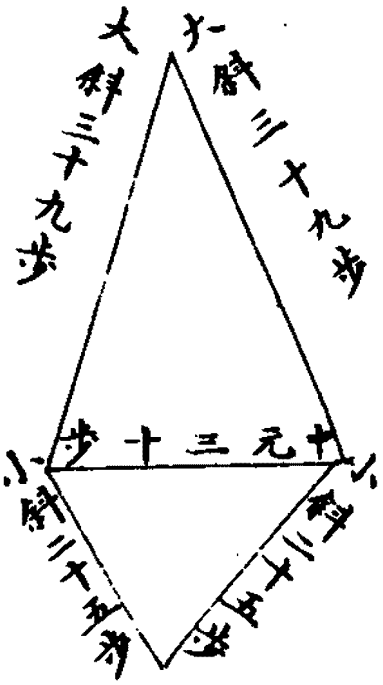
尖田求積

問有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

答曰積八百四十步

術曰以少廣求之翻法入之置半廣自乘為半冪與小斜冪相減相乘為小率以半冪與大斜冪相減相乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為從上廉以一為益隅開翻法三乘方得積一位開盡者不用翻法

尖田圖



草曰置廣三十步以半之得一十五自乘得二百二十五為半冪以小斜二十五步自乘得六百二十五為小斜冪與半冪相減餘四百與半冪二百二十五相乘得九萬步為小率置大斜三十九步自乘得一千五百二十一為大斜冪與半冪二百二十五相減餘一千二百九十六與半冪二百二十五相乘得二十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二十萬一千六百自乘得四百六億四千二百五十六

萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為從上廉按從上廉平方和數也以一為益隅開玲瓏翻法三乘方步法乃以從廉超一位益隅超三位約商得十今再超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百萬其益隅為一億約實置商八百為定商以商生益隅得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上

康餘十二億三千二百萬又與商相生得九十八億五千六百萬為從方又與商相生得七百八十八億四千八百萬為正積與元實四百六億四千二百五十六萬相消正積餘三百八十二億五百四十四萬為正實又以益隅一億與商相生得八億增入益下康為一十六億又以益下康與商相生得一百二十八億為益上康乃以益上康與從上康一十二億三千二百萬相消餘一百一十五億六千八百萬為益

上廉又與商相生得九百二十五億四千四百萬為益方與從方九十八億五千六百萬相消益餘八百二十六億八千八百萬為益方又以商生益隅一億得八億增入益下廉得二十四億又以商相生得一百九十二億入益上廉得三百七億六千八百萬為益上廉又以商生益隅一億得八億入益下廉得三十二億畢其益方一退為八十二億六千八百八十萬益上廉再退得三億七百六十八萬益十廉三退

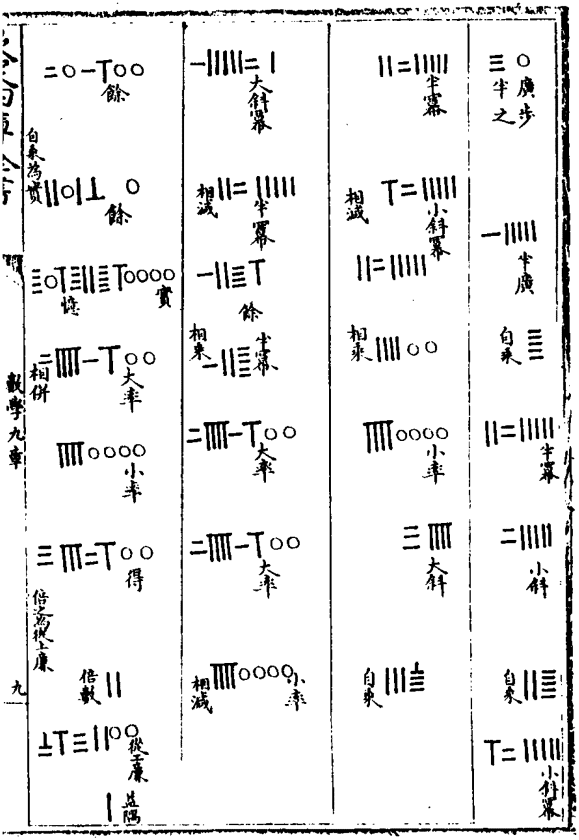
得三百二十萬益隅四退為一萬畢乃約正實續置四十步與益隅一萬相生得四萬入益下廉為三百二十四萬又與商相生得一千二百九十六萬入益上廉內為三億二千六十四萬又與商相生得一十二億八千二百五十六萬入從方內為九十五億五千一百三十六萬乃命上續商四十除實適盡所得八百四十步為田積今列求率開方圖於後

按此術以立天元一法明之法立天元一為尖

積即大小兩三角積和自之得一平方為和自乘以半廣冪減大斜冪與餘積相乘得二十九萬一千六百步為大三角積自乘以坐廣冪減小斜冪與餘數相乘得九萬步為小三角積自乘二自乘數併而倍之內減去和自乘得七十六萬三千二百步少一平方為較自乘與和自乘再相乘得七十六萬三千二百平方少一三乘方寄左次以大小兩三角積相減餘二十萬零一千六百步為和

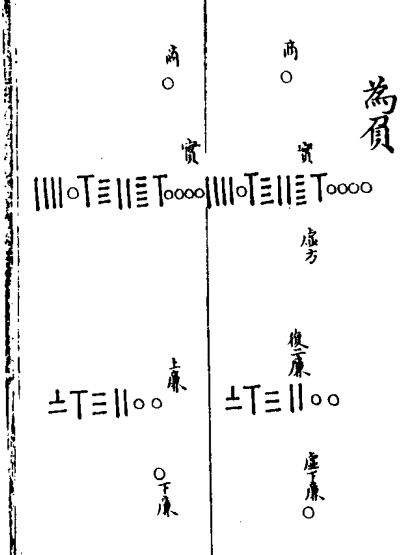
較相乘數自之得四百零六億四千二百五十六萬步與左相等則後步數為實前平方數為從上廉三乘方數即益隅與草中所取之數悉合

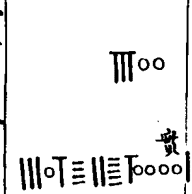
又按此苦以小率九萬步開平方得三百步即小三角積以大率二十九萬一千六百步開平方得五百四十步即大三角積併之得八百四十步即尖積其法甚易然必如此費算者殆欲用立天元一法不求分積即得所問之總積也


○廣步
三半之
半廣
自乘
半冪
小斜冪
相減
自乘
相乘
小率
大斜
自乘
小斜冪
大斜冪
半冪
餘
相減
半冪
餘
相乘
大率
小率
大率
小率
相減
餘
自乘為實
實
相併
大率
小率
得
倍之為從上廉
倍數
從上廉
益隅
九

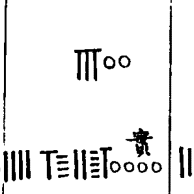
正負開三乘方圖

術曰商常為正　實常為負　從常為正　益常為負

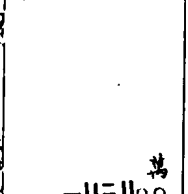




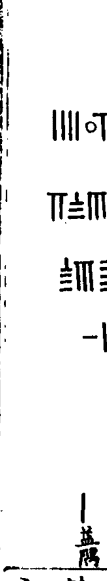
上商八百為定以商生隅入益下廉



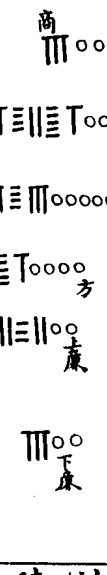
以商生下廉消從上廉



以商生上廉入方



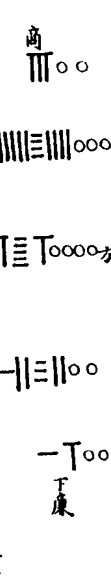
以商生方得正積乃與實相減



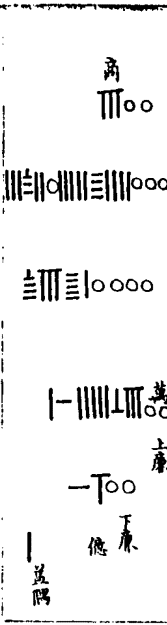
以負實消正積其積乃有餘為正實謂之換骨



以商生隅入下廉一變

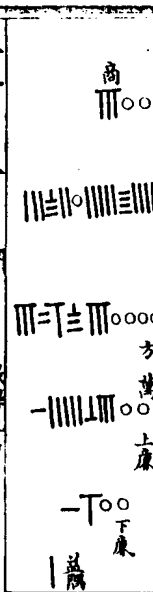


以商生下廉入上廉內相消

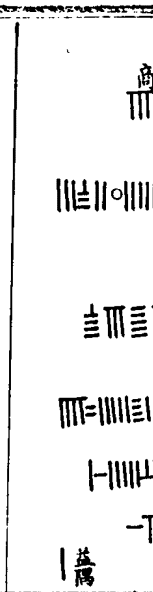


以正負上廉相消

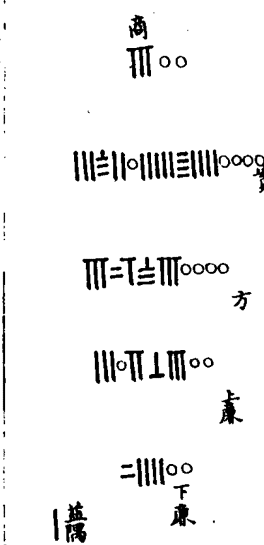
以商生上廉入方內相消



以商生隅入下廉二變

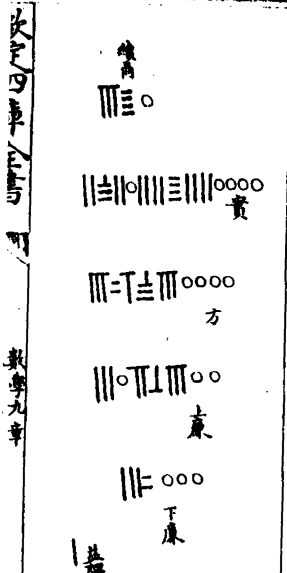


以正負方相消



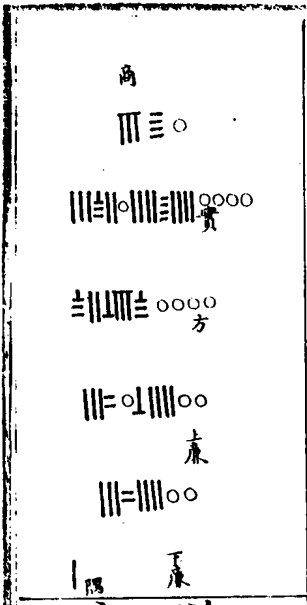
以商生下廉入上廉

以商生隅入下廉三變



方一退上廉二
退下廉三退隅
四退商續置
四變止

以方約實績
商置四十生
隅入下廉內



以商生下廉入上廉內

以商生上廉入方內

商 三〇

實

方

上廉

下廉

隅

以續商四十命方法除實適盡

商 三〇

實

方

上廉

下廉

隅

所得商數八百四十步是為田積

已上係開三乘方翻法圖後篇效此

三斜求積

問沙田一段有三斜其小斜一十三里中斜一十四里大斜一十五里里法三百步欲知為田幾何

答曰田積三百一十五頃

術曰以少廣求之以小斜冪併大斜冪減中斜冪餘半之自乘于上以小斜冪乘大斜冪減上餘四約之為實一為從隅開平方得積



草曰以斜一十三里自乘得一百六十九里為小斜冪以大斜一十五里自乘得二百二十五里為大斜冪併小斜冪得三百九十四里於上以中斜一十四里自乘得一百九十六里為中斜冪減上餘一百九十八里以半之得九十九里自乘得九千八百一里

於上以小斜冪一百六十九乘大斜冪二百二十五得三萬八千二十五減上餘二萬八千二百二十四以四約之得七千五十六里為實以為一隅開平方以隅超步為一百乃於實上商置八十以商生隅得八百為從方乃命上商除實餘六百五十六又以商生隅入方得數退一位為一百六十隅退二位為一乃於實上續商四里生隅入從方內得一百六十四乃命續商除實適盡所得八十四里為田積其形長

八十四廣一里以里法三百步自乘得九萬步乘八十四里得七百五十六萬步以畝法二百四十除之得三萬一千五百畝又以頃法一百畝約之得三百一十五頃

按此術以立天元一法明之法立天元一為三角積倍之得二元自之得四平方為中長冪乘底冪以大斜為底寄之又以小斜冪與大斜冪相加內減中斜冪得一百九十八里半之得九

十九里為小分底與底相乘長冪自之得九千八百零一里為小分底冪乘底冪之數又以小斜冪大斜冪相乘得三萬八千零二十五里為小分底冪乘底冪中長冪乘底冪各一內減小分底冪乘底冪之數餘二萬八千二百二十四里為中長冪乘底冪之數與寄數等兩邊各以四約之得七千零五十六里與一平方等里數為實方數即從隅也從二題同此

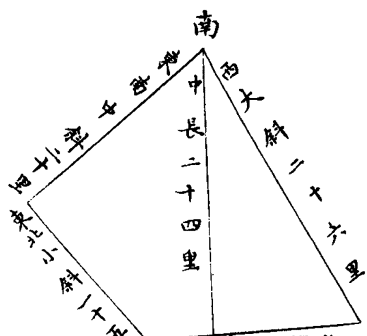
斜蕩求積

問有蕩一所正北濶一十七里自南尖穿徑中長二十四里東南斜二十里東北斜一十五里西斜二十六里欲知畝積幾何

荅曰蕩積一千九百一十一頃六十畝

術曰以少廣求之置中長乘北濶半之為寄以中長冪減西斜冪餘為實以一為隅開平方得數減北濶餘自乘併中長冪共為內率以小斜冪併率減中斜

斜蕩圖



冪餘半之自乘於上以小斜冪乘率減上餘四約之為實以一為隅開平方得數加寄共為蕩積

草曰以中長二十四里乘北濶一十七里得四百八乃半之得二百四里為寄以中長自乘得五百

七十六為長冪以西斜二十六里自乘得六百七十六為大斜冪以減長冪餘一百里為實開平方得一十里以減北濶數一十七里餘七里自乘得四十九里併長冪五百七十六得六百二十五為內率次置東小斜一十五里自乘得二百二十五為小斜冪又置東南中斜二十里自乘得四百為中冪却以小斜冪併率得八百五十以減中冪四百餘四百五十乃半之得二百二十五自乘得五萬六百二十五里于

上又以小斜冪二百二十五乘率六百二十五得一十四萬六百二十五減上餘九萬里以四約得二萬二千五百為實開平方得一百五十併寄二百四里得三百五十四里為泛以里法三百六十自乘得一十二萬九千六百步乘泛得四千五百八十七萬八千四百步以畝法二百四十步約之得一千九百一十一頃六十畝為湯積

計地容民

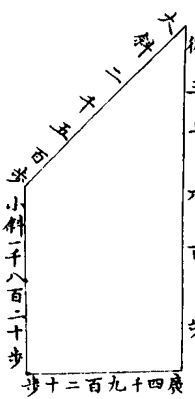
問沙洲一段形如棹刀廣一千九百二十步從三十六百步大斜二千五百步小斜一千八百二十步以安集民每戶給一十五畝欲知地積容民幾何

荅曰池積一百四十九頃九十五畝　容民九百九十九戶　餘地一十畝

術曰以少廣求之置廣乘長半之為寄以廣冪併從冪為中冪（按實大斜冪）以小斜冪併中冪減大斜冪（按實中斜冪）餘半之自乘于上以小斜冪乘中冪減上餘以四

約之為實以一為隅開平方得數加寄共為積以每戶給數除積得容民戶數

沙洲圖



草曰置廣一千九百二十步乘從三千六百步得六百九十一萬二千步乃半之得三百四十五萬六千步為寄以廣自乘得三百六十八萬六千四百步為

廣冪又以從自乘得一千二百九十六萬步為從冪併廣冪得一千六百六十四萬六千四百步為中冪次以小斜一千八百二十步自乘得三百三十一萬二千四百步為小斜冪又以大斜二千五百步自乘得六百二十五萬步為大斜冪却以小斜冪併中冪得一千九百九十五萬八千八百步以大斜冪減之餘一千三百七十萬八千八百步乃半之得六百八十五萬四千四百步自乘得四十六萬九千八百二

十七億九千九百三十六萬步於上次以小斜冪乘中冪得五十五萬一千三百九十五億三千五百三十六萬步減上餘八萬一千五百六十七億三千六百萬為實以四約之得二萬三百九十一億八千四百萬為實以一為隅開平方得一十四萬二千八百步併寄三百四十五萬六千步共得三百五十九萬八千八百步以畝法二百四十步除之得一萬四千九百九十五畝次以頃法一百畝約之為一百四十

九頃九十五畝為地積又為實以每戶所給一十五畝為法除實得九百九十九戶不盡一十畝不及一戶所給數以為餘地一十畝

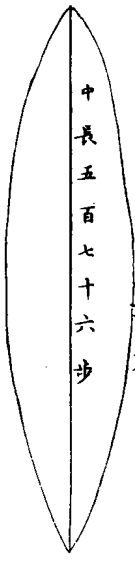
蕉田求積

問蕉葉田一段中長五百七十六步中廣三十四步不知其周求積畝合幾何

答曰田積四十五畝一角（按六十步為一角蓋四分畝之一也）十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三

術曰以長併廣再自乘又十乘之為實半廣半長各自乘所得相減餘為從方一為從隅開平方半之得積

蕉葉田



草曰以長五百七十六步併廣三十四步得六百一十兩度自乘按即自乘再乘得二億二千六百九十八萬一

千步進一位即是以十乘之得二十二億六千九百八十一萬步定得此數以為實置長五百七十六以半之得二百八十八自乘得八萬二千九百四十四於上又置廣三十四步以半之得一十七自乘得二百八十九減上餘八萬二千六百五十五為從方以一為從隅開平方得二萬一千七百四十二步不盡一萬四百二十六步以商生隅入方又併隅箕共得一十二萬六千一百四十為母與不盡及開方田積

數皆半之田積定得一萬八百七十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三以畝法二百四十約之得四十五畝一角一十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三

按此術以長與廣相加自乘再乘又以十乘之為長方積以半長自乘半廣自乘相減為長濶較求得闊折半為田積非法也此題中廣甚小故得數較古法多七百餘較密法少二千七百

餘若設長為七百零七廣為二百九十三亦以此法求之長廣相加自之再之又十乘之得一百億為實半長半廣各自之相減得十萬零三千五百為長闊較求得闊折半得三萬零四百二十六步餘為田積依密法求之實十四萬四千九百餘步所差甚遠其術之不合顯然矣蓋數必三乘而後可以平方求之今再乘之後僅以十進之宜其不可用也

漂田堆積

問三斜田被水衝去一隅而成四不等直田之狀元中斜一十六步如多長水直五步如少濶殘小斜一十三步如弦殘大斜二十步如元中斜之弦横量徑一十二步如殘田之廣又如元中斜之勾亦是水直之股欲求元積殘積水積元大斜元中斜二水斜各幾何

答曰元積一百三十八步一十一分步之八

水積一十二步一十一分步一八按應一十三步一十一分步之七

殘積一百二十六步

元大斜二十九步一十一分步之一

元小斜一十八步一十一分步之一按應一十一分步之十

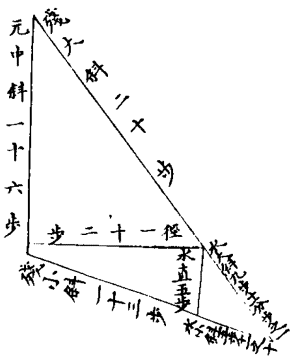
水大斜九步一十一分步之一

水小斜五步一十一分步之一按應一十一分步之一

術曰以少廣求之連枝入之又勾股入之置水直減

中斜餘為法以中斜乘大殘為大斜實以法除實得元大殘以殘大斜減之餘為水大斜以法乘徑又自之為小斜隅以水直冪併徑冪為弦冪又乘徑冪又乘中斜冪為小斜實與隅可約約之閉連枝平方得元小斜以殘小斜減之餘為水小斜以水直乘之為水實倍水小母為法除之得水積按此處法疎以水直併中斜乘徑為實以二為法除之得殘積以殘積併水積共為元積分者通之重有者重通之

漂田圖



草曰以水直五減中斜一十六餘一十一為法以中斜一十六乘大殘二十得三百二十為大斜實以法除之得二十九步一十一分步之一為元大斜內減殘大斜二十步餘九步一十一分步之一為水大斜以法一十一乘徑一

十二按乘徑可省得一百三十二自之得一萬七十四百二十四為小斜隅以水直五自乘得二十五為水直冪以徑一十二自之得一百四十四為徑冪併水直冪得一百六十九為弦冪以乘徑冪按此乘徑冪亦可省蓋以此乘復以此除徒為多算耳一百四十四得二萬四千三百三十六於上又以中斜一十六自乘得二百五十六為中斜冪以乘上得六百二十三萬一十六為小斜實開平方與隅求等得一百四十四俱約之實得四萬三千二

百六十四隅得一百二十一開方不盡以連枝術入之用隅一百二十一乘實四萬三千二百六十四得五百二十三萬四千九百四十四為定實以一為定隅開平方得二千二百八十八為實以約隅一百二十一除之得一十八步不盡一百一十一按一百一十疑與法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之十為元小斜減殘小斜一十三步餘五步一十一分步之一按十說一故下數誤為水小斜通步內子得五十六以

水直五步乘之得二百八十為水實倍水小母一十一得二十二為法除之得一十二步不盡一十六與法俱以二約之為一十二步一十一分步之八（按應一十一分步之七）水積置中斜一十六併水直五得二十一乘徑一十二得二百五十二以半之得一百二十六為幾積以水併積共得一百三十八步一十一分步之八為元積（按應一百三十九步一十一分步之七）

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪琰梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷三下　宋　秦九韶　撰

田域

環田三積

問環田大小圓田共三段環田外周三十步虛徑八步大圓田徑一十步小圓田周三十步欲知三田積及環田周通實徑大圓周小圓徑各幾何

答曰環田積二十步二百三十六萬二十二百五

十六分步之一百二十九萬八千二十五

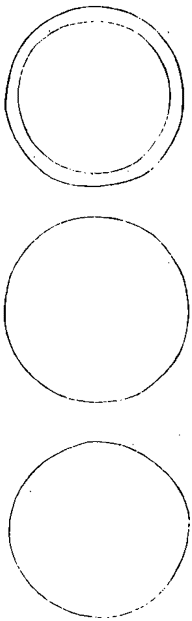
通徑九步一十九分步之九　實徑一步一十九分步之九　內周二十五步一十七分步之五

大圓田積七十九步五十三分步之三　周三十一步二十一分步之十三

小圓田積七十一步二百八十六分步之四　周三十三　徑九步一十九分步之九

衍曰以方田及少廣率變求之各置圓環徑自乘為冪進位為實以一為隅開平方得周各置環圓周自乘為冪退位為實以一為隅開平方得徑以周冪或徑冪乘各實以一十六約之為實以一為隅開平方得圓積置環周冪乘徑實十六約之為大率置虛徑冪乘內周實十六約之為小率以二率相減之餘以自乘為實併二率倍之為從上廉一為益隅開三乘方得環積置環周自乘退位為實一為隅開平方得

通徑以虛徑減通徑餘為實徑其有開不盡者約而命之



草曰置大圓徑一十步自乘得一百為徑冪進位得一千為實以一為隅開平方得三十一步不盡三十

九為分子乃以隅生方又益隅共得六十三為分母以分子與母求等得三俱以三約之母子得二十一分步之一十三為大圓周三十一步二十一分步之一十三次以徑冪一百乘前實一千得一十萬以十六約之得六千二百五十為實以一為隅開平方得七十九步不盡九為分子乃以隅生方又增隅得一百五十九為分母以分子母求等得三俱以三約母子得五十三分步之三為大圓積七十九步五十三

分步之三次置小圓田周三十步自乘得九百為周冪退位得九十為徑實以一為隅開平方得九步不盡九以隅生方又益隅得一十九步之九為小圓徑九步一十九分步之九次以周冪九百乘前實九十得八萬一千以十六約之得五千六十二步五分為實以一為隅開平方得七十一步有不盡數二十一步五分為子以隅生方又益隅得一百四十三為分母以分子母求等得五分俱約之得二百八十六分

步之四十三為積次置環田周三十步自乘得九百為周冪退位得九十為實以一為隅開平方得九步不盡九為分子以隅生方併隅得一十九為分母直命之為環田通徑九步一十九分步之九次以環周冪九百乘環實九十得八萬一千以十六約之得五千六十二步五分為大率次置環田虛徑八步自乘得六十四為虛冪進位得六百四十為實以一為隅開平方得二十五步不盡一十五為分子以隅生方

又併隅得五十一為分母與子求等得三俱約之得一十七分步之五為環田內周二十五步一十七分步之五次以虛冪六十四乘周實六百四十得四萬九百六十以十六約之得二千五百六十為小率以小率減大率餘二千五百二步五分自乘得六百二十六萬二千五百六步二分五釐為實以大小二率併之得七千六百二十二步五分倍之得一萬五千二百四十五為從上廉以一為益隅開玲瓏三乘方

得二十步不盡三十二萬四千五百六步二分五釐為分子續商無數乃以益隅一益下廉八十併之得八十一為減母次以從上廉一萬二千八百四十五併從方五十七萬七千八百得五十九萬六百四十五以母八十一減之餘五十九萬五百六十四為分母以分子求等得二分五釐俱約之得二百三十六萬二千二百五十六分步之一百二十九萬八千二十五為環田積二十步二百三十六萬二千二百五

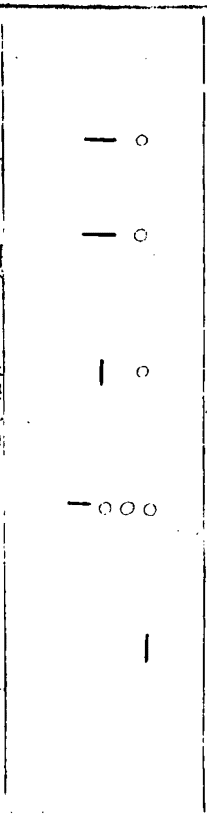
十六分步之一百二十九萬八千二十五次置環田通徑九步一十九分步之九以虛徑八步減之餘一步一十九分步之九為環田實徑合問

按周徑相求以進位退位為實者蓋以徑一周三有奇徑一自之仍得一周自之略與十等故徑冪升一位為周冪周冪降一位為徑冪以省算亦法之巧者其徑求周較密率約大一百五十七分之一周求徑約小一百五十九分之一

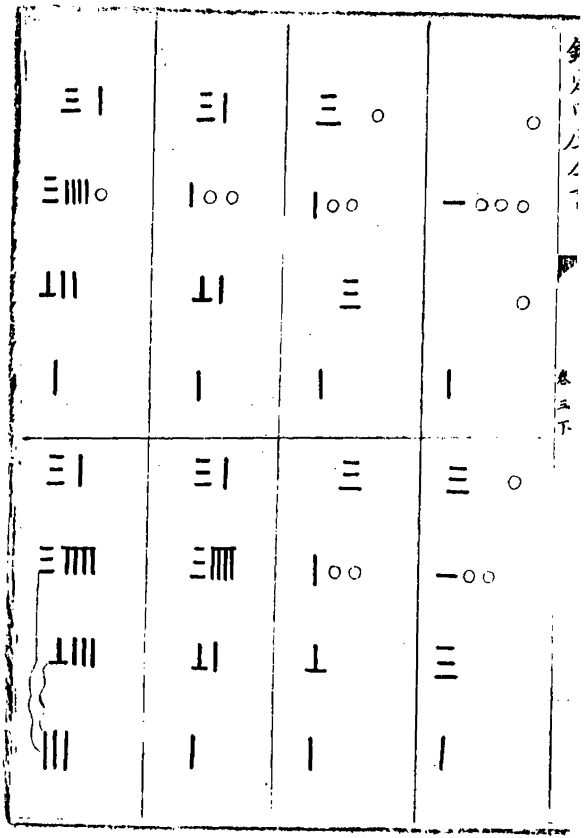
然較古率則已密矣其周冪徑冪相乘十六約之開平方得圓積者蓋周徑相乘四歸得圓積徑自乘為方積故四歸亦展為自乘十六之數約之得四分徑之冪乘周冪之數故開方得圓積至求環積與前求尖田積同但彼立天元一為兩積之和此立天元一為兩積之較耳其式如左

法立天元一為環田積即內外兩圓積之較自

之得一平方為較自乘以大小率即二圓徑各自乘併而倍之得一萬五千二百四十五步內減較自乘得一萬五千二百四十五步少一平方為和自乘與較自乘再相乘得一萬五千二百四十五平方少一三乘方寄之次以大小率相減餘二千五百零二步五分為和較相乘再自之得六百二十六萬二十五百零六步二分五釐與寄數等即為實寄數內平方數即從上廉三乘方數即益隅

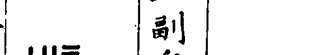


此圖照問列位以後照草運算
乃先置次大徑以上副自乘得中以中進位為次
實以一為下隅



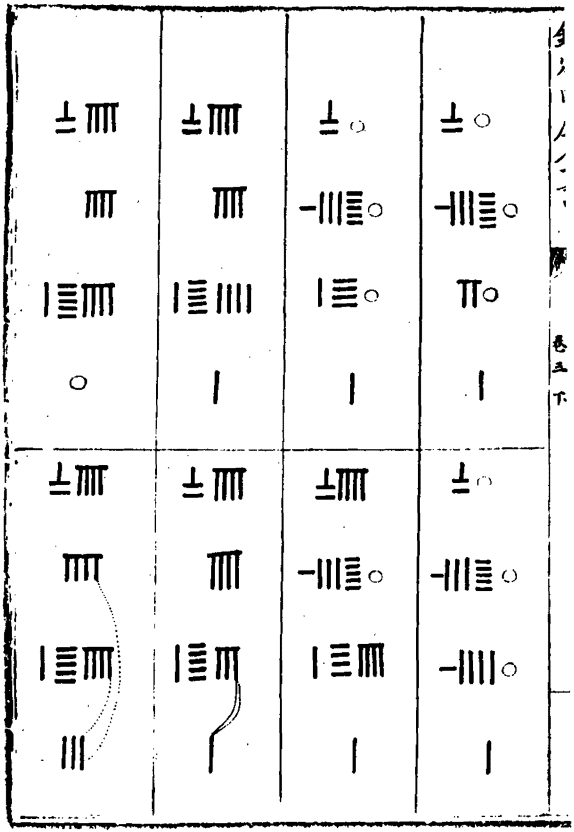


凡九變至此得大圓徑次求大圓積



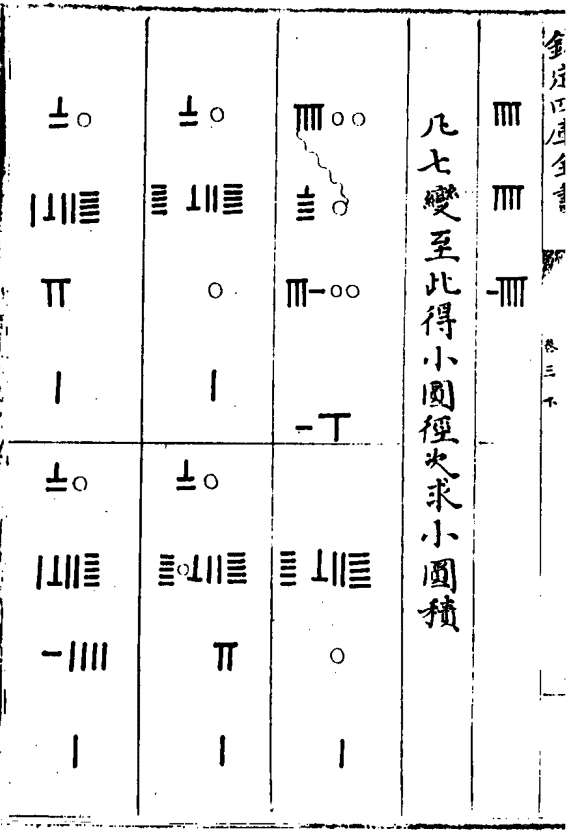
上副自乘得中以次約之得下為實





凡十一變至此得大圓積次求小圓徑





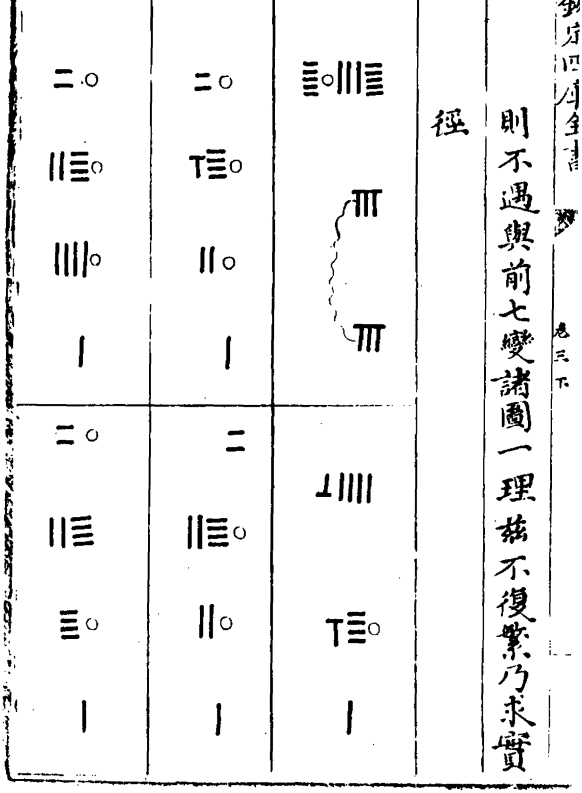
凡七變至此得小圓徑次求小圓積

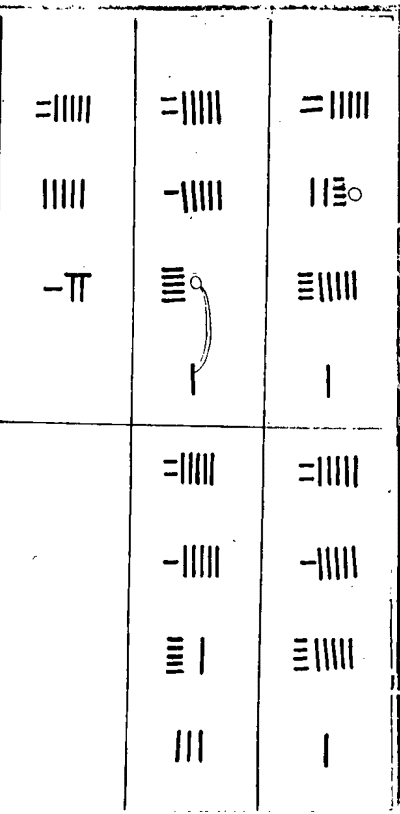
一	一	一
三	三	三
三	三	三
一	一	一
一	一	一
三	三	三
三	三	三
一	一	一

一十一變得小圓積次求環田通徑當求環田通徑蓋環田之外周三十步與小圓田外周同

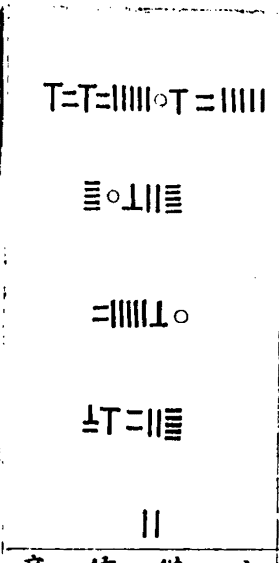
則不過與前七變諸圖一理茲不復繁乃求實

徑

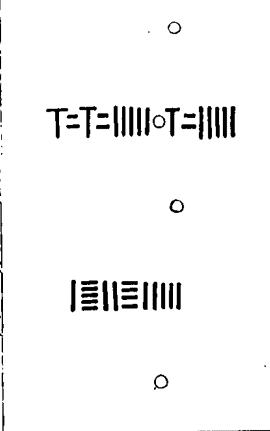




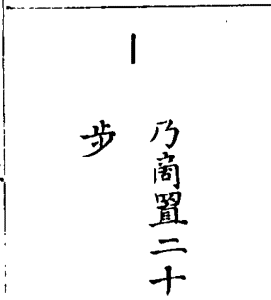
凡九變得環田內周次求環積



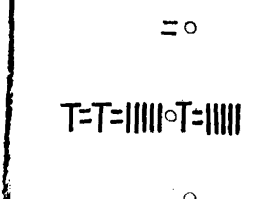
只此小率與前大率兩者求實徑二率相乘減得餘以餘自乘得後實併二率為得數倍得數為從上廉以一為益隅



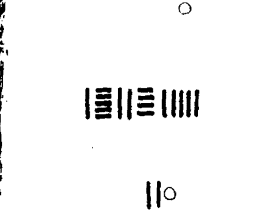
從上廉趙二位益隅趙三位



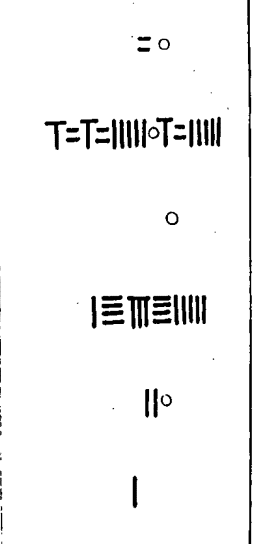
乃商置二十步



以离生陽入下廉

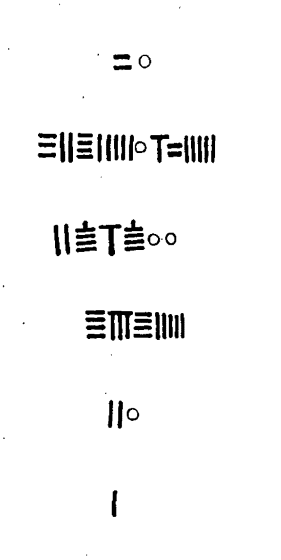


以下廉生負廉



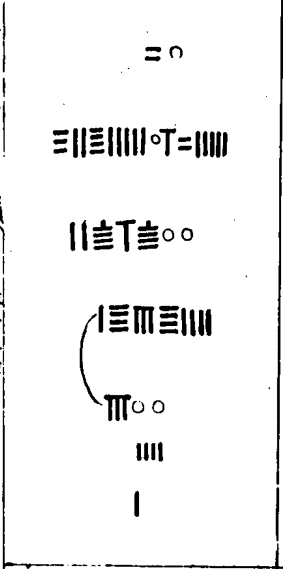
以負廉與正廉相消得正上廉

以商與上廉生方



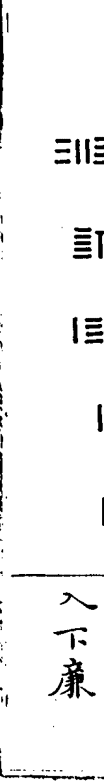
以方法命商除實

又以商生隅入下廉

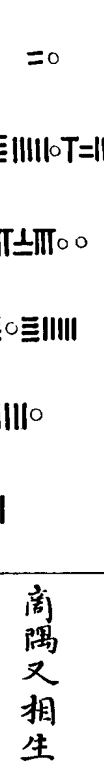


以下廉與商生負上廉得數

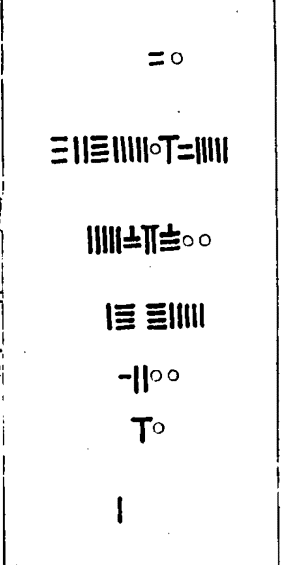
負上廉與正廉相消



離與上廉生方



離陽又相生入下廉

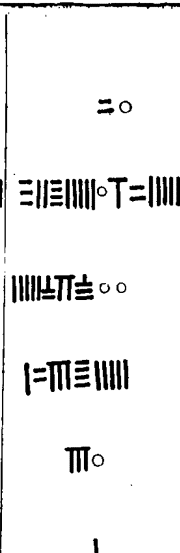


商又與下廉生負廉

負廉與正廉相消

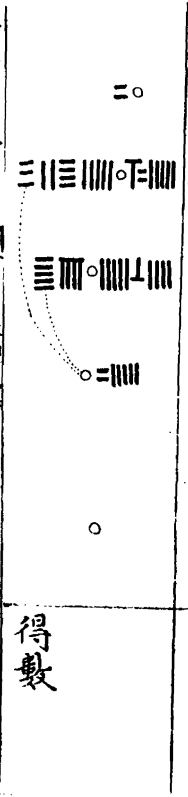


商又與隅生入下廉方一退上廉



再退下廉三退隅四退無商以上廉

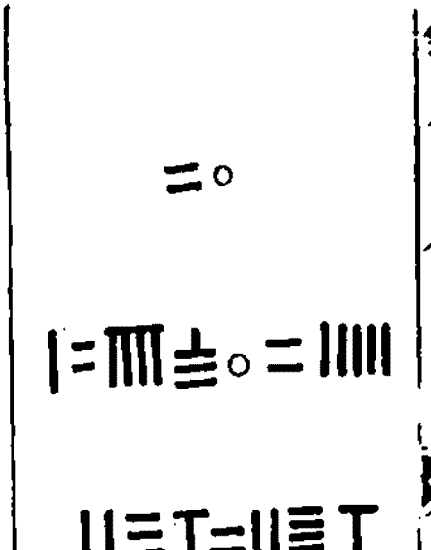
併入方隅併下廉



盖隅併負廉與正方廉相消命為母

求等約之

得數



開三乘方凡二十變至此得環田積數

求實徑但以虛徑減通徑餘一步一十九分步之九為環田實徑

均分梯田

問戶業田一段若梯之狀南廣小三十四步北廣大五

十二步正長一百五十步合係兄弟三人均分其田邊道各欲出入其地形難分經官乞分南甲乙北丙欲知其田共積各人合得田數及各段正長大小廣幾何

答曰田共積二十六畝二百一十步

甲得八畝三角五十步　小廣三十四步係元南廣　大廣四十步五萬八千七百九分步之五萬二千二百八十四大約百分步之

八十九　正長五十七步二千四十五分步之　百五十三大約一百分步之四十一分乙得八畝三角五十步　小廣同甲大廣大廣四十六步八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一分步之六萬五千八百七十四億五千四百八十二萬五千二百八十三計大率約百分步之七十七分半強　正長四十九步四億一千

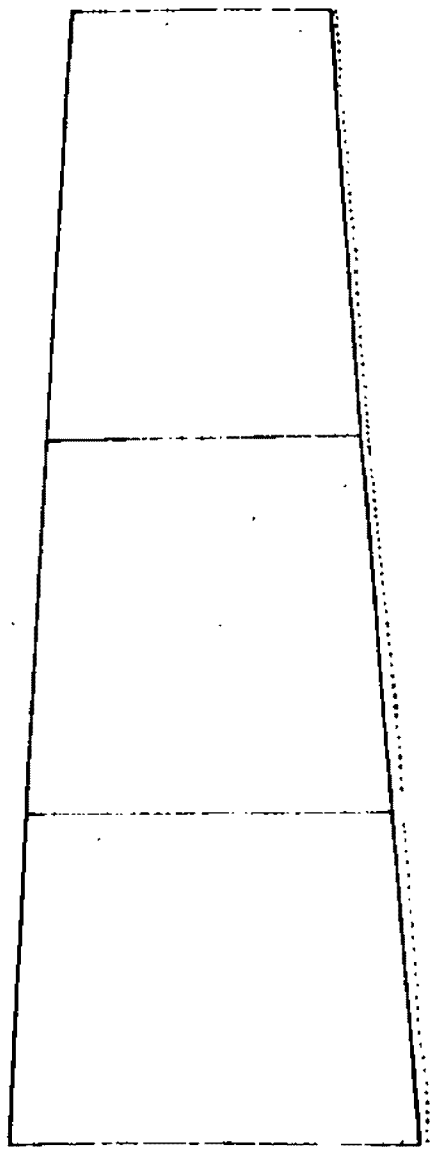
二百四十萬六千二百九分步之二千二十七萬六千三百一十九大約百分步之四分

九釐

丙得八畝三角五十步　小廣同乙大廣大廣五十二步係元北廣　正長四十三步八千四百三十三億七千九十萬一千九百五分步之四千四百八十八億八千六百二萬九千四十六大約百分步之五十三分強

術曰以少廣及從法求之併兩廣乘長得數以分田人數約之為通率半之為各積以長乘各積為共實以長乘南廣為甲從方二廣差半之為共隅開連枝平方得甲截長以甲長除通率得數減小廣餘為甲廣即為乙小廣以元長乘乙小廣為乙從方置共隅共實開連枝平方得乙截長以乙長除通率得數減乙小廣餘為乙大廣即為丙小廣併甲乙長減元長餘為丙長以元大廣為丙大廣各有分者通之

梯田圖



草曰置小廣三十四併大廣五十二得八十六乘長一百五十得一萬二千九百為實以兄弟三人約之得四千三百為通率半之得二十一百五十為各積

以　法二百四十步約之得八　餘不盡二百三十步以角法六十步約之得三角五十步是三人各得八餘三角五十步以元長一百五十步乘各積二千一百五十得三十二萬二千五百為共實以長一百五乘小廣三十四得五千一百為甲從方以小廣大廣餘一十八乃半之得九為共隅開連枝平方開方草更不繁具得五十七步不盡三約為二千四十五分步之八百五十三為甲截長乃以分母二千四十五通全步

內子共得一十一萬七千四百一十八為法又以分母乘通率四千三百得八百七十九萬三千五百為實以法除之得七十四步不盡一十萬四千五百六十八與法求等得二俱約之為五萬八千七百九分步之五萬二千二百八十四乃以小廣三十四步於所得全步七十四步內減之餘四十步五萬八千七百九分步之五萬二千二百八十四為甲大廣即為乙小廣今次求乙長乃以分母五萬八千七百九通乙小廣四十步得二

百三十四萬八千三百六十內子五萬二千二百八十四得二百四十萬六百四十四又元長一百五十乘之得三億六千九萬六千六百為乙從方又以分母五萬八千七百九通共實三十二萬二千五百得一百八十九億三千三百六十五萬二千五百為乙實又以分母通共隅九得五十二萬八千三百八十一為乙從隅開連枝平方更不章得四十九步不盡二十二十七萬六千三百十九隅併方共得四億一千二百四十萬六千三

百九為母與不盡求等單一不可約乃定為四十九步四億一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十七萬六千三百一十九為乙截長以乙長母通全步內子得二百二億二千八百一十八萬五千四百六十為法以乙長七千七百三十三億四千七百一十二萬八千七百為實以法除之得八十七步不盡一百三十四億九千四百九十九萬三千六百八十與法求等得一百四十俱約之為八十七步一億四千四百四十八萬

七千三十九分步之九千六百三十九萬二千八百一十二為得數乃以乙小廣毋五萬八千七百九乘得數子九千六百三十九萬二千八百一十二得五萬六千五百九十一億二千五百五十九萬九千七百八為泛却以得數毋一億四千四百四十八萬七千三十九分乘乙小廣子五萬二千二百八十四得七萬五千五百四十三億六千三十四萬七千七十六為寄數於上乃以小廣毋五萬八千七百九乘得數毋一億四千四百

四十八萬七千三十九得八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一以寄減泛今不及減乃破全步一為分併泛得八十六步十四萬一千四百一十八億一千五百一十七萬二千三百五十九減去小廣四十步又分餘四十六步八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一分步之六萬五千八百七十四億五千四百八十二萬五千二百八十三為乙大廣亦丙小廣求丙長置甲長五十七步

二千四十五分步之八百五十六乙長四十九步四億一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十七萬六千三百一十九以甲乙分母互乘子甲乙分母相乘得甲正長五十七步八千四百三十三億七千九十萬一千九百五分步之三千五百三十億一千九百八十萬五百四億乙正長四十九步八千四百三十三億七千九十萬一千九百五分步之四百一十四億六千五百七萬二千三百五十五併甲乙長以分共長一百六

步三千九百四十四億八千四百八十七萬二千八百五十九分用減元長一百五十步先破一步通分母作八千四百三十三億七千九十萬一千九百五減去甲乙長長餘四十三步八千四百三十三億七千九十萬一千九百五分步之四千四百八十八億八千六百二萬九千四十六為丙正長

按此術以立天元一法明之法立天元一為甲正長南北廣差折半得九以乘天元得九元以

共正長除之得一百五十分天元之九為甲之半廣差與小廣相加得三十四步多一百五十分元之九再以天元乘之得三十四元多一百五十分平方之九即與每人分田二千一百五十步等兩數各以分母一百五十乘之得三十二萬二千五百步與九平方多五千一百元等步數為實元數為從方平方數為隅得甲正長求乙丙長廣同此但多一帶分故其數較繁

數學九章

數學九章卷三下

欽定四庫全書

數學九章卷四上　宋　秦九韶　撰

測望

按測望之法見於晉劉徽海島算經原名重差其書一卷九題法簡數密此卷本其法而擴充之於古人之意實多所發明然其中論外之處較他卷尤甚今悉為正之至術有未合者更設法以附其後焉

望山高遠

問名山去城不知高遠城外平地有木一株高二丈三尺假為前表乃立後表與木齊高相去一百六十四步先退前表三丈九寸次退後表三丈一尺三寸斜望山峯各與其表之端參合人目高五尺里法三百六十步步法五尺欲知山高及遠各幾何

答曰高二十里半零三步五分步之三　遠二十七里三百二十八步五百七十五分步之六

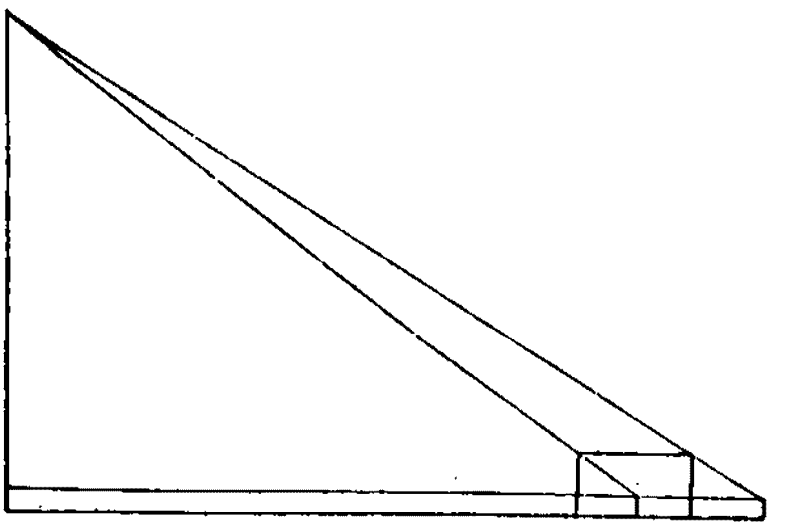
十七

按術數誤後入目距山係三十五里二百三十九步一尺三寸其故詳後

術曰以勾股求之重差入之置二退表相減餘為高法通表間併法於上以目高減表高餘乘上為寔寔如法而一得山高以法乘表高為遠法按此條法誤應以法乘表高與人目去地之較以退後表乘高寔為遠寔寔如法而一得山遠

望山高遠圖

按舊圖畫山木在術前今山改移於此



草曰置後退表三丈一尺三寸減前退表三丈九寸餘四寸為高法置表去木一百六十四步以步法五十寸通得八千二百寸為表間併法四寸得八千二百四寸於上以目高五尺

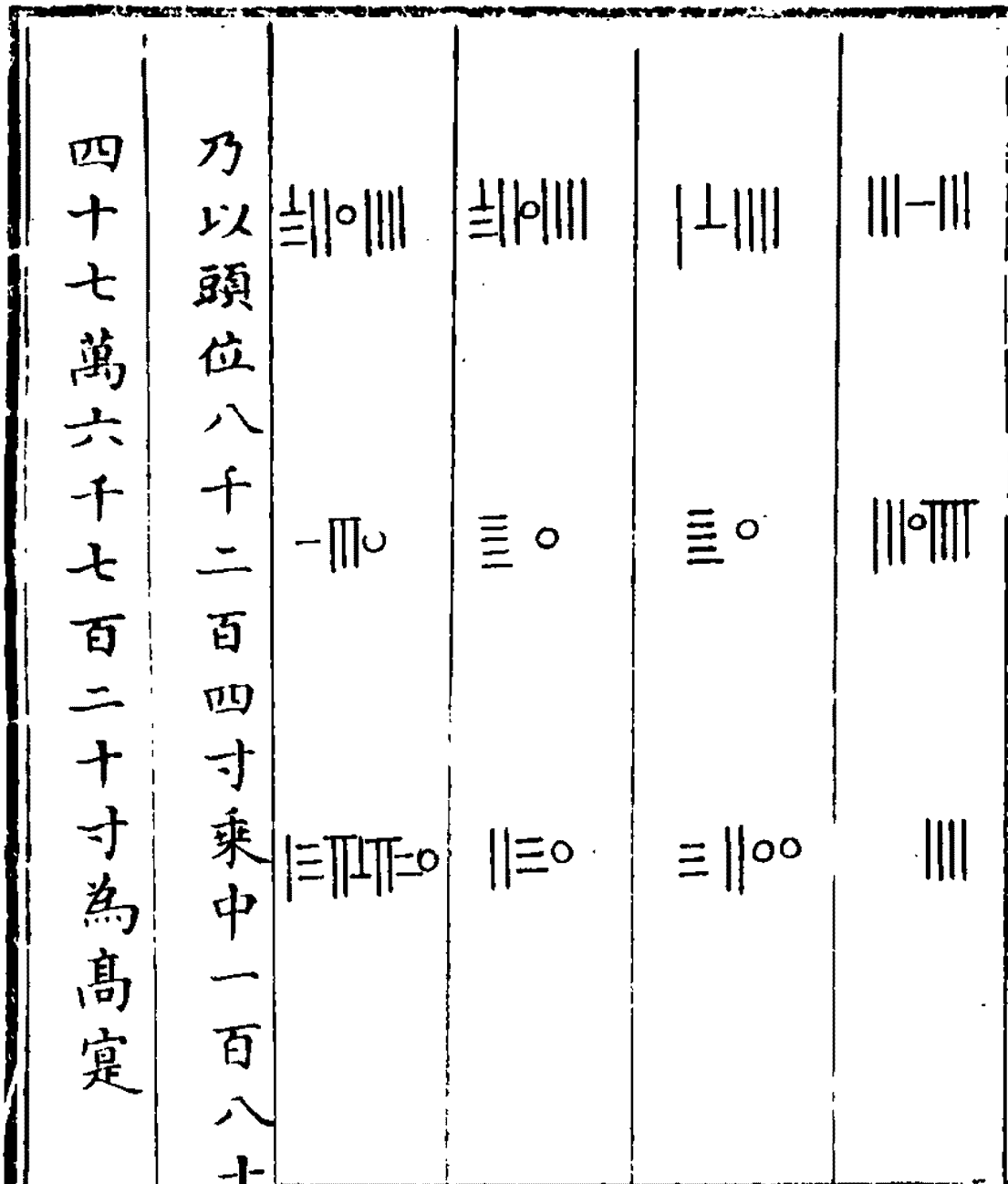
減表高二丈三尺餘通之為一百八十寸乘上得一百四十七萬六千七百二十寸為高實如高法四寸而一得三十六萬九千一百八十寸為積寸次以步法五十寸約之得七千三百八十三寸五分步之三次以里法三百六十步約之得二十里一百八十三步五分步之三為山高按此所得係人目上之山高若加人目高則多一步

次以法四寸乘表高二丈三尺得九百二十為遠法按誤同前以退後表三丈一尺三寸乘高實一百四十七

萬六千七百二十寸得四億六千二百二十一萬三千三百六十寸為遠實實如遠法九百二十寸而一得五十萬二千四百五寸二十三分寸之一十九為積寸乃以步法五十寸乘遠法九百二十得四萬六千寸為法亦除遠實得一萬四十八步不盡五千三百六十與法求等得八十俱以約之得五百七十五分步之六十七又以里法三百六十步約得二十七里三百二十八步五百七十五分步之六十七為山

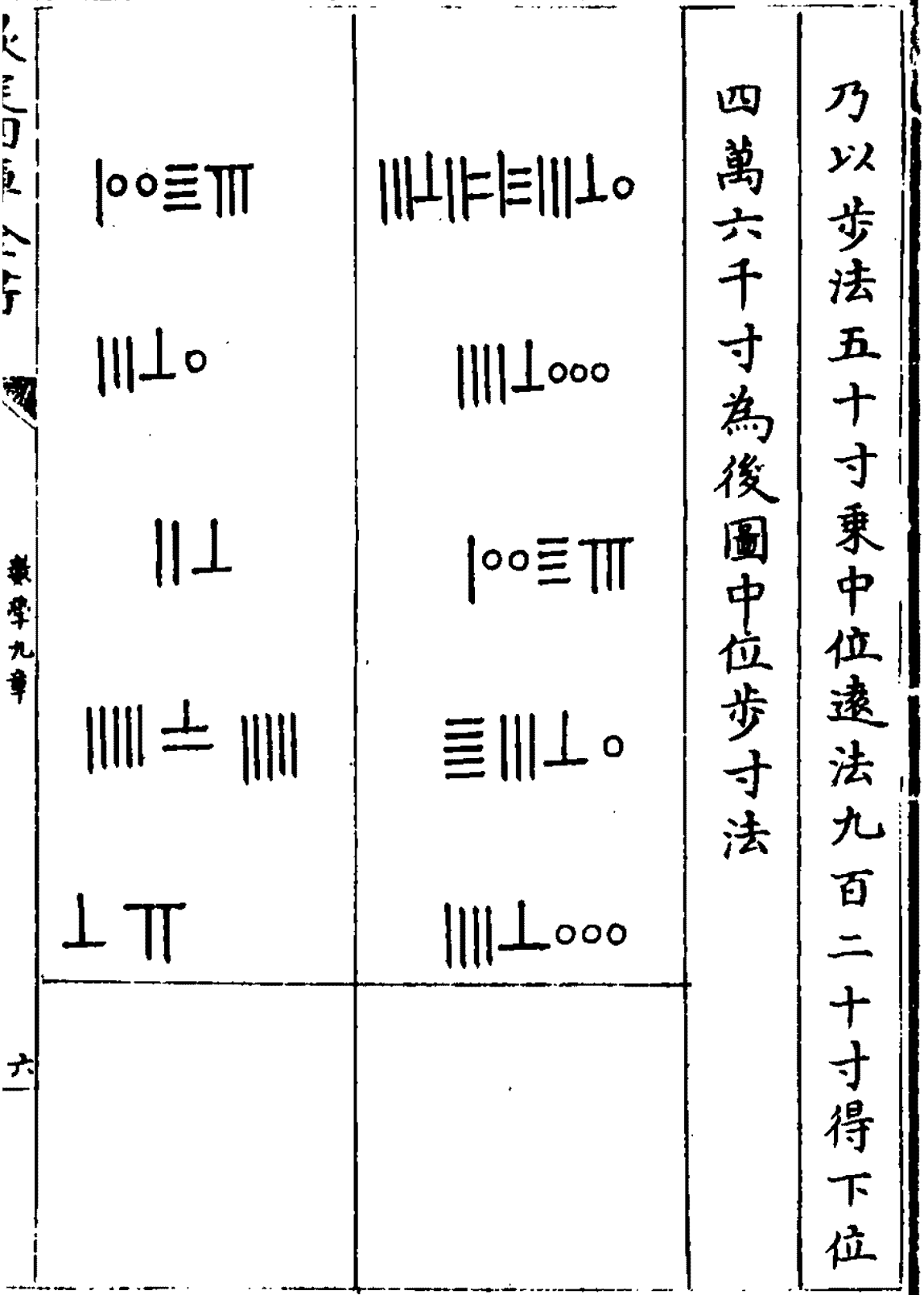
去後表入立望處等圖如後

按術中求山高法合其求遠以表高乘高法為遠法則誤益本法應即以高法為遠法以退後表乘表問并法為寔即得後人目距山之遠今以退後表乘高寔為寔而高寔乃目高減表高乘表減併法之數則遠法亦當以目高減表高乘高法今即以表高乘之則法數大故得數小也



乃以頭位八千二百四寸乘中一百八十寸得一百四十七萬六千七百二十寸為高寔

乃以步法五十寸乘中位遠法九百二十寸得下位四萬六千寸為後圖中位步寸法



乃以中除上得下位里數及零步其不盡寸與法求得八十俱約之為步分母子之數

臨臺測水

問臨水城臺立高三丈其上架樓其下址側脚濶二尺護岸排沙下橋去址一丈二尺外椿露土高五尺與址下平遇水漲時浸至址今水退不知多少人從樓上欄杆腰中駕一竿出外斜望水際得四尺一寸五分乃與竿端參合人目高五尺欲知水退立深涸岸

斜長自臺址至水際各幾何

按算題固不厭其難然必簡而不漏繁而不贅始為合作如此題本意謂竿端與臺址上下懸直則側脚闊二尺句已贅又不明言人目距臺邊遠近皆故為黮闇也

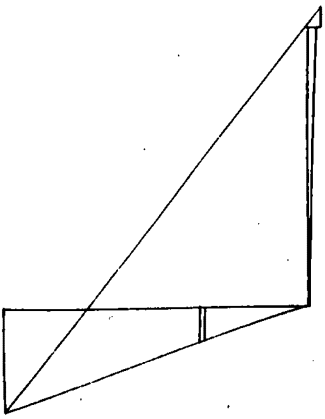
術曰以句股變法煞少廣求之求涸岸斜長置出竿乘臺高為段以去基乘段為闊泛以岸高乘段為淺泛以目高乘去基為約泛三泛可約者約之為定率

不可約徑為率以闊率自乘為闊冪以淺率自乘為淺冪併闊淺二冪共為竣冪復乘闊冪於上以臺高冪乘上為竣實次以闊率乘淺率為寄以臺高數乘闊率又乘約率得數內減寄餘自乘為竣隅驗竣實竣隅兩者可約求等約之為竣定實竣定隅開同休連枝平方得竣岸斜長同休格先以隅開平方得數名同隅以同隅乘定實開之得數為寔以同隅為法除之得竣斜　按此條誤草中乃即以定實開平方得數以同隅除之為竣斜也

求水退深基岸高冪乘竣定實為深實以去岸冪併

岸為冪乘股定為深隅其深實深隅可約約之仍以同休格入之開連枝平方得水退深

臨葢測水圖按舊圖畫樓葢不畫正高在術前今改正移于此



草曰以出竿四十一寸五分乘臺高三十尺得一百二十四尺五寸為段以去

址一十二尺乘段得一千四百九十四以為闊泛以
護岸高五尺乘段一百二十四尺五寸得六百二十
二尺五寸為淺泛以目高五尺乘去址一十二尺得
六十尺為約泛以闊泛淺約泛三者求等等得一尺
五寸皆以約其闊泛得九百九十六尺為闊率其淺
泛得四百一十五尺為淺率其約泛得四十尺為約
率以闊率九百九十六自乘得九十九萬二千一十
六尺為闊冪以淺率四百一十五自乘得一十七萬

二千二百二十五尺為淺冪併闊淺二冪得一百一十六萬四千二百四十一為竣冪以闊冪九十九萬二千一十六尺乘竣冪得一萬一千五百四十九億四千五百六十九萬九千八百五十六尺於上又以臺高三十尺自乘得九百尺為臺高冪乘上得一千三十九萬四千五百一十一億二千九百八十七萬四百尺為竣實次以闊率九百九十六乘淺率四百一十五得四十一萬三千三百四十為寄以臺高三

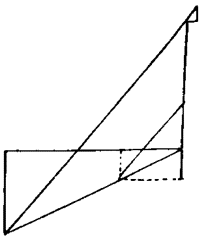
十乘闊率九百九十六得二萬九千八百八十丈乘約率四十得一百一十九萬五千二百內減穿餘七十八萬一千八百六十尺自乘得六千一百一十三億五百五萬九十六百尺為隅以隅與竣實求等得二千四百八十萬四百俱以約之得四千一百九十一萬二千六百七十六尺為竣定實得二萬四千六百四十九為竣定隅開同休連枝平方得竣岸至水際斜長驗同休格乃以定隅二萬四千六百四十九

萬為實先以一為隅開平方得一百五十七為同休法次以竣定實四千一百九十一萬二千六百七十六尺為實亦以一為隅開平方得六千四百七十四尺為同休實實如同休法一百五十七而一求等得一俱以一各約之其法與餘只得此數乃直命之得四丈一尺一百五十七分尺之三十七為涸岸斜長至水際求退水深置岸高五尺自乘得二十五為岸高冪乘竣定實四千一百九十一萬二千六百七十

六尺得一十億四千七百八十一萬六千九百為深
泛以去岸一十二尺自乘得一百四十四尺為去岸
冪併岸高冪二十五尺得一百六十九尺以乘竣定
隅二萬四千六百四十九得四百一十六萬五千六
百八十一為隅泛置二泛求等得一百六十九俱約
二泛得六百二十萬一百為定實得二萬四千六百
四十九為深定隅開連枝平方得水退立深驗同休
格乃以深定隅二萬四千六百四十九為實先以一

為隅開平方得一百五十七為同休法次以深實實
六百二十萬一百為實亦以一為隅開平方得二十
四百九十為同休實實如法一百五十七而一得一
十五尺不盡一百三十五與法求等得一俱以一各
約法與尺得此數乃直命之得一丈五尺一百五十
七分尺之一百三十五為水退立深數也

按此條術雖甚繁理數皆極精密非熟通於勾
股通分之法者不能立也但累乘累除錯綜變



換皆未嘗明言其不能無金鍼不度之疑今繪圖以之並條折其乘除各數于後

如圖甲乙為基正高乙丙為樁去基趾丙丁為岸高乙戊為臺趾至水際即為峻斜已庚為人目高甲庚為出竿戊癸為水面正深題有甲乙基高乙丙樁去趾丙丁去樁甲庚出竿已入庚

目高求乙辛竝斜自丁點與丙甲平行相等作丁辛線自乙點與丙丁竝行作甲作乙辛線自丁點與戊甲平行作丁壬點得壬丁辛勾股形內有乙丁辛勾股形一與乙丙丁辛等有乙丁壬三角形一與甲乙戊形同式法當以已庚小股乘庚辛大勾以甲庚小勾除之得壬辛大股次以乙丁三小角形下斜邊乘甲乙戊形直邊以乙辛減壬辛餘壬乙為乙丁壬形直邊為法

除之得乙戊為甲乙戊形下斜邊即所求臺址至水際之峻斜其法只用一除兩次甚屬易簡即遇數不盡者以通分御之再加一二次乘除可以乃必增至十餘次多者始欲窮數之變就一題以為諸法之例非徒為繁難也試依術內遞次乘除之數逐條細論之

出竿甲庚乘高臺甲乙為段去址乙丙乘段為闊率原名闊泛約之為闊率今即為闊率為去址乘臺高出竿長冪之數闊率自乘

為闊冪即如去址冪乘臺高出竿長冪自乘之數又
即如去址冪乘臺高冪又乘出竿冪之數
岸高丙丁乘段為淺率原名淺法約之為淺今即淺淺率為岸高乘臺
高出竿長冪之數淺率自乘為淺冪即如岸高冪乘
臺高出竿長冪自乘之數又即如岸高冪乘臺高冪
又乘出竿冪之數
併闊冪淺冪為淺冪為竣冪乙丁冪乘臺高出竿長
冪自乘之數又即如小斜冪乘臺冪又乘出竿竿冪

之數

闊冪竣冪相乘為上數即如小斜冪乘去㠯冪又乘臺高冪自乘又乘出竿冪自乘之數

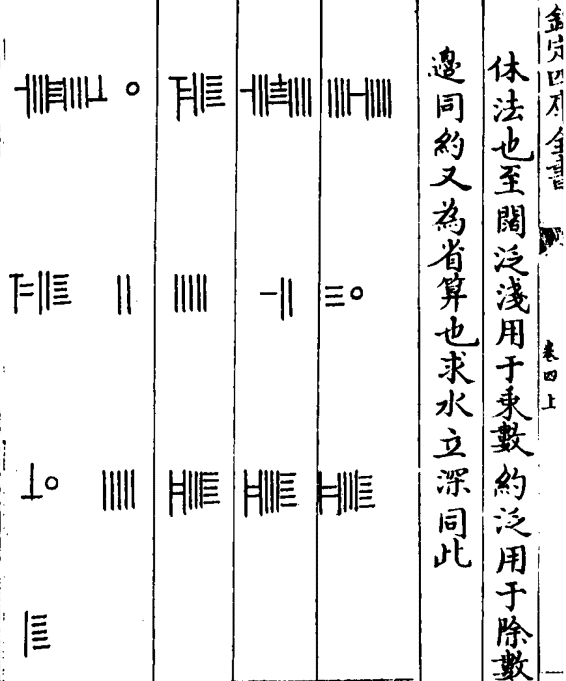
闊率淺率相乘為寄數即土去㠯岸高相乘又乘臺高冪又乘出竿冪之數

去㠯目高巳庚相乘為約率即如出竿乘壬辛臺高乘闊率即如去㠯乘臺高冪又乘出竿之數又以約率乘之即如去㠯壬辛相乘冪又乘臺高冪又

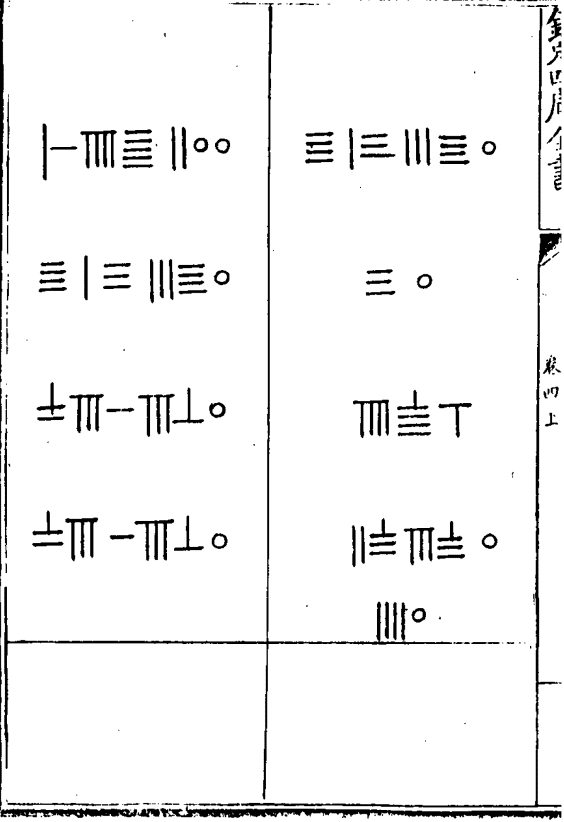
乘出竿冪之數內減寄數餘去廿壬乙相乘冪又乘臺高冪又乘出竿冪之再自乘之隅數即如壬乙冪乘去廿冪又乘臺高冪自乘又乘出竿冪自乘之數

上數隅數內去廿冪臺高冪自乘出竿冪自乘各數皆同則用上數乘隅數除即如用小斜冪乘壬乙冪除矣以臺高冪乘上數若以隅數除之即得竪斜乙戊冪但數不能盡故約之帶隅數開平方所謂連枝同

体法也至開泛淺用于乘數約泛用于除數故可兩
邊同約又為省算也求水立深同此

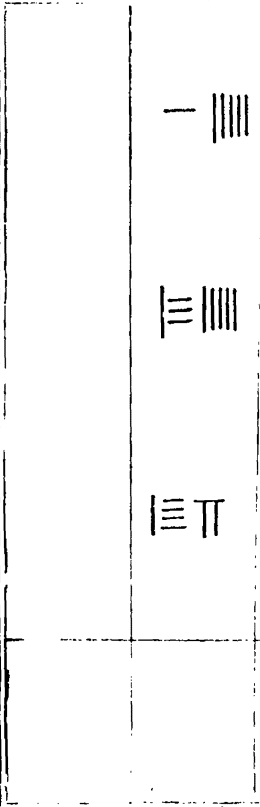


上三四五六七八九一	〇一二
丁一〇二四三	〇四
一三二三一	〇〇四



卅六卅十	廿三卅	○
七十二千三	卅三七三卅	卅千卅十
	一	廿三卅

卷四十上

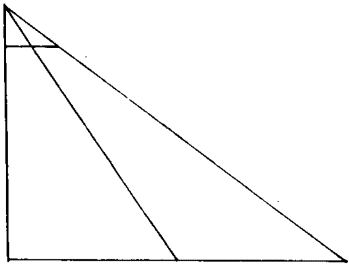


涉岸測水

問行師遇水須計篾纜搭造浮橋今垂繩量涉岸高山丈人立其上欲測水面六閪以六尺為矩平持去目下五今矩本抵頤遥望水彼岸與矩端岸相合又望水此岸沙際入矩端三尺四寸人目高五尺其水面閪幾何

答曰水閪二十三丈四尺六寸 按應二十三丈八尺

術曰以勾股重差求之置短去目下寸為法以人目



水閘陡岸測水圖　按舊圖畫岸水視綠不能在術前今改正移於此

併岸高減去法　按減法誤餘乘人矩端為實如法而一得

草曰置矩本去目下五寸為法以入目高五尺併岸高三丈得三丈五尺通為寸得三百五十寸減去五寸餘三百四十五寸乘沙除入矩端三十四寸得

一萬一千七百三十寸為實實如法五寸而一得二千三百四十六寸展為二十三丈四尺六寸為水闊

合問

按測望諸線皆合于人目之一點其高正當自人目計之今減去人目距矩自矩下計之不得其理矣

表望方城

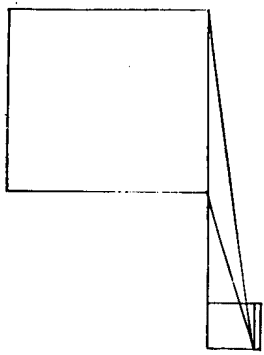
問敵城不知廣遠傍城南山原林間房之林際有木二

株南北相去一百六十步遥與城東方面參相直乃于二水之東相對立兩表表間與木四方平人目以繩維之人自東後表向西行一十步望城東北隅入東前表一十五步又望城東南隅入東前表四十八步強半步里法三百六十欲知其方廣及相去幾何

答曰城東廣各一十二里三百二十步　城去木九里三百二十步

按答數皆誤今推得城方廣各一十一里二百

二十步又三十一分步之二十城東南隅至北
木一里九十九步又三十一分步之一十二
術曰以勾股重差求之置城東南隅景入表減表間
餘乘表間為城去木實以四方步減城東北隅景入
表餘為法按此句法誤得城去木數以城東北隅景入表
減表間餘乘表間為廣實實如前法而一得城廣
按此所得乃城東北隅至前
木之遠以為城廣數誤也
表望方城圖按舊圖畫城南二木與城東面不
城一直線在街前今改正移于此



草曰以西行一十步減東北隅入表一十五步餘五步為法以城東南隅景入表四十八步七分半減表間一百六十步餘一百一十一步二分半乘表間一表六十步得一萬七千八百為城去木實以法五步除之按誤同上得三千五百六十步以里

法三百六十約之得九里三百二十步為城去木里及步數　次置城東北隅京十表一十五步減表間一百六十餘一百四十五步乘表間一百六十得二萬三千二百為減實以以前法五步除之得四千六百四十步以里法三百六十約之為一十二里三百二十步即城方廣里及步數按設亦同上　合問

按此題之要在二本與城東面成一直面方城與表木方形各邊俱平西行減城東南隅入表

之較與表間成小勾股形城東南隅入表間表間之表與城東南隅至前木成大勾股形此二形同式可以相比故術草中第二求以城東北隅入表減表間之餘乘表間為實以西行步減城東北隅入表之餘為法除實是也但所得為城東北隅至前木之遠以為城廣則誤矣又西行步減城東南隅入表之較與表間成小勾股形城東南隅入表減表間之較與城東南隅至

前木成大勾股形此二形亦同式可以相比以城東南隅入表減表間之餘乘表間為實應以西行步減城東南隅入表之為法除之即得城東南隅之前木之遠術草中以西行步減城東北隅入表之餘為法故得數大七倍餘既得城東面南北二隅距前木之遠則相減為城廣可知矣

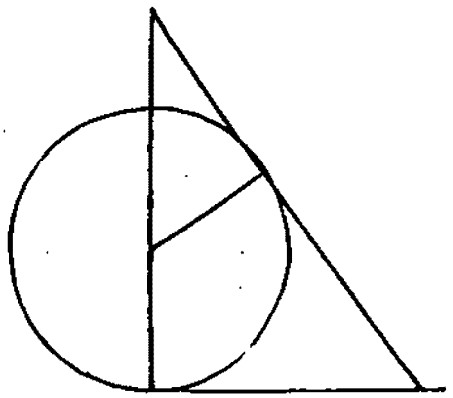
遥度城

問有圓城不知周徑四門中開北外三里有喬木出南門便折東門九里乃見木欲知城周徑各幾何（圓用故法）

答曰徑九里　周二十七里

術曰以勾股夕桀求之一為從隅五因北外里為從七廉置北里冪八因為從五廉以北里冪為正率以東行冪為負率二率差四乘北里為益從從三廉倍負率成五廉為益上廉以北里乘上廉為實開玲瓏九乘方得數自乘為徑以三因徑得周

遥度圖城圖 舊圖畫城拠在術前今刪改移于此

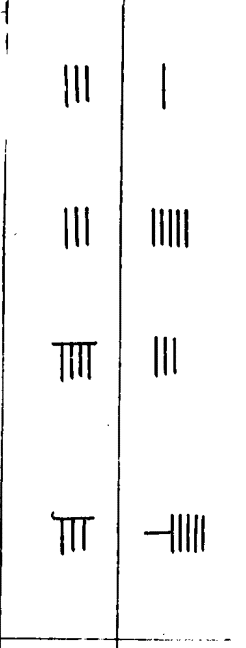


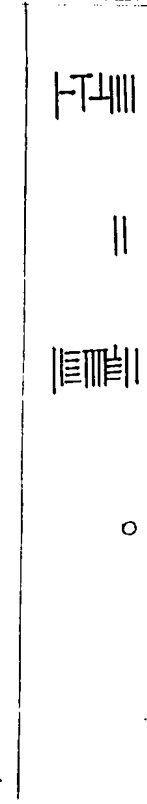
草曰以一為從隅以五因北三里得一十五里為從七廉以北三里自乘得九里為正率以八因率得七十二為從五廉以西行見里自乘得八十一為負率以正率九減負率餘七十二位負差以四因之得二百八十八以乘北三里得

八百六十四係負差所乘者為益三廉倍負率八十一得一百六十二乘五廉七十二得一萬一千六百六十四為益上廉以北三里乘上廉得三萬四千九百九十二為實置實廉隅玲瓏空隅位方廉以約實衆法不可超進乃于實上定商三里其隅與商相生得三為從下廉又與商相生入從七廉共得二十四為星廉又與商相生得七十二為從六廉又與商相生入五　內共得二百八十八又與商相生得八百

六十四為從四廉又與商相生得二千五百九十二為正三廉內消益三廉八百六十四訖餘一千七百二十八為從三廉又與商相生得五千一百八十四為從二廉又與商相生得一萬五千五百八十二為從上廉內消益上廉一萬一千六百六十四訖餘三千八百八十八為正上廉又與商相生得一萬一千六百六十四為從方乃命上商三里除實適盡得三里以自乘之得九里為城圓徑之里數又以故法圓

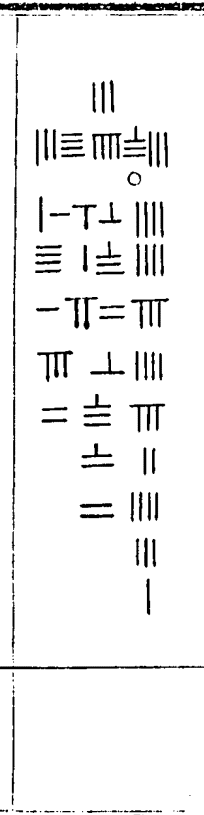
率三因之得二十七為城周

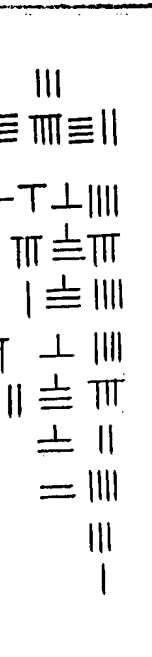




以上求率圖以後開方圖實與益皆負畫黑商與從皆正畫朱

按商實負字旁書已明今皆用黑





按凡勾股難題用立天元一法取之多至三乘方而至元李冶測圓海鏡一百七十問僅一題

取至五乘方猶自以為煩此題非甚難者乃取至九乘方蓋未得其要也細校術草中廉隅積實之數與立天元一法自然相生者迴殊且凡立天元一法開方後未有不得所求之數者今得數自乘始為所之數尤于古人立法之意不合爰另立取法並步算之式於後

法立天元一為圓城徑加三里得三里多一元為大股自之得九里多六元多一平方為大股

冪九里為大勾自得之八十一里為大勾冪相併得九十里多六元多一年方為大弦冪又以大股為小勾弦和三里為小勾弦較和較相乘得九里多三元為小股冪二分天元之一為小勾加小勾三里得三里多二分元之一為小弦自得之九里多三元多四分平方之一為小弦冪乃以小冪與大股冪相乘得八十一里多八十一元多二十九平方又四分平方之一多四

立方又二分之一多四分三乘方之一寄之又以大弦冪與小股冪相乘得八百一十里多三百二十四元二十七平方三立方與寄數等兩邊各減八十一里三百二十四元二十七平方三立方得四分三乘方之一多一立方二平方又四分平方之一少二百四十三元與七百二十九里等各以四乘之得一三乘方多六立方九平方九百七十二元與二千九百一十六里

等乃以里數為實以元數為益方平方數為從上廉立方數為從下廉三乘方數為隅開帶縱三乘方得九里為城徑開方式附後

法列寔及方廉隅數約商九里乃以隅生商得九入下廉得一十五又以下廉生商得一百三十五入上廉得一百四十四又以商生上廉得一

千二百九十六以消益方得二百二十四為從方以商生從方得二千九百一十六減實恰盡為開得三乘方為九里即城徑也

欽定四庫全書 子部

數學九章卷四下 五上

詳校官欽天監博士臣古之唯

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷四下　宋　秦九韶　撰

測望

望敵圓營

問敵臨河為圓營不知大小自河南岸至其地七里於其地立兩表相去二步其西表與敵營南北相直人退西表一十二步遥望東表適與敵營圓邊參合圓法用密率里法三百六十欲知其營周及徑各幾何

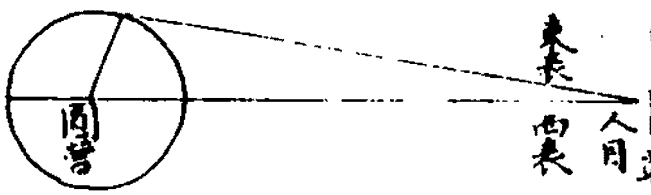
答曰營周六里一百二步七分步之六　徑二里

按答數有誤營周係六里七十六步又萬一千九百二十一分步之四千九百四十八徑係一里三百五十一步又一千七百零三分步之九百九十九

術曰以勾股各自乘為勾冪以退率自乘為股冪併二冪為弦冪置里通步自之乘勾冪為率自乘為泛實　按此數當即為實開帶從方令不開平方乃以此數自乘並以此數并他數開帶從三乘方不合半弦冪乘率為泛從上廉　按半弦冪即半弦自乘又倍之之數以勾冪減股冪餘

四約之按此即半勾半股各自乘相減之數自乘為泛益隅三泛可約之為定開連枝三乘玲瓏方得營徑以密率二千二乘七除為周

望敵圖營圖按舊圖在本條之前今刪改移於此



草曰置表間二步自乘得四為勾冪以退表一十二步自乘得一百四十四為股冪以勾股二冪併之得一百四十八為弦冪置七里以里法三百六十步通之得二千五百二十步自乘

得六百三十五萬四百乘勾冪四得二千五百四十萬一千六百為率以率自乘得六百四十五萬二千四百一十二億八千一百五十六萬為之實乃半弦冪得七十四乘率二千五百四十萬一千六百得一十八億七千九百七十一萬八千四百為泛從上廉以勾冪四減股冪一百四十四餘一百四十以四約之得三十五以自乘得一千二百二十五為泛益隅置三泛求等得一千二百二十五按即泛益隅俱以約之

得五千二百六十七億二千七百五十七萬七千六百為定實一百五十三萬四千四百六十四為從上廉一為定益隅開玲瓏三乘方乃以廉隅超二度約商置七百上廉為一百五十三億四千四百六十四益隅為一億乃以上商生隅得七億為益下廉又以上商生益廉減從廉餘一百四億四千四百六十四萬為從上廉又以上商生從廉得七百三十一億一千二百四十八萬為從方乃命上商除實餘一百

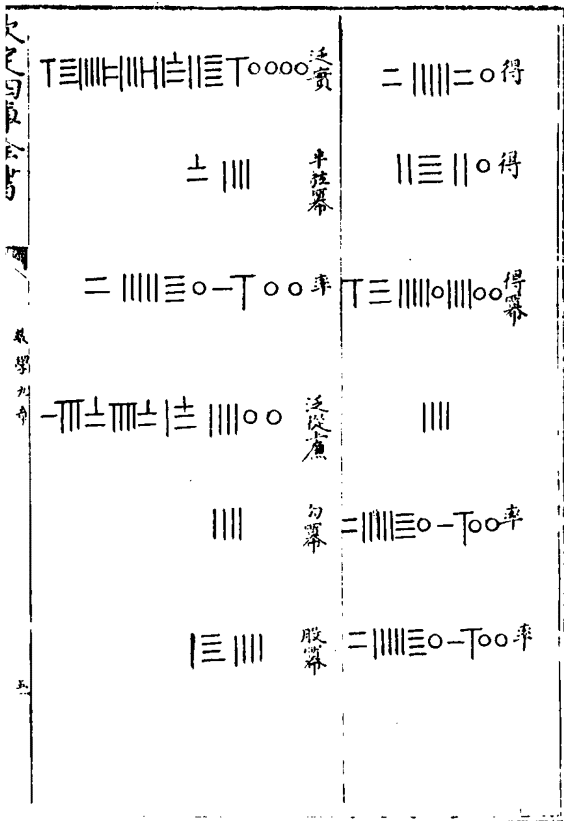
四十九億四千二十一萬七千六百又以上商生益隅入下廉得一十四億為益下廉又以上商生益廉得益上廉減從廉餘六億四千四百六十四萬為上廉又以上商生上廉入方得七百七十六億二千四百九十六萬為方又以上商生益隅入下廉得二十一億又以上商生下廉為益上廉減從廉餘一百四十億五千五百三十六萬為益上廉又以上商生益隅入下廉得二十八億諸法皆退方一退為七十七億

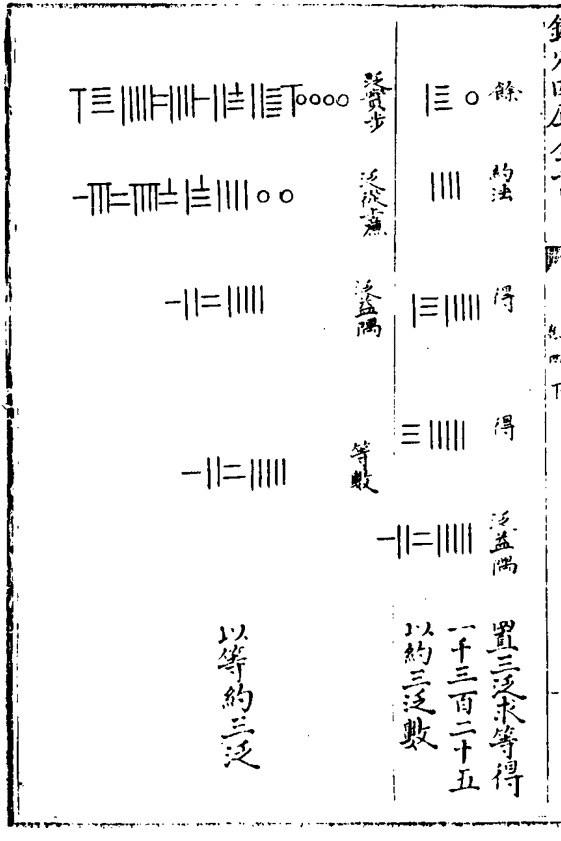
六千二百四十九萬六千益上廉再退為一億四千五十五萬三千六百益下廉三退為二百八十萬益隅四退為一萬乃於上商之次續商置二十步以續商生隅入下廉為二百八十二萬又以續商生下廉入上廉為一億四千六百一十九萬三千六百又以續商生上廉減從方餘七十四億七千一十萬八十八百乃命續商除實適盡所得七百二十步以里法約之得二萬為營徑次以密率二十二乘七百二十

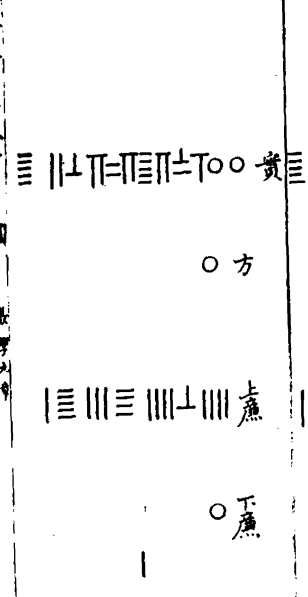
得一萬五千八百四十為實以七除之得二千二百六十二步七分步之六以里法約之得六里一百二步七分步之六為營周

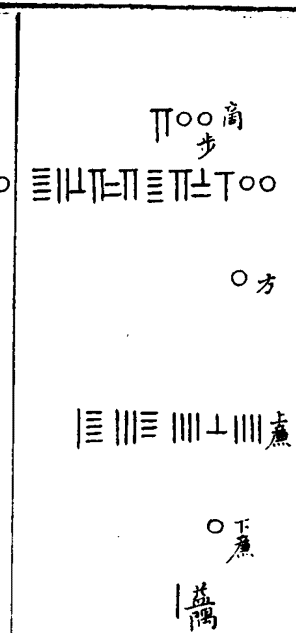




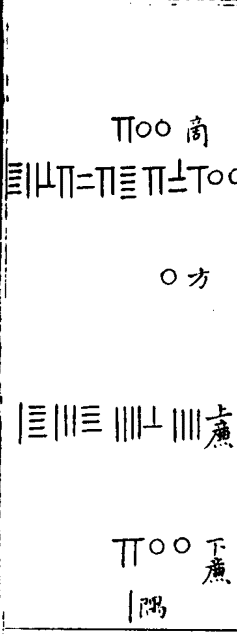

得
得冪
率
率冪
勾
勾冪
股
股冪
弦
弦冪
平
平冪
立
立冪
積


餘
約法
得
得
法益隅
置三泛求等得
一千三百二十五
以約三泛數
實步
泛減
法益隅
等數
以等約三泛

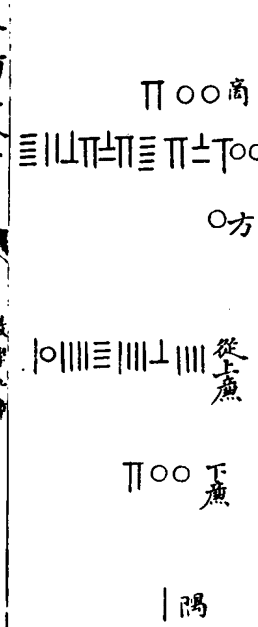

商
實
方
從廉
下廉
益隅
空方一進
從上廉二進
空下廉三進
益隅四進
實
方
上廉
下廉
同前各進



約實置商七百步生隅得下廉

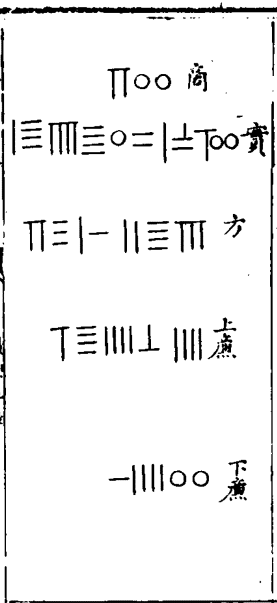


以商生下廉得益上廉


方
從上廉
益上廉
益下廉
隅
以益上廉消從上廉餘是從上廉
方
從上廉
下廉
隅
以商生上廉得從方

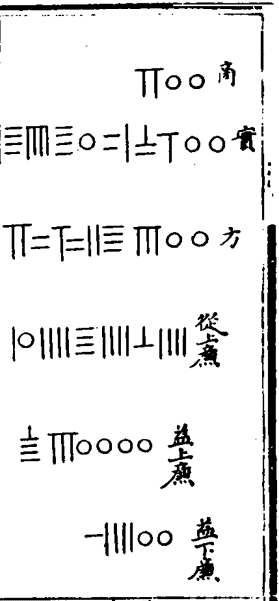

商
方
從
下廉
隅
乃以從方命上商徐實

商
方
從
下廉
益隅復以商生隅入下廉



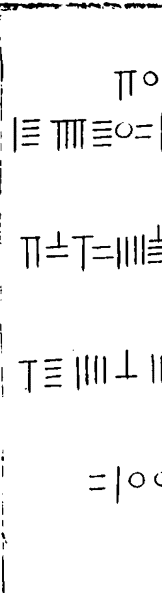
隅

以商生下廉得益上廉相消從上廉得上廉

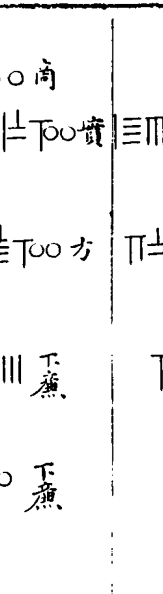


隅

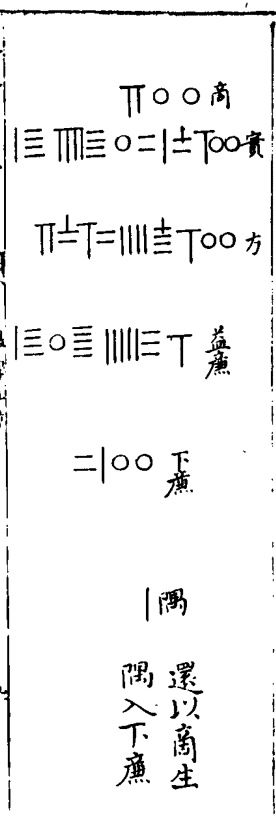
以商生上廉入方得後方

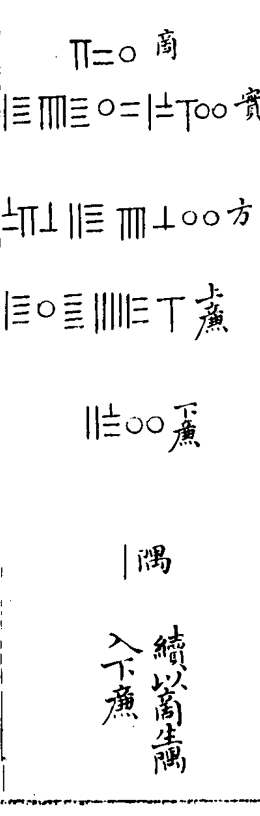


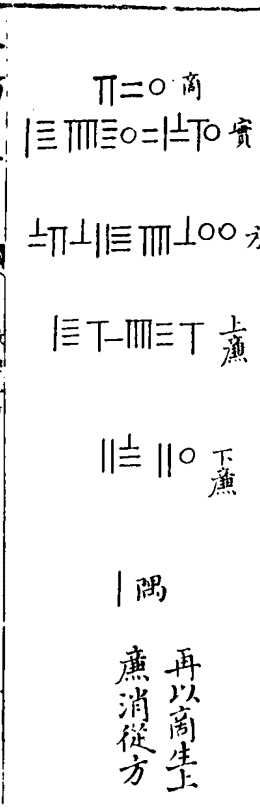
隅 仍以商復生隅入下廉

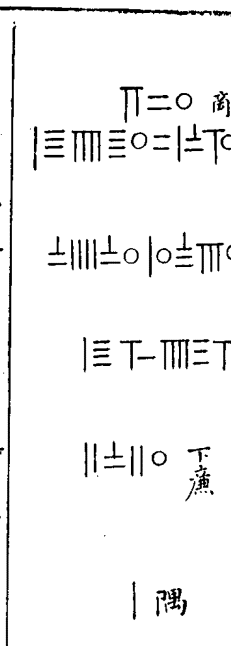


隅 又以商生下廉得益上廉


高
實
方
從廉
益上廉
下廉
隅
上廉益從相消
高
實
方
益廉
下廉
隅
還以商生
隅入下廉


商
實
方
上廉
下廉
隅
從方一退
上廉再退
下廉三退
益隅四退
商
實
方
上廉
下廉
隅
續以商生隅
入下廉


實
方
上廉
下廉
隅
又以商生下廉入上廉
商
實
方
上廉
下廉
隅
再以商生上廉消從方
商



按此題用平方可兵術中所謂率者即平方實也乃復加自乘開三乘方徒為繁冗耳且乘從廉用半弦自乘之倍數乘隅數應用半股自乘之數今用勾股冪較四分之一即用半股冪半

勾冪之較比半股自乘數小一半勾自乘數故得數較大若轉求表閒及退步必與原數不合試以相去七里為大勾弦和營徑三里為倍大勾相減得五里為大勾弦較和相乘得較三十五為大股冪大勾弦里自之仍得一為大勾冪置小勾冪四步以大股冪乘之得百百四十步以大勾冪除之仍得一百四十步為小股冪比原小股冪少四步其術之疎可知矣設用平方

法如左

法立天元一為營徑相去七里通為二千五百二十步為大勾弦和相減得二千五百二十步少一元為大勾弦較和較相乘得六百三十五萬零四百步二千五百二十元為大少股冪天元一半之以減相去步得二千五百二十步少二分天元之一為大弦自之得六百三十五萬零四百步少二千五百二十元多四分平方之

一為大弦冪退步十二為小股自之得一百四十四步為小股冪表間二步為小勾自之得四步為小勾冪相併得一百四十八步為小弦冪以小弦冪乘大股冪得九億三千九百八十五萬九千二百步少三十七萬二千九百六十元寄之又以小股冪乘大弦冪得九億一千四百四十五萬七千六百步少三十六萬二千八百八十元多三十六平方與寄數為相等兩邊各

減九億一千四百四十五萬七千六百步各加三十七萬二千九百六十元得二千五百四十萬零一千六百步即術中率數與三十六平方多一萬零八十元等三數求總等得三十六約步數得七十萬零五千六百為長方積為實約元數得二百八十為從方為長闊較約平方數得為隅用帶從平方法開得闊七百一十一步又一千七百零三分步之九百九十九為營徑步以

密率用二十二乘之徑七除之得二千二百三十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八為營周步各以里率收之得營周六里七十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八營徑一里三百五十一步又一千七百零三分步之九百九十九還原之法置營徑步數通分納子得一二一一八三二分為倍大勾分數又以分母通相去步得四二

九一五六　分為大勾弦和分數二數相減餘三　七九七二八分為大勾弦較分數和較分數相乘得一三二一六八三七四五九六八分為大股冪分倍大勾分折半得六　五九一六自之得三六七一三四一九九　五六分為大勾冪分及以小勾冪四步乘大股冪分得五二八六七三四九九八二七二　分以大勾冪分除之得一百四十四步為小股冪與原數合

此猶用兩表相去步也若細較之當用人目相
去步則營周當多十二步餘營徑當多四步不
足也

望知敵衆

問敵為圓營在水北平沙不知人數謀欲彼營布卒占
地方八尺我軍在水南山原於下立表高八丈與原
山腰等平自表端引繩虛量平至人足三十步人立
其處望彼營北陵與表端參合又望營南陵入表端

八尺人目高四尺八寸以圓密率入重差求敵衆合得幾何

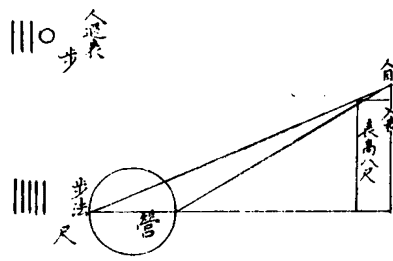
答曰敵衆八百四十九人

按數不合應二百七十三人其故詳草後

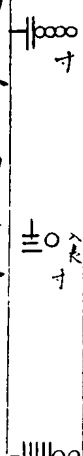
術曰以勾股乘之置人退表步按此條誤法應置表高乘入表為實以人目高為法除之得徑以密周率乘徑得數為實以密徑率因人立為法約之得外周人數餘收為一副置加六以乘副得數為實如一十二而一餘

亦收為全

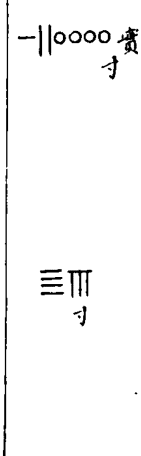
望知敵衆圖 按舊圖畫山水在所前今刪改移於此



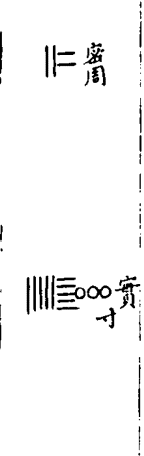
草曰置人立退表三十步以步法五尺乘為五十寸通之得一千五百寸乘入表八尺得一十二萬寸為實



以人目高四十八寸為法除之

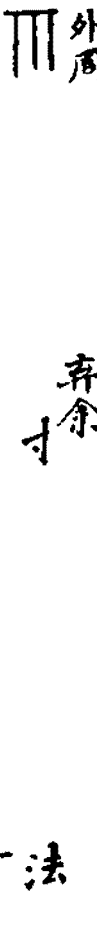


以密率周法二十二乘徑二千五百得五萬五千寸為實



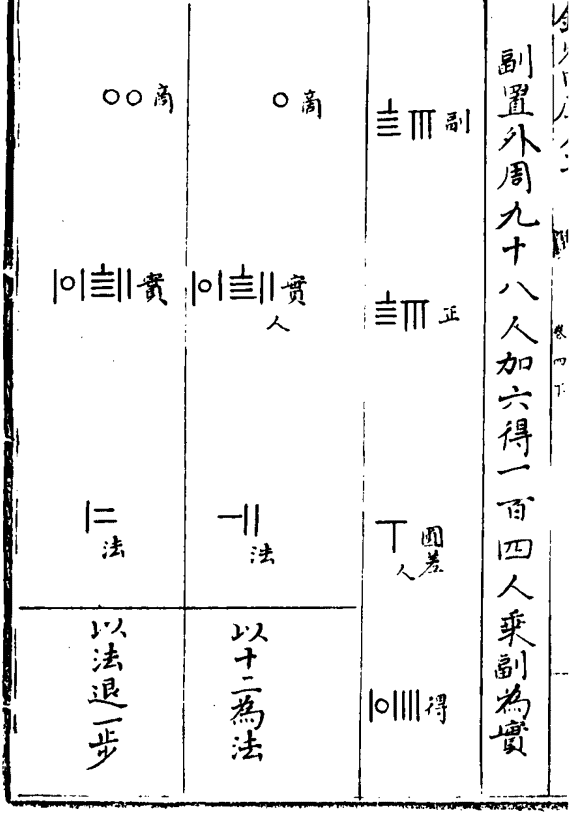
以密率徑法七因謀稱人立八尺得五百六十為法

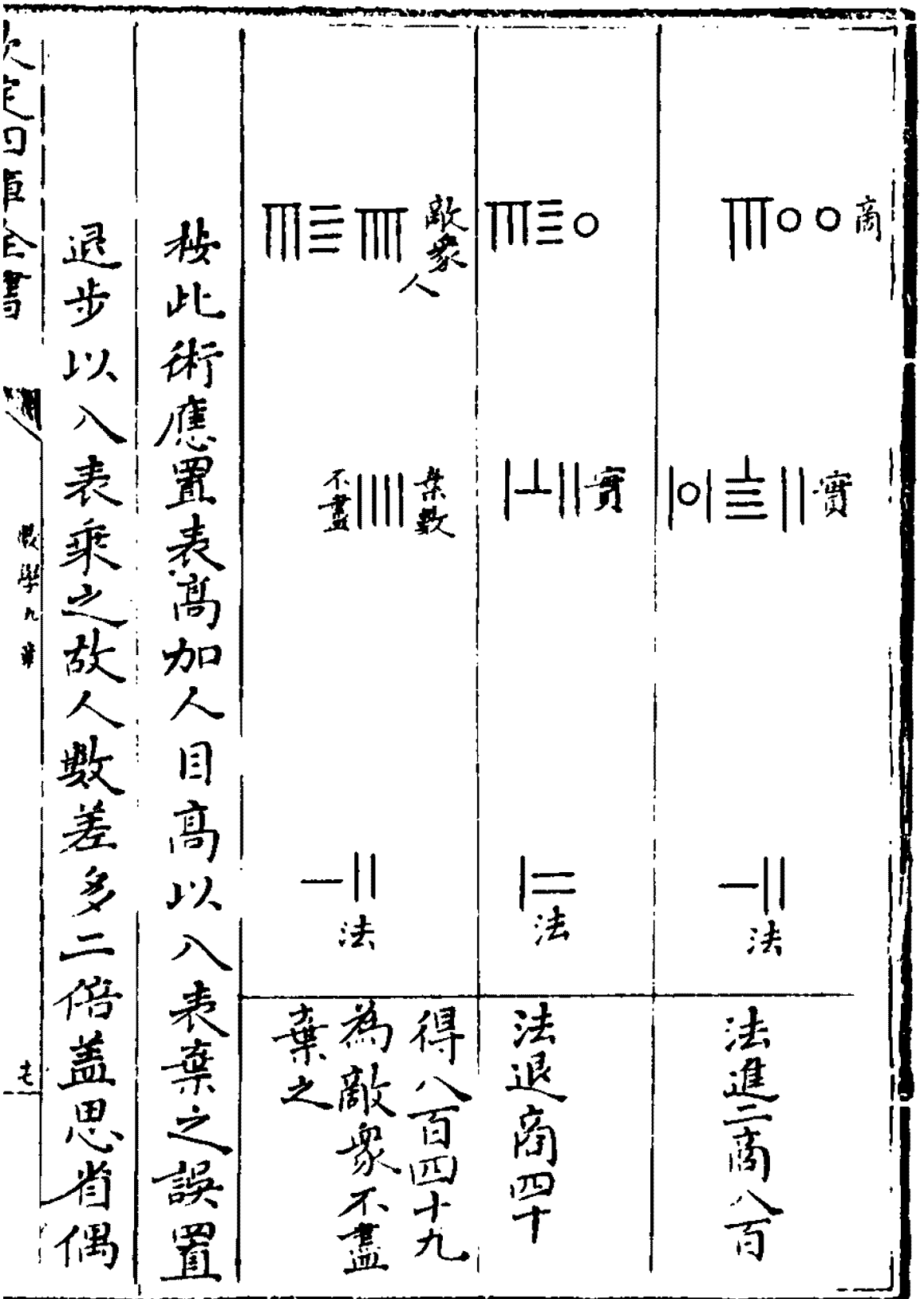




以法五百六十寸約實五萬五千寸得九十八人為外周人數不盡一百二十寸棄之

副置外周九十八人加六得一百四人乘副為實





按此術應置表高加人目高以八表棄之誤置退步以八表乘之故人數差多二倍蓋思省偶

未至耳至求人數先用密率次用東箭法亦未盡合題問今依其數各步於後

求營徑置表高八丈加人目高四尺八寸得八丈四尺八寸以入表八尺乘之得六萬七千八百四十寸以人目高除之得一千四丈一尺三寸又三分寸之一為營徑蓋以表高加人目高為大股營徑為大勾較人目高為小股入表為小勾較置大股以小勾較乘之以小股除之即

得大句較也

求人數用密率置徑為實倍每人占地八尺得一十六尺為法除實得八為外層數加最內一層得九為共層數餘一十三尺三寸又三分寸之一為最內徑以最內徑與最外徑即若徑相加以九層乘之折半得六百九十六尺為九層共徑數以密周率二十二乘之得一萬五千三百一十二尺為實以密率七乘每人占地八尺得

五十六尺為法除之得二百七十三人餘三尺又七分尺之三乘之此法應先求得內外圓周再求九層共周數今先求九層共徑數然後變為圓周其理一也

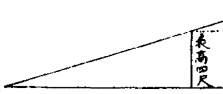
望敵遠近

問敵軍處北山下原不知相去遠近乃於平地立一表高四尺人退表九百步（步法五尺）遥望山原適與表端參合人目高四尺八欲之敵軍相去幾何

答曰一十二里半

術曰以句股求之重差入之置人目高以表高減之餘為法置退表乘表高為實實如法而一

望敵遠近圖



草曰置人目高四尺八寸減表高四尺餘八寸為法置退表九百步以步五十寸通之得四萬五千寸乘表高四十寸得一百八十萬寸為實如法八寸而一

得二十二萬五千寸以步法五十寸約之得四千五百步為相去步以里法三百六十步約之得一十二里半為敵去表所合問

表望浮圖

問有浮圖欹側欲換塔心未不知其高去塔六丈有刹竿亦不知其高竿本去地九尺二寸始釘鍋（按鍋原本作鈷今改正）鍋一十四枚枚長五寸每鍋下股相去二尺五寸就竿為表人退竿三丈遥望浮圖尖適與竿端斜

合又望相輪之本影鍋第七枚上股人目入去地四尺八寸心木放三尺為準按準原本作拙今改正卯剪截欲求塔高輪高合用塔心木長各幾何

答曰塔高一十一丈七尺　相輪高三丈　塔身高八丈七尺　竿高四丈二尺二寸　塔心木九丈內三尺為剪截穿鑿準卯

按塔高竿高二數合相輪高塔身高塔心木長三數俱誤相輪高四丈五尺塔身高七丈二尺

塔心木長七丈五尺説詳草後

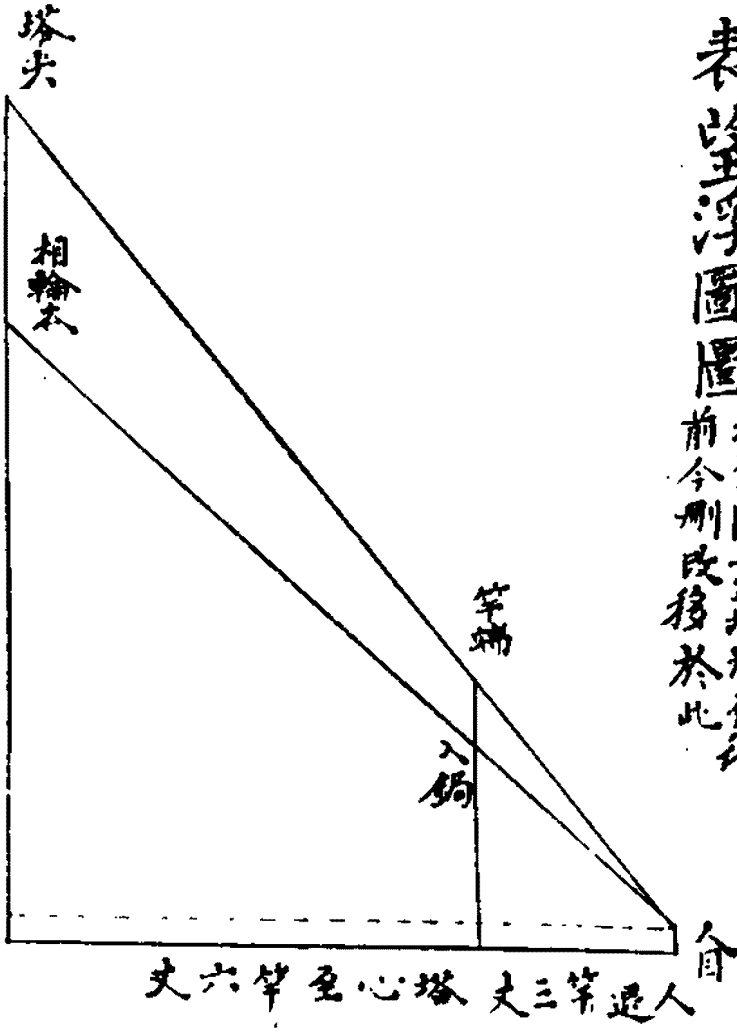
術曰以勾股求之重差入之置鍋數減一餘乘鍋相去數併一枚長數加竿本共為表竿高以退表為法以人目高減表竿高餘乘竿去塔為實實如法而一得數加表竿高共為塔高置相輪入本鍋數減一餘乘鍋相去又乘竿去塔為實實如法而一得相輪高

按求加入鍋人數法誤

以減塔高餘為塔身高以益準卵尺數為塔心木長

表望浮圖圖

按舊圖盡塔形在術前今刪改移於此



草曰置鍋一十四枚減一餘一十三以乘鍋相去二尺五寸得三百二十五寸併最上鍋一枚長五寸得三百三十寸又加竿本九尺二寸共得四百二十二尺為表竿高以人退表三丈通為三百寸為

法次以人目高四尺八寸減表竿高四百二十二寸餘三百七千四寸以乘竿去塔六丈得二十二萬四千四百寸為實實如法三百而一得七百四十八寸加表竿高四百二十二寸得一千一百七十寸以十約之為一十一丈七尺為塔高置相輪本入第七鍋減一餘六以乘鍋相去二尺五寸得一百五十寸又乘竿去塔六丈得九萬寸為實實如前法三百寸而一得三百寸約為三丈得相輪高 按不加入鍋即為相輪高誤 以

相輪高三丈減塔高一十一丈七尺餘八丈七尺為塔身高按此數及塔心末數皆因上數而誤益三尺為剪截準卯共得九丈為塔心末長合前問

按此皆大小形同式相求法也人目去塔為總句人目上塔尖高塔身皆為總股高相輪高為總股較人目去竿為分小句人目上竿高及相輪本入竿高俱為分小股相輪本入竿為小股較竿去塔為分大句術以竿去塔分大句與小

句股乘除得大股數加小股為總股故塔尖高數合以大句與小句小股較乘除得大股較數即為總股較故相輪高數少一小股較一丈五尺也塔身高塔心木長皆本此數加減而得故誤數相等

四庫全書

子部

數學九章卷五上　宋　秦九韶　撰

賦役

按賦役一章即古九章中差分粟米諸法但從來算書設題之數未有如此卷之多者如首題答數至一百七十五條每條步算之數至十餘位而得數皆無不合亦可謂能廣其用矣且諸問皆足以明貴賤廉稅及交質變易之同異使

公私各得其平誠治民之要務也但題語多晦
術草中間有與所問不相應者亦於各條下指
出俾觀者無惑焉

復邑修賦

問有海坍縣地今有復漲歲久鄉井再成申請初邑稱
土排到六鄉以附鄞為甲最遠為已各有田九等開
具下項

甲鄉共計田十四萬一百九十三畝三角一十二

步

上等上田五千六百七十八畝一角四十八步

中田四千八百九十二畝三十步　下田六

千六百二十一畝五十四步

中等上田八千二百二十五畝二十四步　中

田一萬三十五畝六步　下田一萬六千五百

三十畝

下等上田二萬一千九十畝二十四步　中田

三萬二千六十畝三步　下田三萬五千六十
一畝三角三步
乙鄉田共計八萬四千一十畝二角二步
上等上田六千七百八十九畝一角三十六步
中田五千九百八十七畝二角　下田八千
一十畝三角三步
中等上田七千五百四十一畝　中田九千一
百二十一畝二角一十二步　下田一萬九千

六十步

下等上田一萬八千三十七畝一角六步　中田九千四百五十六畝三角五十九步　下田無

丙鄉田共計一十二萬九百三十五畝五十八步五分

上等上田四千八百六十八畝二角三步　中田五千九百七十九畝三角六步　下田六千

八百八十八畝二角六步

中等上田七千九百八十四畝一角　中田一萬四千五十六畝一十二步　下田二萬三千三百三十三畝一十二步

下等上田二萬七千七百五十五畝一十六步五分　中田無　下田三萬七十畝三步

丁鄉田共計八萬九千六十六畝二步三分

上等上田一萬一千一百二畝一步　中田九

千八百七十六畝一角　下田八千七百六十五畝一角三十步

中等上田七千五百三十九畝三十四步三分

中田無　下田一萬二千九百八十七畝四十二步

下等上田無　中田五千四百三十二畝一角六步　下田三萬三千三百六十三畝三角九步

戊鄉田共計二十萬四千四百七十四畝一角二十四步四分

上等上田二萬四千六百三十二畝三十九步

中田一萬三千五百二十一畝二十七步

下田九千九百八十八畝三角三步

中等上田八千八百七十七畝五十六步四分

中田一萬一千三百三十三畝三角　下田二萬七千六十七畝

下等上田一萬九千八百七十六畝三角六步
中等田七萬九千一百三十五畝三角四十
三步　下田一萬四十一畝二角三十步
已鄉田共計一十五萬八千四百六十畝三角一
十八步二分
上等上田無　中田七千七百八十八畝三角
五十一步　下田無
中等上田九千九百九十九畝二角三步　中

田一萬八百三十六畝五十六步　下田無

下等上田三萬二千八十九畝一角四十五步

六分　中田四萬三千六百七十八畝二角五

十七步　下田五萬四千六十七畝三角四十

五步六分

照得昨來本縣原科苗米一十萬三千五百六十七

石八斗四升四合三勺和買一萬三千四百九十八

匹一丈七尺三寸七分六釐夏稅九千八百七十六

匹三丈二尺六寸五分八釐其六鄉田係三色甲為上乙丙為次丁戊已又為次先令官物為三差使上比中中比下皆十分外差一次令各鄉九等皆於十分內差一拋科用合租額其乙鄉田最肥次丁次甲次丙次已次戊欲知三色九等每畝等則及共科數各鄉幾何

按題內言田有三色甲為上云云又言乙鄉田最肥云云語若相左蓋前言三色者六鄉共科

之等後言田肥者每畝所出之異也若易田係三色為科有三差則語意明矣

答曰甲鄉上等上田苗三斗二升三合二勺　和一尺六寸九分　稅一尺二寸三分

中田苗二斗九升九勺　和一尺五寸二分　稅一尺一寸一分

下田苗二斗五升八合六勺　和一尺三寸五分　稅九寸九分

中等上田苗二斗二升六合二勺　和一尺一寸八分　稅八寸六分

中田苗一斗九升三合九勺　和一尺一分　稅七寸四分

下田苗一斗六升一合六勺　和八寸四分　稅六寸二分

下等上田苗一斗二升九合三勺　和六寸七分　稅四寸九分

中田苗九升六合九勺　和五寸一分
稅三寸七分
下田苗六升四合六勺　和三寸四分
稅二寸五分
乙鄉上等田苗三斗六升三合三勺　和一尺八寸九分　稅一尺三寸九分
中田苗三斗二升六合九勺　和一尺七寸　稅一尺二寸五分

下田苗二斗九升六勺　和一尺五寸二分　稅一尺一寸一分

中等上田苗二斗五升四合三勺　和一尺三寸三分　稅九寸七分

中田苗二斗一升八合　和一尺一寸四分　稅八寸三分

下田苗一斗八升一合六勺　和九寸五分　稅六寸九分

下等上田苗一斗四升五合三勺　和七寸六分　稅五寸五分

中田苗一斗九合　和五寸七分　稅四寸二分

下田苗七升二合七勺　和三寸八分　稅二寸八分

丙鄉上等上田苗三斗三合五勺　和一尺五寸八分　稅一尺一寸六分

中田苗二斗七升三合一勺　和一尺四寸二分　稅一尺四分

下田苗二斗四升二合八勺　和一尺二寸七分　稅九寸三分

中等上田苗二斗一升二合四勺　和一尺一寸一分　稅八寸一分

中田苗一斗八升二合一勺　和九寸五分　稅六寸九分

下田苗一斗五升一合七勺　和七寸九分　稅五寸八分

下等上田苗一斗二升一合四勺　和六寸三分　稅四寸六分

中田苗九升一合　和四寸七分　稅三寸五分

下田苗六升七勺　和三寸二分　稅二寸三分

丁鄉上等上田苗三斗四升三合二勺　和一尺七寸九分　稅一尺三寸一分

中田苗三斗八合九勺　和一尺六寸一分　稅一尺一寸八分

下田苗二斗七升四合六勺　和一尺四寸三分　稅一尺五分

中等上田苗二斗四升二勺　和一尺二寸五分　稅九寸二分

中田苗二斗五合九勺　和一尺七分
稅七寸九分
下田苗一斗七升一合六勺　和八寸九
分　稅六寸五分
下等上田苗一斗三升七合三勺　和七
寸二分　稅五寸二分
中田苗一斗三合　和五寸四分　稅三
寸九分

下田苗六升八合六勺　和三寸六分
稅二寸六分

戊鄉上等上田苗一斗五升三合八勺　和
八寸　稅五寸九分

中田苗一斗三升八合四勺　和七寸二
分　稅五寸三分

下田苗一斗二升三合一勺　和六寸四
分　稅四寸七分

中等上田苗一斗七合七勺　和五寸六分　稅四寸一分

中田苗九升二合三勺　和四寸八分　稅三寸五分

下田苗七升六合九勺　和四寸　稅二寸九分

下等上田苗六升一合五勺　和三寸二分　稅二寸三分

中田苗四升六合一勺　和二寸四分
稅一寸八分
下田苗三升八勺　和一寸六分　稅一
寸二分
已鄉上等上田苗二斗八升二合二勺　和
一尺四寸七分　稅一尺八分
中田苗二斗五升三合九勺　和一尺三
寸二分　稅九寸七分

下田苗二斗二升五合七勺　和一尺一寸八分　稅八寸六分

中等上田苗一斗九升七合五勺　和一尺三分　稅七寸五分

中田苗一斗六升九合三勺　和八寸八分　稅六寸五分

下田苗一斗四升一合一勺　和七寸四分　稅五寸四分

下等上田苗一斗一升二合九勺　和五寸九分　稅四寸三分

中田苗八升四合六勺　和四寸四分　稅三寸二分

下田苗五升六合四勺　和二寸九分　稅二寸二分

甲鄉苗米一萬九千五百五十石二斗四升八合三勺

和買一萬一百九十二丈二尺六寸五分

六釐

夏稅七千四百五十七丈六尺八寸九分

八釐

乙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五

升三合

和買九千二百六十五丈六尺九寸六分

夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分

丙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五
升三合
和買九千二百六十五丈六尺九寸六分
夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分
丁鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三
升
和買八千四百二十三丈三尺六寸
夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

戊鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升

和買八千四百二十三丈三尺六寸

夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

巳鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升

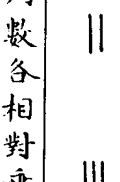
和買八千四百二十三丈三尺六寸

夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

術以衰分求之先列本縣色位自下錐行列之又以鄉數對列而乘之副併為法以除官物數得一分之率以率數乘未併者各得諸鄉之數次列各鄉等位自上等置十分每以內分錐行九折之至九等止又各以畝步乘之副併為鄉法以除諸各鄉所得官物數所得為一分之率以乘未併者各得每畝稅色

草曰列本縣色位三自下色例十分中十一分上此中身外加一上得一百二十一中得一百一十下得

一百為上中下三率列之右行乃列甲一對上率乙丙共二對中率丁戊已共三對下率列左行



乃以左行列數各相對乘右行率數其上得一百二十一其十得二百二十其下得三百乃副置而併之得六百四十一為法置元科苗米一萬三千五百六

十七石八斗四升四合三勺為寔以法除之得一百六十一石五斗七升二合三勺為一分之率以未併下率一百乘率得一萬六千一百五十七石二斗三升為丁戊巳三鄉各科數以於身下加一得一萬七千七百七十二石九斗五升三合為乙丙二鄉各科數又於身下加一得一萬九千五百五十石二斗四升八合三勺為甲合科數求和買亦用六百四十一為法置元科和買一萬三千四百九十八匹以匹法

四丈通之得五萬三千九百九十二丈内零一丈七尺三寸七分六釐得五萬三千九百九十三丈七尺三寸七分六釐為寔以法除之得八十四丈二尺三寸三分六釐為一分之率亦以未併下率一百乘之得八千四百二十三丈三尺六寸為丁戊巳三鄉各科數次於身下加一得九千二百六十五丈六尺九寸六分為乙丙二鄉各科數又於身下加一得一萬一百九十二丈二尺六寸五分六釐為甲鄉合科數

求夏稅亦置六百四十一為法置元科九千八百七十六匹以匹法四丈通之得三萬九千五百四丈內零三丈二尺六寸五分八釐得三萬九千五百七丈二尺六寸五分八釐為寔以法除之得六十一丈六尺三寸三分八釐為一分率亦以未併下率一百乘之得六千一百六十三丈三尺八寸為丁戊巳三鄉各科數次於身下加一得六千七百七十九丈七尺一寸八分為乙丙二鄉各科數又於身下加一得七

千四百五十七丈六尺八寸九分八釐為甲鄉數次列九等上以十次九八七六五四三二各對乘六鄉九等田畝其田畝下角步以畝法除之得分釐毫絲忽於畝上對乘之各得率

按題内云各鄉九等皆於十分内差一則是遞次九折也術内亦云列各鄉等位自上等置十分每以内分錐行九折之至九等止則其法當為遞次九折益明矣乃草中則云上以十次九

八七六五四三二則是遞次減一而非遞次九折矣以此得答數既與題問未合而術與草亦不相應也

甲上等上田率五萬六千七百八十四分五釐中田率四萬四千二十九分一釐二毫五絲下田率五萬二十九百六十九分八釐　中等上田率五萬七千五百七十五分七釐中田率六萬二百一十分一釐五毫下田率八萬二十六百五十分

下等上田率八萬四千三百六十分四釐中田率九萬六千一百八十分三毫七絲五忽下田率七萬一百二十三分五釐二毫五絲

乙上等上田率六萬七千八百九十四分中田率五萬三千八百八十七分五釐下田率六萬四千八十六分一釐　中等上田率五萬二千七百八十七分中田率五萬四千七百二十九分三釐下田率九萬五千三百三十分一釐二毫五絲　下

等上田率七萬二千一百四十九分一釐中田率
二萬八千三百七十分九釐八毫八絲下田無
丙上等上田率四萬八千六百八十五分一釐二
毫五絲中田率五萬三千八百一十七分九釐七
毫五絲下田率五萬五千一百八分二釐　中等
上田率五萬五千八百八十九分七釐五毫中田
率八萬四千三百三十六分三釐下田率一十一
萬六千六百六十五分二釐五毫　下等上田率

一十一萬一千二十分二釐七毫五絲中田無下田率六萬一百四十分二毫五絲

丁上等上田率一十一萬一千二十分五毫按五毫數誤應四釐一毫又三分毫之二中田率八萬八千八百八十六分二釐五毫下田率七萬一百二十三分　中等上田率五萬二千七百七十四分按尚有四忽餘中田無下田率六萬四千九百三十五分八釐七毫五絲

下等上田無中田率一萬六千二百九十六分八

蘼二毫五絲下田率六萬六千七百二十七分五
蘼七毫五絲

戊上等上田率二十四萬六千三百二十一分六
蘼二毫五絲中田率一十二萬一千六百九十分
一毫二絲五忽下田率七萬九千九百一十分一
蘼　中等上田率六萬二千一百四十分六蘼四
毫五絲中田率六萬八千二分五蘼下田率一十
三萬五千三百三十五分　下等上田率七萬九

千五百七分一籃中田率二十三萬七千四百七
分七籃八毫七絲五忽下田率二萬八十三分二
籃五毫
已上等上田無中田率七萬一百分六籃六毫二
絲五忽下田無　中等上田率六萬九千九百九
十六分五籃八毫七絲五忽中田率六萬五千一
十七分四籃一毫按四籃當下田無　下等上田率一
十二萬八千三百五十七分七籃六毫中田率一

十三萬一千三十六分二釐一毫二絲五忽下田
率一十萬八千一百三十五分八釐八毫
併六鄉之九率為九鄉之法　甲法六十萬四千八
百八十三分二釐三毫七絲五忽　乙法四十八萬
九千二百三十四分一釐一毫三絲　丙法五十八
萬五千六百六十二分九釐　丁法四十七萬七百
六十三分五釐七毫五絲按丁法差三釐餘一等尾數差故也　戊法
一百五萬三百九十八分二毫　己法五十七萬二

千六百四十四分五釐一毫二絲五忽（按多一毫五絲分多一毫）

故也以六鄉法各除諸鄉官物得一分之率（米至圭弟至忽）

止半已上收已下棄

甲鄉苗米三升二合三勺二抄一撮和買一寸六分八釐五毫四忽（按數多四忽）夏稅一寸二分三釐二毫八絲（按係九絲）

乙鄉苗米三升六合三勺二抄八撮和買一寸八分九釐三毫九絲二忽夏稅一寸三分八釐五毫

八絲按應七絲八忽

丙鄉苗米三升三勺四抄八撮按應六撮七圭餘和買一寸五分八釐二毫一絲夏稅一寸一分五釐七毫五絲按應六絲

丁鄉苗米三升四合三勺二抄一撮四圭按多四圭分數少三釐餘改也和買一寸七分八釐九毫三絲夏稅一寸三分九毫二絲三忽

戊鄉苗米一升五合三勺八抄二撮和買八分一

毫九絲二忽夏稅五分八釐六毫七絲七忽

已鄉苗米二升八合二勺一抄五撮一圭和買一寸四分七釐九絲六忽夏稅一寸七釐六毫三絲

各用鄉錐行數九八七六五四三二一各乘一分之率為各鄉每畝等則泛數或自上等上田之則以一分之率累減之亦得

甲鄉上等上田苗米三斗二升三合二勺一抄和買一尺六寸八分五釐四絲按多四絲因一分之率多四忽故也下同

此夏稅一尺二寸三分二釐八毫按少一毫同上　中田苗米二斗九升八勺八抄九撮按少一撮和買一尺五寸一分六釐五毫三絲六忽按多三絲六忽夏稅一尺一寸九釐五毫二絲按少九絲　下田苗米二斗五升八合五勺六抄八撮和買一尺三寸四分八釐三絲二忽按多三絲二忽夏稅九寸八分六釐二毫四絲按少八絲

中等上田苗米二斗二升六合二勺四抄七撮和買一尺一寸七分九釐五毫二絲八忽按多二絲八忽

夏稅八寸六分二釐九毫六絲按少七絲中田苗米一斗九升三合九勺二抄六撮和買一尺一寸一釐二絲四忽按多二絲四忽夏稅七寸三分九釐六毫八絲按少六絲下田苗米一斗六升一合六勺五撮和買八寸四分二釐五毫二絲按多二絲夏稅六寸一分六釐四毫按多五絲　下等上田苗米一斗二升九合二勺八抄四撮和買六寸七分四釐一絲六忽按多一絲六忽夏稅四寸九分三釐一毫二絲按少四絲中田苗米九

升六合九勺六抄三撮和買五寸五釐五毫一絲二忽（按多一絲二忽）夏稅三寸六分九釐八毫四絲（按少三絲）下田苗米六升四合六勺四抄二撮和買三寸三分七釐八忽（按多八忽）夏稅二寸四分六釐五毫六絲（按少二絲）

乙鄉上等上田苗米三斗六升三合二勺八抄和買一尺八寸九分三釐九毫二絲夏稅一尺三寸八分五釐八毫（按多二絲）中田苗米三斗二升六合九

勻五抄二撮和買一尺七寸四釐五毫二絲八忽
夏稅一尺二寸四分七釐二毫二絲按多一絲七忽下田
苗米二升六勻二抄四撮和買一尺五寸一分
五釐一毫三絲六忽夏稅一尺二寸八釐六毫
四絲按多一絲四忽　中等上田苗米二斗五升四合二
勻九抄六撮和買一尺三寸二分五釐七毫四絲
四忽夏稅九寸七分六絲按多一絲三忽　中田苗米二斗
一升七合九勻六抄八撮和買一尺一寸三分六

蘆三毫五絲二忽夏稅八寸三分一蘆四毫八絲（按多一絲一忽）下田苗米一斗八升一合六勺四抄和買九寸四分六蘆九毫六絲夏稅六寸九分二蘆九毫（按多一絲）下等上田苗米一斗四升五合三勺一抄二撮和買七寸五分七蘆五毫六絲八忽夏稅五寸五分四蘆三毫二絲（按多七忽）中田苗米一斗八合九勺八抄四撮和買五寸六分八蘆一毫七絲六忽夏稅四寸一分五蘆七毫四絲（按多五忽）下田苗

米七升二合六勺五抄六撮和買三寸七分八釐七毫八絲四忽夏稅二寸七分七釐一毫六絲按多四忽

丙鄉上等上田苗米三斗三合四勺八抄按多一抄三撮和買一尺五寸八分二釐一毫夏稅一尺一寸五分七釐五毫按少一毫六絲中田苗米二斗七升三合一勺三抄二撮按多一抄一撮和買一尺四寸二分三釐八毫九絲夏稅一尺四分一釐七毫五絲按少一毫下田

苗米二斗四升二合七勺八抄四撮按多一抄和買一尺二寸六分五釐六毫八絲夏稅九寸二分六釐按少九絲中等上田苗米二斗一升二合四勺三抄四撮按多七撮和買一尺一寸七釐四毫七絲夏稅八寸一分二毫五絲按多八絲中田苗米一斗八升二合八抄八撮按多八撮和買九寸四分九釐二毫六絲夏稅六寸九分四釐五毫按少七絲下田苗米一斗五升一合七勺四抄按多六撮和買七寸九分一釐五絲夏

稅五寸七分八釐七毫五絲按少六絲下等上田苗
米一斗二升一合三勺九抄二撮按多六撮和買六寸
三分二釐八毫四絲夏稅四寸六分三釐按少四絲中
田苗米九斗一合四抄四撮按多四撮和買四寸七分
四釐六毫三絲夏稅三寸四分七釐二毫按多八絲下
田苗米六升六勺九抄六撮按多三撮和買三寸一分
六釐四毫二絲夏稅二寸三分一釐五毫按少二絲
丁鄉上等上田苗米三斗四升三合二勺一抄四

撮按多四撮和買一尺七寸八分九氂三毫夏稅一尺三寸九氂二毫三絲中田苗米三斗八合八勺九抄二撮六圭按多三撮餘和買一尺六寸一分三毫七絲夏稅一尺一寸七分八氂三毫七忽下田苗米二斗七升四合五勺七抄一撮二圭按多三撮餘和買一尺四寸三分一氂四毫四絲夏稅一尺四分七氂三毫八絲四忽　中等上田苗米二斗四升二勺四抄九撮八圭按多二撮八圭和買一尺二寸五分二

蘴五毫一絲夏稅九寸一分六蘴四毫六絲一忽
中田苗米二斗五合九勺二抄八撮四圭按多二撮四圭
和買一尺七分三蘴五毫八絲夏稅七寸八分五
蘴五毫三絲八忽下田苗米一斗七升一合六勺
七撮按多二撮和買八寸九分四蘴六毫五絲夏稅六
寸五分四蘴六毫一絲五忽　下等上田苗米一
斗三升七合二勺八抄五撮六圭按多一撮六圭和買七
寸一分五蘴七毫二絲夏稅五寸二分三蘴六毫

九絲二忽中田苗米一斗二合九勺六抄四撮二圭（按多一撮二圭）和買五寸三分六釐七毫九絲夏稅三寸九分二釐七毫六絲九忽下田苗米六升八合六勺四抄二撮八圭（按多八圭）和買三寸五分七釐八毫六絲夏稅二寸六分一釐八毫四絲六忽

戊鄉上等上田苗米一斗五升三合八勺二抄和買八寸一釐九毫二絲夏稅五寸八分六釐七毫七絲中田苗米一斗三升八合四勺三抄八撮和

買七寸二分一釐七毫二絲八忽夏稅五寸二分八釐九絲三忽下田苗米一斗二升三合五抄六撮和買六寸四分一釐五毫三絲六忽夏稅四寸六分九釐四毫一絲六忽　中等上田苗米一斗七合六勺七抄四撮和買五寸六分一釐三毫四絲四忽夏稅四寸一分七毫三絲九忽中田苗米九升二合二勺九抄二撮和買四寸八分一釐一毫五絲二忽夏稅三寸五分二釐六絲二忽下田

苗米七升六合九勺一抄和買四寸九毫六絲夏
稅二寸九分三釐三毫八絲五忽　下等上田苗
米六升一合五勺二抄八撮和買三寸二分七毫
六絲八忽夏稅二寸三分四釐七毫八忽中田苗
米四升六合一勺四抄六撮和買二寸四分五毫
七絲六忽夏稅一寸七分六釐二絲一忽下田苗
米三升七勺六抄四撮和買一寸六分三毫八絲
四忽夏稅一寸一分七釐三毫五絲四忽

已鄉上等上田苗米二斗八升二合一勺五抄一撮和買一尺四寸七分九毫六絲夏稅一尺七分六釐三毫中田苗米二斗五升三合九勺三抄五撮九圭和買一尺三寸二分三釐八毫六絲四忽夏稅九寸六分八釐六毫七絲下田苗米二斗二升五合七勺二抄八圭和買一尺一寸七分六釐七毫六絲八忽夏稅八寸六分一釐四絲　中等上田苗米一斗九升七合五勺五撮七圭和買一

尺二分九釐六毫七絲二忽夏稅七寸五分三釐四毫一絲中田苗米一斗六升九合二勺九抄六圭和買八寸八分二釐五毫七絲六忽夏稅六寸四分五釐七毫八絲下田苗米一斗四升一合七抄五撮五圭和買七寸三分五釐四毫八絲夏稅五寸三分八釐一毫五絲　下等上田苗米一斗一升二合八勺六抄四圭和買五寸八分八釐三毫八絲四忽夏稅四寸三分五毫二絲中田苗米

八升四合六勺四抄五撮三圭和買四寸四分一
蠆二毫八絲八忽夏稅三寸二分二蠆八毫九絲
下田苗米五升六合四勺三抄二圭和買二寸九
分四蠆一毫九絲二忽夏稅二寸一分五蠆二毫
六絲

已上田則苗至勺絹至分收歸為等則定數答在前

按右各條下有不合之數者皆在寄零尾數至
答數收之勺及分以下俱不用故數無不合也

圓田租畝

問有圓復圓田已成共計三千二十一頃五十一畝一十五步分三等其上等每畝起租六斗中等四斗五升下等四斗中田多上田弱半不及下田太半欲知三色田畝及各租幾何

按題言中田多上田弱半不及下田太半蓋以弱半為三分之一太半為三分之二也多上田弱半者即比上田多三分之一也不及下田太

半者即比下田少三分之二也是上田加三分之一為中田即下田三分之一也轉言之則中田為下田三分之一上田為中田四分之三也

答曰上田四百七十七頃八畝一十五步米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺　中田六百三十六頃一十畝三角米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺　下田一千九百八頃三十二畝一角米七萬六千三百三

十二石九斗

術曰以衰分求之列母子求田率副併為法以共田為寔寔如法而一得一分之率以徧乘未併者得三等田各以起租乘之各得米

草曰置弱半母四為中率子三為上率以太半子二減母三餘一以乘中率四只得四為中泛又以餘一乘上率三只得三為上泛次以太半母三乘中泛四得一十二為下泛副併三泛得一十九為法置田三

千二十一頃五十一畝以畝法二百四十通之得七千二百五十一萬六千二百四十步内子一十五步得七千二百五十一萬六千二百五十五步為寔以法一十九除之得三百八十一萬六千六百四十五步為一分之數以上泛三因之得一千一百四十四萬九千九百三十五步為上積又以中泛四因之一分數得一千五百二十六萬六千五百八十步為中積又以下泛一十二乘一分數得四千五百七十九

萬九千七百四十步為下積其三積各以畝法二百四十約之為畝其上田得四百七十七頃八畝一十五步其中田得六百三十六頃一十畝三角其下積得一千九百八頃三十二畝一角各以起租三積為三寔其上積一千一百四十四萬九千九百三十五步乘上積六斗得六百八十六萬九千九百六十一石為寔以畝法二百四十除之得二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺為上田租其中積一千

五百二十六萬六千五百八十步乘中田租四斗五升得六百八十六萬九千九百六十一石為寔以畝法二百四十除之得二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺其下積四千五百七十九萬九千七百四十步乘下租四斗得一千八百三十一萬九千八百九十六石為寔以畝法二百四十除之得七萬六千三百三十二石九斗為下田米

按草内求各衰數意謂以三分為上田衰數加

弱半三分之一得四分為中田衰數三因中田衰數得一十二分為下田衰數併之得一十九分為總衰數其法本屬顯明但語中參入母子副泛等名目其意反晦矣

數學九章 卷五上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷五下

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷五下　宋　秦九韶　撰

賦役

戶稅移割

問某縣據甲稱本戶田地原納苗三十五石七斗和買本色一十一匹二丈二尺九寸四分八釐七毫五絲折帛二十七匹二寸一分三釐七毫五絲紬絹折帛八匹三丈九寸七寸三分九釐紬絹本色二十匹二

丈八尺九寸三分九釐已將田四百七畝出與乙五百十六畝出與丙訖乞移割本户所出田上稅賦歸併乙丙兩户送納會到乙原有田三百七十五畝兩原有田四百六十三畝並係本鄉本等每畝苗三升五合稅一尺一寸五分物力一貫二百本等田紬一尺三寸四分物力九百物力及三十二貫數和買一匹内三分本色七分折帛夏稅七分本色三分折帛紬五分本色五分折帛併絹紬欲知甲田地及甲乙

丙分割合納苗米和買夏稅折帛本色畸零各幾何

按此題科稅分田地二項田有科米稅絹物力三色地只有稅紬物力二色絹與紬折色不同物力和買合田地總計之又甲戶有田者地乙丙二戶有田無地此等皆不可不明言者題中殊未分晰

答曰甲原有田一千二十畝　地一十一畝二角四十八步

甲今有田九十七畝　苗米三石三斗九升
五合夏稅折帛三丈三尺四寸六分五釐本
色一匹畸零三丈八尺八分五釐物力一百
一十六貫四百文　地一十一畝二角四十
八步稅絁折帛七尺八寸三分九釐稅絁畸
零七尺八寸三分九釐物力一十貫五百三
十文田地共物力一百二十六貫九百三十
文和買折帛二匹三丈一尺六分三釐七毫

五絲本色一疋畸零七尺五寸九分八釐七毫五絲

乙今有田七百八十二畝苗米二十七石三斗七升夏稅折帛六匹二丈九尺七寸九分本色一十五匹畸零二丈九尺五寸一分物力九百三十八貫四百文和買折帛二十匹二丈一尺一寸本色八匹畸零三丈一尺九寸

丙今有田九百七十九畝苗米三十四石二斗六升五合夏稅折帛八匹一丈七尺七寸五分五釐本色一十九匹畸零二丈八尺九分五釐物力一千一百七十四貫八百文和買折帛二十五匹二丈七尺九寸五分本色一十一匹畸零五十五分

術曰以粟米及衰分求之置甲原納米為實以每畝苗為法除之得甲原有田以乘每畝稅得田絹次以

甲紬絹本色折帛併之内減田絹餘為地紬以每紬約之得甲原有地次以甲出田併乙丙原有田各得三戶今有田地各以等則乘之各得物力苗稅次以每畝物力率約各戶共物力得和買副之三分因之退位為和本七分因之退位為和折夏稅反其分而因之退之紬以半之併入稅各得

草曰置甲原納米三十五石七斗為實以每畝苗三升五合為法除之得一千二十畝為甲原有田以乘

每畝稅一尺一寸五分得一百一十七丈三尺為絹積尺次以甲原納絹紬折帛八匹三丈九尺七寸三分九釐併紬絹本色二十匹二丈八尺九寸三分九釐得二十九匹二丈八尺六寸七分八釐以匹法四丈通匹數內零丈得一百一十八丈八尺六寸七分八釐內減田絹積丈尺一百一十七丈三尺餘一丈五尺六寸七分八釐為甲地紬以每畝紬一尺三寸四分納之得一十一畝七分其畝下七分倍之得一

百四十身下加二得一百六十八步以六十步納之得二角零四十八步得一十一畝二角四十八步為甲原有地乃以甲所出四百七畝及五百一十六畝併得九百二十三畝減原有一千二十畝餘九十七畝為甲今有田併原地（按三字誤蓋地一十一畝餘不在田一千二十畝之內也）次以甲出田四百七畝併乙原有田三百七十五畝共得七百八十二畝為乙今有田次以甲所出田五百一十六畝併丙原有田四百六十三畝共得九百

七十九畝為丙今有田各列三戶今有田地數於右行副之先以每畝苗三升五合偏乘右行甲得三石三斗九升五合乙得二十七石三斗七升兩得三十四石二斗六升五合為本戶苗米次以每畝稅一尺一寸五分偏乘左副行甲得一十一丈一尺五寸五分乙得八十九丈九尺三寸丙得一百一十二丈五尺八寸五分各為丈積各列二位皆以三分因頭位七分因下位併退一位即是自下三七折之又各以

四大約大積成匹其甲得三大三尺四寸六分五釐為夏稅折帛又得一匹三大分尺八分五釐為夏稅本色其一得六匹二大九尺七寸九分為夏稅折帛又得一十五匹二大九尺五寸一分為夏稅本色其丙得八匹一大七尺七寸五分五釐為夏稅折帛得一十九匹二大分尺九分五釐為夏稅本色次以田力一貫二百偏乘右副行併以地物力乘甲原地及納甲得一百一十六貫四百乙得九百三十八貫四

百丙得一千一百七十四貫八百各為田物力其甲又置一十一畝七分以乘地細一尺三寸四分得一丈五尺六寸七分八釐為甲地細半之得七尺八寸三分九釐各為折細本色又以甲地乘物力九百得一十貫五百三十為甲地乘力併田物力一百一十六貫四百共得一百二十六貫九百三十文為甲物力列甲乙丙三戶共物力各為貫皆以物力和買率三十二貫為法除之甲得三匹九分六釐六毫五絲

六忽二微五塵乙得二十九匹三分二釐五毫丙得三十六匹七分一釐二毫五絲各為和買率亦各列二位各以七三折之其頭位七折者為和買折帛下位三折者為和買本色折訖其甲得二匹七分七釐六毫五絲九忽三微七塵五沙為和買折帛率又得一匹一分八釐九毫九絲六忽八微七塵五沙為和買本色率乙得二十匹五分二釐七毫五絲為和買折帛率又得八匹七分九釐七毫五絲為和買本色

率丙得二十五匹六分九釐八毫七絲五忽為和買折帛率又得一十一匹一釐三毫七絲五忽為和買本色率各率除端匹外乃以定下分毫皆以四因之收為丈尺寸分甲得和買折帛二匹三丈一尺六分三釐七毫五絲本色一匹七尺五寸九分八釐七毫五絲乙得和買折帛二十匹二丈一尺一寸本色八匹三丈一尺九寸丙得和買折帛二十五匹二丈七尺九寸五分本色一十一匹五寸五分為各戶和買

數及分本色下畸零數合問

均科綿稅

問縣科綿有五等户共一萬一千三十三户共科綿八萬八千三百三十七兩六錢上等一十二户副等八十七户中等四百六十四户次等二千三十五户下等八千四百三十五户欲令上三等折半差下二等此中等六四折差科率求之問各户納及各等幾何

按題言下二等比中等六四折差是次等為中

等六分之四下等又為次等六分之四也乃術草中省以十分之四收之是四分折差而非四六折差矣集中題與術不相應者多類此豈成書之後未能重加校正歟

答曰上等一户一百二十四兩一十二户計一千四百八十八兩

副等一户六十二兩八十七户計五千三百九十四兩

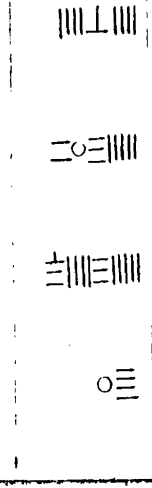
中等一户三十一兩四百六十四户計一萬四千三百八十四兩

次等一户一十二兩四錢二千三十五户計二萬五千二百三十四兩

下等一户四兩九錢六分八千四百三十五户計四萬一千八百三十七兩六錢

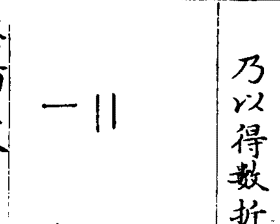
術曰列五等户數先以四折下等數加次等户又以四折之加中等户數却以半折之加二等户又以半

折之加上等戶數不折便為法除科綿得上等一戶之綿復半之為副等又半之為中等又四折之為次等又四折之為下等各一戶綿却各以戶數乘之各得五等共出綿具圖折之

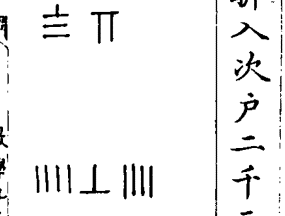


草曰先置下等戶八千四百三十五以四折之得三

千三百七十四



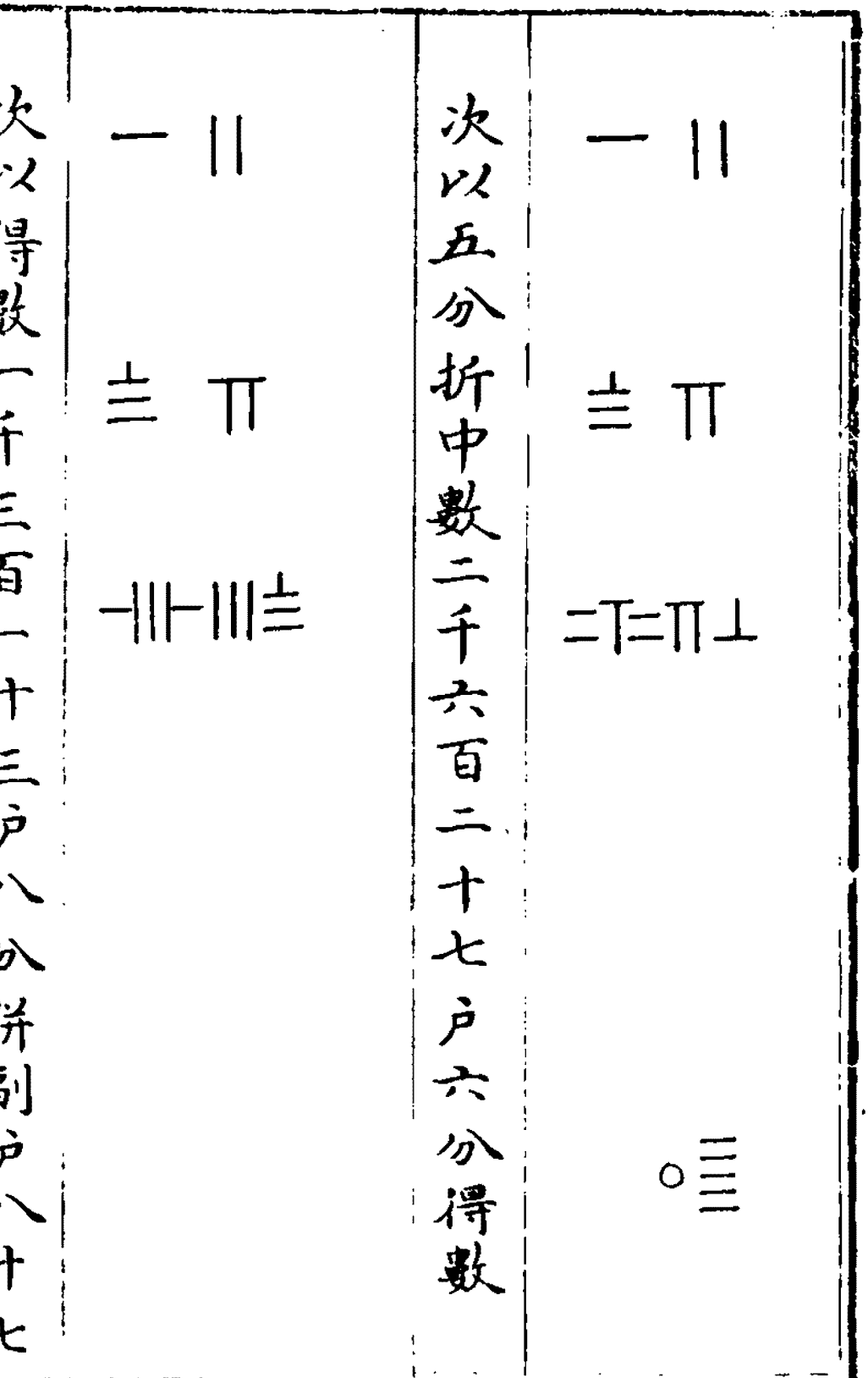
乃以得數折入次戶二千三十五內得五千四百九戶記



又以四折次數五千四百九戶得二千一百六十三戶六分



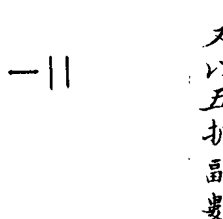
乃以得次數併入中戶四百六十四內共得二千六百二十七戶六分



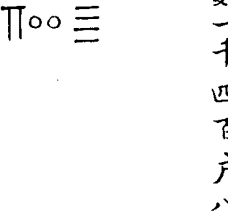
次以五分折中數二千六百二十七戶六分得數

次以得數一千三百一十三戶八分併副戶八十七

得一千四百戶八分



又以五折副數一千四百戶八分得七百戶四分既得數



乃以副數七百戶四分併上戶一十二戶得七百一十二戶四分不折便以為法

為法

累折至等共得七百一十二戶四分以為總法乃置科綿八萬八千三百三十七兩六錢為實法法七百一十二戶四分而一得一百二十四兩為上等一戶

所出綿以五折之得六十二兩為副等一戶所出綿又五折之得三十一兩為副等一戶所出綿乃以四折之得一十二兩四錢為次等一戶所出綿又以四折之得四兩九錢六分為下等一戶所出綿乃以各等戶數各乘一戶所出即各得每等共數之綿

均定勸分

問欲勸糶賑濟據甲民戶物力畝步排定共計一百六十二戶作九等上等三戶第二等五戶第三等七戶

第四等八戶第五等十三戶第六等二十一戶第七等二十六戶第八等三十四戶第九等四十五戶今先觀諭第一等上戶願糶五千石第九等戶願糶二百石欲知各等拋差石數併數認米數各幾何

答曰認該米二十三萬七千六百石

上等一戶米五千石三戶計一萬五千石

二等一戶米四千四百石五戶計二萬二千

石

三等一戶米三千八百石七戶計二萬六千六百石

四等一戶米三千二百石八戶計二萬五千六百石

五等一戶米二千六百石一十三戶計三萬三千八百石

六等一戶米二千石二十一戶計四萬二千石

七等一戶米一千四百石三十六戶計三萬六千四百石

八等一戶米八百石三十四戶計二萬七千二百石

九等一戶米二百石四十五戶計九千石

術曰以衰分求之置上下戶米減餘為實列等數減一餘為法除之得抛差石數以差累減上等米各得諸等米以各等戶乘之併之為總數

草曰置上等戶米五千石減下等戶二百石餘四千八百石為實以九等減一餘八為法除實得六百石為每等拋差用減上等餘四千四百石為二等米又減六百得三千八百石為三等米又減六百得三千二百石為四等米又減六百得二千六百石為五等米又減六百得二千石為六等米又減六百得一千四百石為七等米又減六百得八百石為八等米又減六百得二百石為九等米又各乘戶數併之得總

認米石數二十三萬七千六百石合問

均定合解按原本此問無題今增

問州郡合解諸司窠名錢户部九十六萬五千四百二十一貫文總所六十四萬三千六百一十四貫文運司一萬六千九十貫三百五十文今諸窠名先催到九千二百五十三貫六百二十文欲照原額分數均定椿收候解合各幾何

答曰户部五千四百九十七貫二百文　總所三

千六百六十四貫八百文　運司九十一貫六百二十文

術曰以衰分求之置諸原率可約約之副併為法以准到錢乘未併者各為實實如法而一合問

草曰列戶部九十六萬五千四百二十一貫總所六十四萬三千六百一十四貫運司一萬六千九十貫三百五十文各為原率今原率可約求等得一萬六千九十貫三百五十為等數俱約之戶部得六十總

所得四十運司得一各為率副併得一百一為法以
催到錢九千二百五十三貫六百二十文乘未併數
六十四十及一畢得五十五萬五千二百一十七貫
二百文為戶部之實三十七萬一百四十四貫八百
文為總所之實九千二百五十三貫六百二十文為
運司之實三實皆如法一百一而一其戶部得五千
四百九十七貫二百文總所得三千六百六十四貫
八百文運司得九十一貫六百二十各為佚解錢

按此法今名和數比列即用合解為率亦可增一約分取其數簡也

寬減屯租

問屯租欲議寬減仍聽以夏麥折納分數官牛種者與減二分私牛種者與減四分每歲租穀以三分之一許夏折二麥內四分大六分小折色每大麥三石折小麥二石小麥二石折穀三石五斗屯租舊額官種一石納租五石私種一石納租三石今某州屯田去

年計官私種共九千七百八十二石共合收租穀三萬九千五百八十六石欲知官私種各數原額今減合催成年夏麥秋穀幾何

按此題有官私共種數租數有種一石租數求各種數租數古謂之差分今謂之和較比例折色亦差分也今謂之和數比例大小麥與穀相易古謂之異乘同乘今謂之和率比例

答曰請官種五千一百二十石私出種四千六百

六十二石　原租額共三萬九千五百八十六石官種二萬五千六百石私種一萬三千九百八十六石　今減一萬七百一十四石四斗官種五千一百二十石私種五千五百九十四石四斗　合催二萬八千八百七十一石六斗

官種租二萬四百八十石　一分折麥計穀六千八百二十六石六斗六升零三分升之

二　四分折大麥二千三百四十石五斗七升七分升之一係折穀二千七百三十石六斗六升三分升之二　六分折小麥二千三百四十石五斗七升七分升之一係折穀四千九十六石二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升之一

私種租八千三百九十一石六斗　一分折麥計穀二千七百九十七石二斗　四分折

大麥九百五十九石四升係折穀一千一百一十八石八斗八升　六分折小麥九百五十九石四升係折穀一千六百七十八石三斗二升　二分正色穀五千五百九十四石四斗

成年共收夏折穀按即官種私種一分折穀共數九千六百二十三石八斗六升三分升之二　大麥三千二百九十九石六斗一升七分升之一

小麥三千二百九十九石六斗一升七分升之一　秋正穀一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一

術曰以粟米求之豆易入之列共租共種各以租種率數依本色對之先以各種率互乘諸租驗租數之少者以乘共種得數覆減共租餘為實以二租數相減餘為官種法實如法而一得官種以減共種餘為私種各以租率對乘官私種各得官私種所納租次

以減分對乘各納租乃得各減數以減所納餘為合
催租乃分別之先以總折分子乘之各為實並以總
分母除之各得折色正色數次置折色數二位用夏
折大小麥乘之各得與每折諸率如雁翅列常以多
一事者相乘為實以少一事者相乘為法各得所折
大小麥其正色數如故為併本色得成年夏折二麥
秋收正穀

草曰列共租三萬九千五百八十六石併共種九千

七百八十二石次各以官種一石納租五石私種實石納租三石各為率對租種本色列之先以種率各一石互乘租數只得共穀次驗租數率三石係少者以乘共種九千七百八十二石得二萬九千三百四十六石為種覆減共租餘一萬二百四十石為種實以租率三減租率五餘二石係官租者為官種法除種實得五千一百二十石為官種以減共種九千七百八十二餘四千六百六十二石為私出種以官租

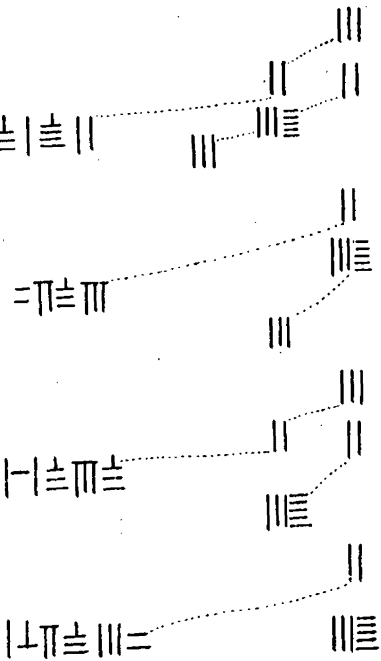
率五石私租率三石各對乘官私種得二萬五千六百石為官租所納租得一萬三千九百八十六石為私種所納租併之得原額租次列官牛種與減二分私斗種與減四分各對乘所納租數得五千一百二十石為官種減租數得五千五百九十四石四斗為私種減租數併之得一萬七百一十四石四斗為今減數乃以官種減租五千一百二十石減官種租二萬五千六百餘二萬四百八十石為合催次以私種

減租五千五百九十四石四斗減私種租一萬三千九百八十六石餘八千三百九十一石六斗亦是合催租乃以二等合催租分列之先以每歲三分之一以子一減分母三得二乃以一及二皆為子各乘各催租其官種者一分租得二萬四百八十石二分租得四萬九百六十石其私種者一分租得八千三百九十一石六斗二分租得一萬六千七百八十三石二斗並為實此四實並如母三而一其官種一分折

得六千八百二十六石六斗六升零三分升之二及二分正色穀得一萬三千六百五十三石三斗三升三分升之一其私種一分折色得二千七百九十七石二斗二分正色穀得五千五百九十四石四斗次置官私種各一分折色數各二位乃用夏折四分大六分小對乘之通係四位乃並四六得一十分約之是並退一位其官種四分大參者置折穀六千八百二十六石六斗六升三分升之二通分內子得二萬

四百八十列二位頭位以四分折之得八千一百九十二石為大麥實下位以六分折之得一萬二千二百八十八石為小麥實次置私種折穀二千七百九十七石二斗列二位頭位以四分折之得一千一百一十八石八斗八升為大麥率下位以六分折之得一千六百七十八石三斗二升為小麥率其圖如後次列折色每大麥三石折小麥二石小麥二石折穀三石五斗為諸率與大小麥實率四數如雁翅列之

其六分折小麥勿置大麥折率有母者列母



官種者先以大麥率三乘小麥率二得六又乘穀實八千一百九十二石得四萬九千一百二十五石為大麥實乃以小麥率二乘穀率三石五斗得七石又乘母得二十一石為法除實得二千三百四十石五斗七升七分升之一為官種折大麥數仍以母三約本實八千一百九十二石得二千七百三十石六斗六升三分升之二為所折上得大麥穀數次以小麥折二乘穀實一萬二千二百八十八石得二萬四千

五百七十六石為小麥實乃以穀率三石五斗乘母三得十石五斗為法除實得二千三百四十石五斗七升七分升之一為官種折小麥穀仍以母三約本實一萬二千二百八十八石得四千九十六石為所折上得小麥穀數私種者先以大麥三乘小麥率二得六又乘穀數一千一百一十八石八斗八升得六千七百一十三石二斗八升為實乃以小麥率二乘穀率三石五斗得七石為法除之得九百五十九石

四升為私種折大麥數次以小麥率二乘穀率一千六百七十八石三斗二升得三千三百五十六石六斗四升為實以穀率三石五斗為法除之得九百五十九石四升為私種穀折小麥數次以官種四分大麥二千三百四十石五斗七升七分升之一併私種四分大麥九百五十九石四升得三千二百九十九石六斗一升七分升之一為成年夏折大麥數次以官種六分小麥二千三百四十石五斗七分七分升

之一併私種六分小麥九百五十九石四升得三千二百九十九石六斗一升七分升之一為成年夏折小麥數次以官種二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升三分升之一併私種正色穀五千五百九十四石四斗得一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一合問

戶稅均寬

問州郡寬恤近將某縣下三等稅戶秋科餘欠錢米已

與蠲放共錢一千三百五十五貫七百六文米五千二百七十二石一斗九升某本縣下三等物力計三萬七千六百五十八貫五百文今來官員陳述本縣多有樂輸無欠之戶今蒙蠲放稅尾似反寬潤頑輸之戶於理未均遂議將樂輸三等戶於明年兩稅與照昨來體例減免契勘得三等無欠戶物力二十二萬八百一十五貫三百二十一文欲知每百文合減免錢米及共減各幾何

答曰每物力一百文放錢三文六分放米一升四合明年兩稅放免錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五釐六毫米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四抄

術曰以粟米衰分求之置原物力為法除原放錢米得每百文物力所放錢米率以各率乘今來物力各得錢米為明年兩稅合放數

草曰以原物力三萬七千六百五十八貫五百文為

法先除原放錢一千三百五十五貫七百六文定法百文上得一文為商除得三文六分為物力百文所放錢率次除原放米五千二百七十二石一斗九升得一升四合為物力百文所放米率以今三等戶物力二十二萬八千一十五貫三百二十一文徧乘所放錢米二率得錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五釐六毫得米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四抄為明年兩稅合放數

米穀粒分

問開倉受納有甲戶米一千五百三十四石到廊驗得米內夾穀乃於樣內取米一捻數計二百五十四粒內有穀二十八顆凡粒米率每勺三百今欲知米內雜穀多少以折米數科責及粒各幾何

答曰米一千三百六十四石八斗九升七合六勺

一百二十七分勺之四十八穀一百六十九

石一斗二合三勺一百二十七分勺之七十

九　合折米八十四石五斗五升一合一勺一百二十七分勺之一百三　原米折米共計四十三億四千八百三十四萬六千四百五十六粒

術曰以粟米求之衰从入之置粟米粒數為法以常穀顆數減之餘與穀為列衰可約約之以共米乘列衰為各實實如法而一各得米數穀數置穀數以粟率折之為穀所折米次以勺率遍乘米數折米得粒

數

草曰置一捻様粒數二百五十四為法以帶穀二十八顆為穀衰以減法餘二百二十六為米衰此二衰與法皆可約求等得二俱以約之法得一百二十七米衰得一百一十三穀衰得一十四以米米一千五百三十四石遍乘二衰得一十七萬三千三百四十二石為米實得二萬一千四百七十六石為穀實皆如法一百二十七而一米得一千三百六十四石八

斗九升七合六勺一百二十七分勺之四十八穀得一百六十九石一斗二合三勺一百二十七分勺之七十九以粟率五十折之得八十四石五斗五升一合一勺一百二十七分勺之一百三為穀折納米數併二米得一千四百四十九石四斗四升八合八勺一百二十七分勺之二十四先通分納子一十八萬四千八十石以勺率三百粒乘之得五千五百二十二億四千萬粒為實以母一百二十七除之得四十

十億四千八百三十四萬六千四百五十六粒不盡八十八棄之合問

數學九章卷五下

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數學九章卷六上下

詳校官欽天監博士臣古之雄

霍甚堂郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷六上　宋　秦九韶　撰

錢穀

課糴

問差人五路和糴據浙西平江府石價三十五貫文一百三十五合至鎮江水脚錢每石九百文安吉州石價二十九貫五百文一百一十合至鎮江水脚錢每石一貫二百文江西隆興府石價二十八貫一百文

一百一十五合至建康水脚錢每石一貫七百文吉州石價二十五貫八百五十文一百二十合至建康水脚錢每石二貫九百文湖南潭州石價二十七貫三百文一百一十八合至鄂州水脚錢每石一貫七百文按算中係二貫一百文此此訛其錢並十七界官會其米並用文思院斛交量細數欲皆以官斛計石錢相比貴賤幾何文思院斛每斗八十三合

答曰文思院斛石錢安吉州二十三貫一百六十

四丈一十一分丈之六平江府二十二貫七
十一丈二十七分丈之二十三隆興府二十
一貫五百七丈二十三分丈之一十九潭州
二十貫六百七十九丈五十九分丈之四十
九換三十九減四十九吉州一十九貫八百八十五丈
十二分丈之五

術曰以粟米互換求之置石價併水脚乘石數又乘
官斗合數為實各如本州合數而一各得官解石錢

以課貴賤

草曰置安吉州石價二十九貫五百文平江石價三十五貫文隆興石價二十八貫一百文吉州石價二十五貫八百五十文潭州石價二十七貫三百文列右行次置水脚安吉一貫二百文平江九百文隆興一貫七百文吉州二貫九百文潭州二貫一百文列左行各對本州石價以兩行數併之得數安吉三十貫七百文平江三十五貫九百隆興二十九貫八百

潭州二十九貫四百吉州二十八貫七百五十仍於右行次以文思院官斗八十三合遍乘之安吉州得二千五百四十八貫一百文平江府得二千九百七十九貫七百文江西隆興得二千四百七十三貫四百文湖南潭州得二千四百四十貫二百文江南吉州得二千三百八十六貫二百五十文各為實於右得次列安吉斗一百一十合平江斗一百三十五合隆興斗一百一十五合潭州斗一百一十八合吉州

斗一百二十合於左行為法以對除右行之實安吉得二十三貫一百六十四文一十一分之六平江得二十三貫七十一文二十七分文之二十三除興得二十一貫五百七文二十三分文之一十九潭州得二十貫六百七十九文五十九文分之四十九按三十九訛四十九吉州得一十九貫八百八十五文一十二分文之五相課石價其安吉州最貴平江次之隆興又次之潭州又次之吉州最賤

折解輕齎

問有甲乙丙丁四郡各合起上供銀絹甲郡銀三千二百兩每兩二貫二百文足絹六萬四十匹每匹二貫文足去京一千里每擔一里傭錢六文足其時舊會每貫五十四文足乙郡銀二千七百兩每兩二貫三百文足絹四萬九千二百匹每匹二貫四百二十文足云京九百八十里每擔一里傭錢四文二分足舊會價五十九文足丙郡銀四千兩每兩新會九貫三

百文絹七萬三千六百匹每匹新會一十貫三百文去京二千里每擔一里傭錢八十文舊會丁郡銀二千六百兩每兩五十一貫文舊會絹三萬二千三十五匹每匹五十八貫文舊會去京一千五百里每擔一里傭錢一百文舊會諸郡銀每五百兩絹每六十匹新會每五千貫為擔欲並折新會均作三限起解求各郡每限及本色原理折解實用寬餘傭錢各新會幾何

按此題貫數分三項其一足數每千文為一貫其一舊會數如甲以五十四文為一貫乙以五十九文為一貫是也其一新會數為舊會數之五倍如甲以二百七十文為一貫乙以二百九十五文為一貫是也四郡或言足數或言舊會數新會數並折新會數傭錢原以銀五百兩或絹六十匹各為一攩今皆折新會數以五千貫為一攩故有寬餘錢數題語多未詳而併為一

擔句尤混略為分析而術草之意大概可見矣

答曰甲郡合解五十萬一百四十八貫一百四十八文初限一十六萬六千七百一十六貫四十九文次限一十六萬六千七百一十六貫四十九文末限一十六萬六千七百一十六貫五十文傭錢原理二萬三千八百四十五貫九百二十五文二十七分文之二十五實用二十二百二十二貫八百七十七文二十

七分文之二十一寬餘二萬一千六百二十三貫四十八文二十七分文之四

乙郡合解四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文初限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文初限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文末限一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文傭錢原理一萬一千五百一十六貫四百二十八文

五十九分文之二十八實用一千一百八十五貫一十文二百九十五分文之五寬餘一萬三百三十一貫四百一十八文五十九分文之二十七（按實用分子五十就為五寬餘分子一十八就為二十七）

丙郡合解七十九萬五千二百八十貫文初限二十六萬五千九十三貫三百三十三文次限二十六萬五千九十三貫三百三十三文末限二十六萬五千九十三貫三百三十

四文傭錢原理三萬九千五百九貫三百三十三文三分文之一實用五千八十九貫七百九十二文寬餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文三分文之一

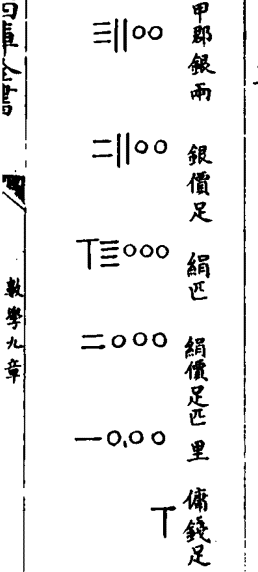
丁郡合解三十九萬八千一百二十六貫文初限一十三萬二千七百八貫六百六十六文次限一十三萬二千七百八貫六百六十六文末限一十三萬二千七百八貫六百六

十八文　傭錢原理一萬四千一百七十三貫五百文實用二千三百八十八貫七百五十六文寬餘一萬一千七百八十四貫七百四十四文按傭錢原理六千就為四千寬餘三千就為一千

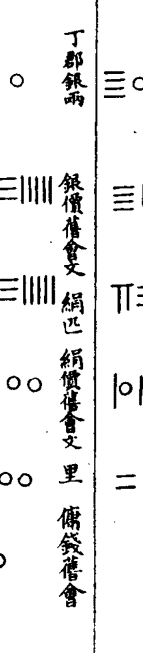
衍曰以均輸求之置各郡銀絹乘各價併之歸足原展足為舊會次以五約舊會為新會各得合解錢以限數除之得每限錢不盡併歸末限次置里數乘每里傭價為率以率乘原銀及原絹各為傭實以每擔

銀絹率各為法實如法而一不滿者亦為擔併之為原理傭錢次以率乘合解錢為實乃以錢物每擔率為法實如法而一各得實用傭錢以減原理傭錢餘為寬餘傭錢合問

數圖



乙郎銀兩　銀價足文　絹匹　絹價足文　里　傭錢舊會　舊會陌



丙郎銀兩　銀價新會文　絹匹　絹價新會文　里　傭錢舊會

丁郎銀兩　銀價舊會文　絹匹　絹價舊會文　里　傭錢舊會

草曰置各郡銀絹乘各價甲郡銀三千二百兩乙郡銀二千七百兩郡銀四千兩丁郡銀二千六百兩貫於右行甲郡銀兩價二貫二百足乙郡銀兩價二貫三百足丙郡銀兩價九貫三百新會丁郡銀兩價五十一貫舊會於左行對乘之甲得七千四十貫足乙得六千二百一十貫足丙得三萬七千二百貫新會丁得十三萬二千六百貫舊會又列置各郡絹甲六萬四千匹乙四萬九千二百匹丙七萬三十六百匹

丁三萬二千三十五匹於右行各郡絹匹價甲二貫足乙二貫四百二十足丙新會十貫三百丁五十八貫舊會於左行亦對乘之甲得一十二萬八千貫足乙得一十一萬九千六十四貫足丙得七十五萬八千八十貫新會丁得一百八十五萬八千三十貫舊會乃併各郡銀絹價甲共一十三萬五千四十貫足乙共一十二萬五千二百七十四貫足丙共七十九萬五千二百八十貫新會丁共一百九十九萬六百

三十貫舊會甲以舊會價五十四文展足錢得二百五十萬七百四十貫七百四十文乙以舊會價五十九文展足錢得二百一十二萬三千二百八十八貫一百三十六文丙係新會丁係舊會今甲乙丁俱以五除之皆為新會甲得五十萬一百四十八貫一百四十八文乙得四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文丙得七十九萬五千二百八十貫文丁得三十九萬八千一百二十六貫各為合解錢以限數

三除之甲得一十六萬六千七百一十六貫四十九文為初限次限數不盡一文增入次限數內共得一十六萬六千七百一十六貫五十文為末限數乙得一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文為初限次限數不盡一文增入得一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文為末限數丙得二十六萬五千九十三貫三百三十三文為初限次限數不盡一文增入得二十六萬五千九十三貫三百三十四文

為未限數丁積一十三萬二千七百八貫六百六十六文為初限次限數不盡二文增入得一十三萬二千七百八貫六百六十八文為未限數各以里數乘傭錢各為率置甲郡一千里乙郡九百八十里丙郡二千里丁郡一千五百里於右行次置甲郡傭錢六文足乙郡傭錢四文二分足丙郡傭錢八十文積會丁郡傭錢一百積會於左行與右行對乘之甲得率六貫足乙得率四貫一百一十六足丙得率一百六

十貫舊丁得率一百五十貫舊於右行以率乘原銀數各為傭實次置甲原銀三千二百兩乙銀二千七百兩丙銀四千丁銀二千六百兩於左行與右行對乘之甲得一萬九千二百貫乙得一萬一千一百一十三貫二百文丙得六十四萬貫舊丁得三十九萬貫舊皆銀傭置於右行次置甲乙丙丁每丁率銀五百兩為法遍除左行甲得三十八貫四百足乙得二十二貫二百二十六文四分足丙得一千二百八十

貫舊丁得七百八十貫舊為各郡銀傭錢列實寄別行次置甲原絹六萬四千匹乙絹四萬九千二百匹丙絹七萬三千六百匹丁絹三萬二千三十五匹為左行與右行各率對乘之甲得三十八萬四千貫足乙得二十萬二千五百七貫二百足丙得一千一百七十七萬六千貫舊丁得四百八十萬五千二百五十貫各為絹傭實次以四郡每擔絹率六十匹為法除之甲得六千四百貫足乙得三千三百七十五貫

一百二十足丙得一十九萬六千二百六十六貫六百六十六文三分文之二舊丁得八萬八十七貫五百舊為各郡絹傭錢併入寄別行甲得六千四百三十八貫四百足乙得三千三百九十七貫三百四十六文四分足丙得一十九萬七千五百四十六貫六百六十六文三分文之二舊丁得八萬八百六十七貫五百舊列右行其甲舊舍僦五十四文五因之得二百七十文足乙舊舍僦五十九文亦五因之得二

百九十五文丙以五丁亦以五於左行以對約右行皆為新會甲得二萬三千八百四十五貫九百二十五文二十七分文之二十五乙得一萬一千五百一十六貫四百二十八文五十九分文之二十八丙得三萬九千五百九貫三百三十三文三分文之一丁得一萬六千一百七十三貫五百文並新會係四郡原傭價錢次以原四郡率對乘四郡合解新會各為實其甲率六貫足乘甲合解錢五十萬一百四十八

貫一百四十八文得三十億八十八萬八千八百八十貫其乙率四貫一百一十六足乘乙合解錢四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文得一十七億四千七百八十九萬七百九十二貫七百三十二文足其丙率一百六十貫舊乘丙合解錢七十九萬五千二百八十貫得一千二百七十二億四千四百八十萬貫舊其丁率一百五十貫舊乘丁合解錢三十九萬八千一百二十六貫得五百九十七億一千

八百九十萬貫舊各為實乃以每擔率五千貫為法而一甲得六百貫一百七十七文足不盡三千八百八十貫文乙得三百四十九貫五百七十八文足不盡七百九十二貫七百三十二文丙得二萬五千四百四十八貫九百六十文舊會丁得一萬一千九百四十三貫七百八十文舊會為各郡實用甲以二百七十文約乙以二百九十五文約丙丁皆五約為新會甲二千二百二十二貫八百七十七文不盡二百

一十文乙一千一百八十五貫一十文不盡五百丙五千八十九貫七百九十二文丁二千三百八十八貫七百五十六文各減原理甲餘二萬一千六百二十三貫四十八文乙餘一萬三百三十一貫四百一十八文丙餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文丁餘一萬一千七百八十四貫七百四十四文合問

（按此訣一）

兩行對乘





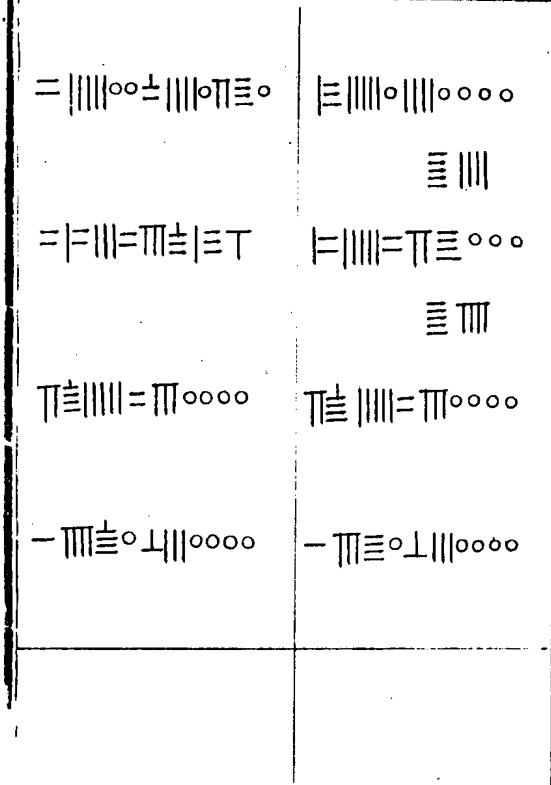
得四郎銀價為寄行

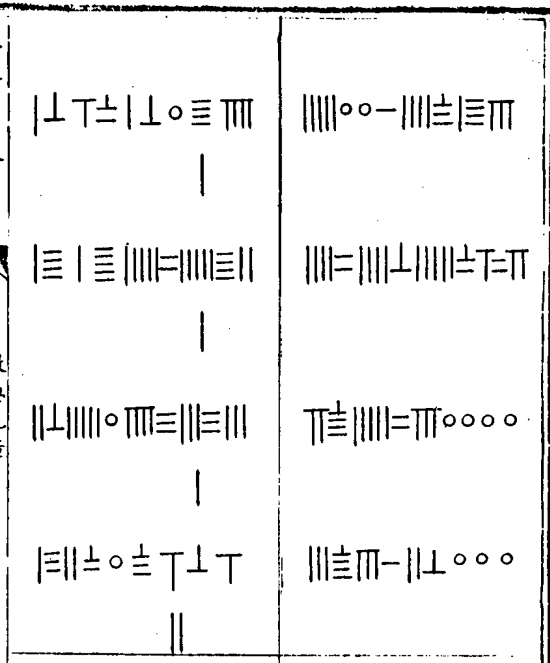




得四郡絹價併前寄行

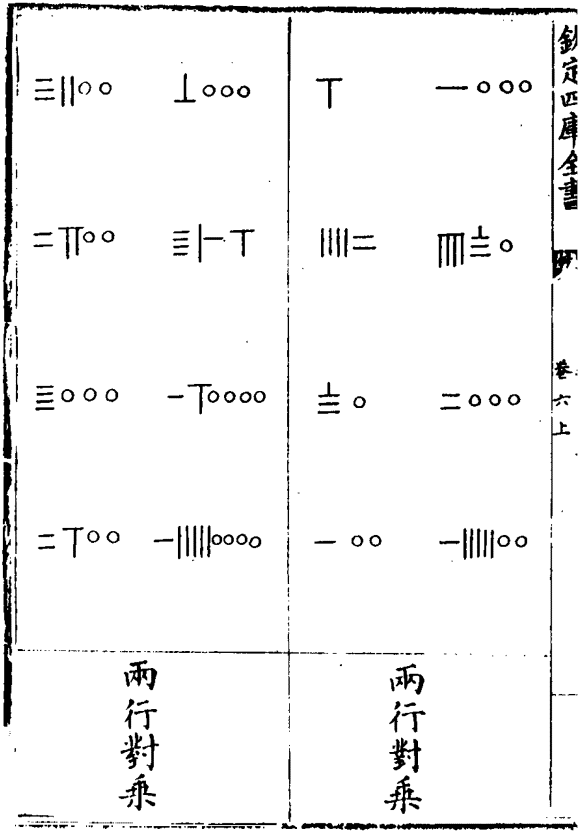
兩行亦對乘





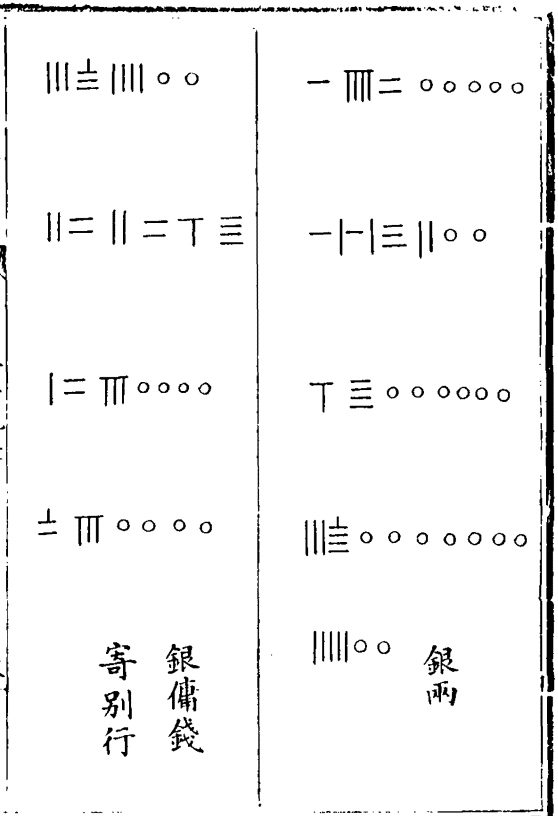
四郎合解新會各以三限約之

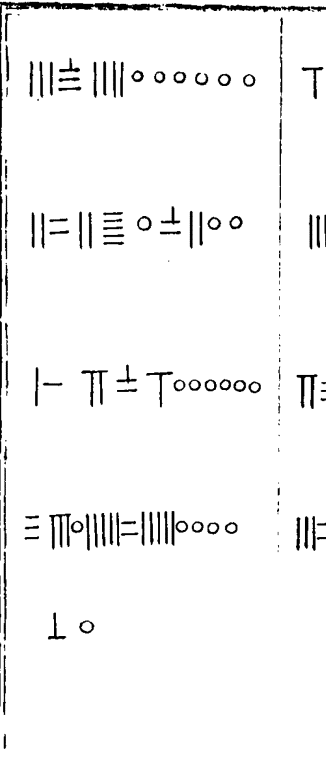
得三限錢



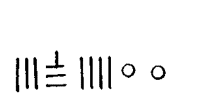
兩行對乘

兩行對乘

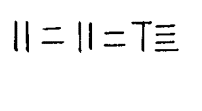

銀兩
銀備錢
寄別行



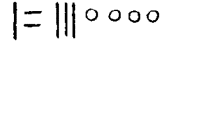
兩行對乘



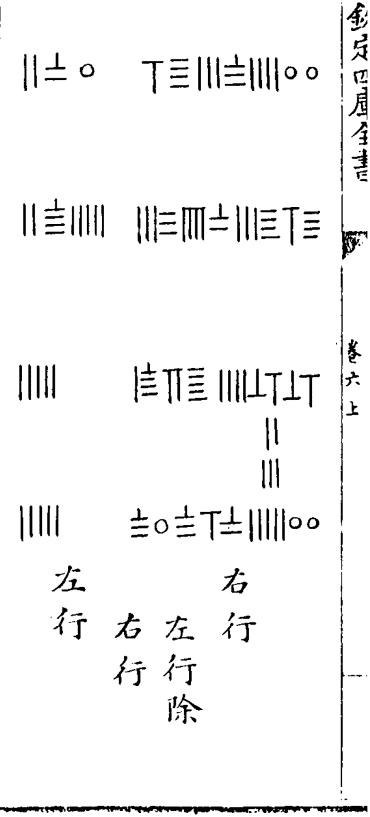
絹傭錢



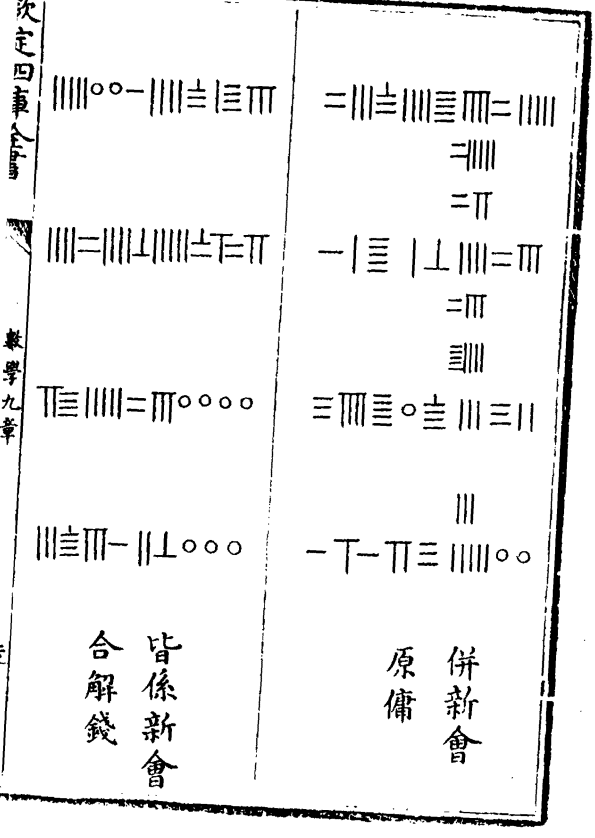
兩行併之



銀傭錢

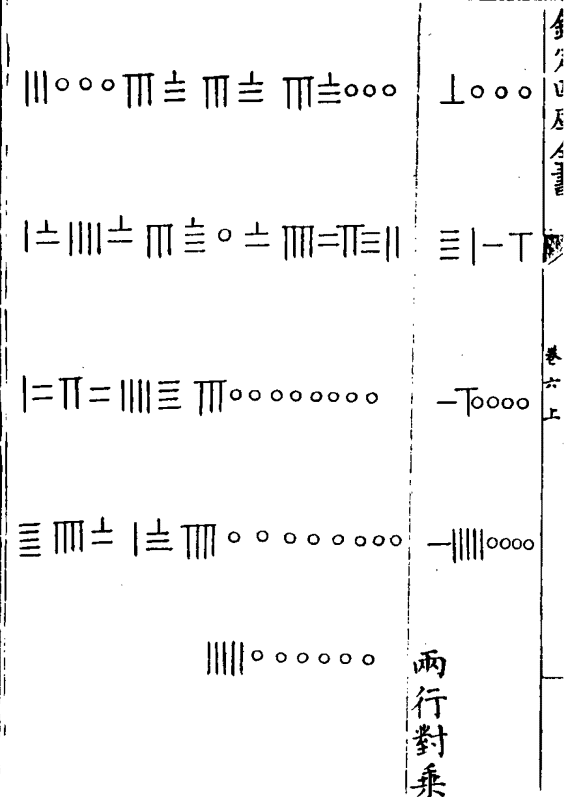


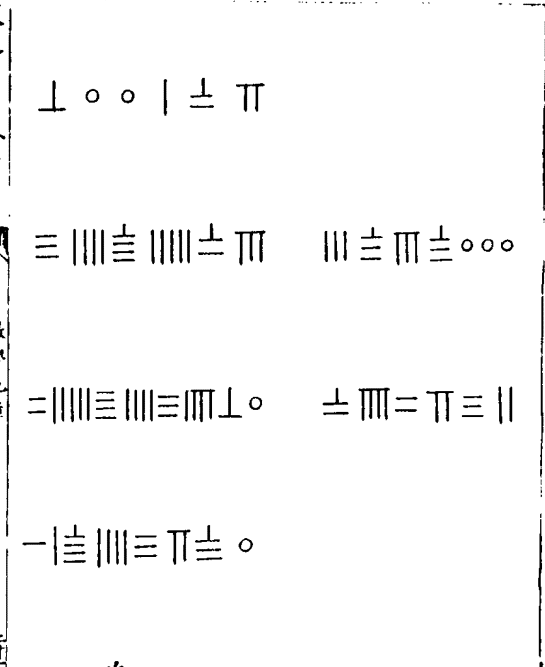
今欲變右行足錢積會皆為新會故以五遍乘甲陌五十四得二百七十乙陌五十九得二百九十五



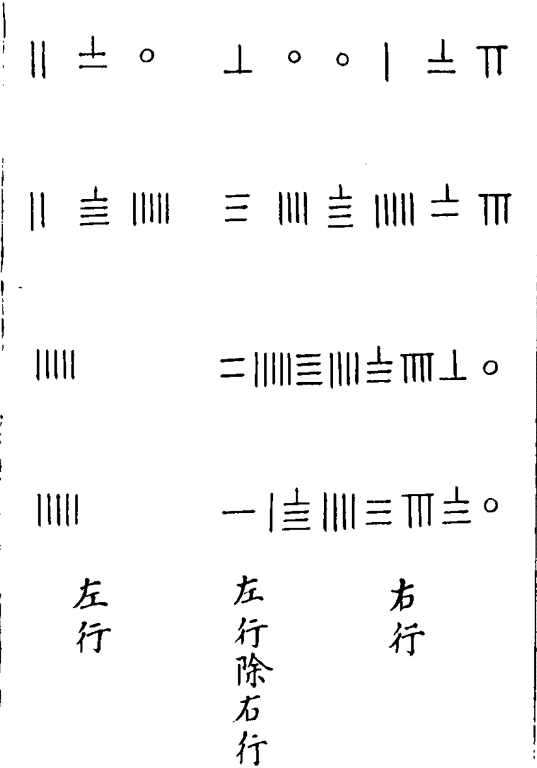
併新會原傭

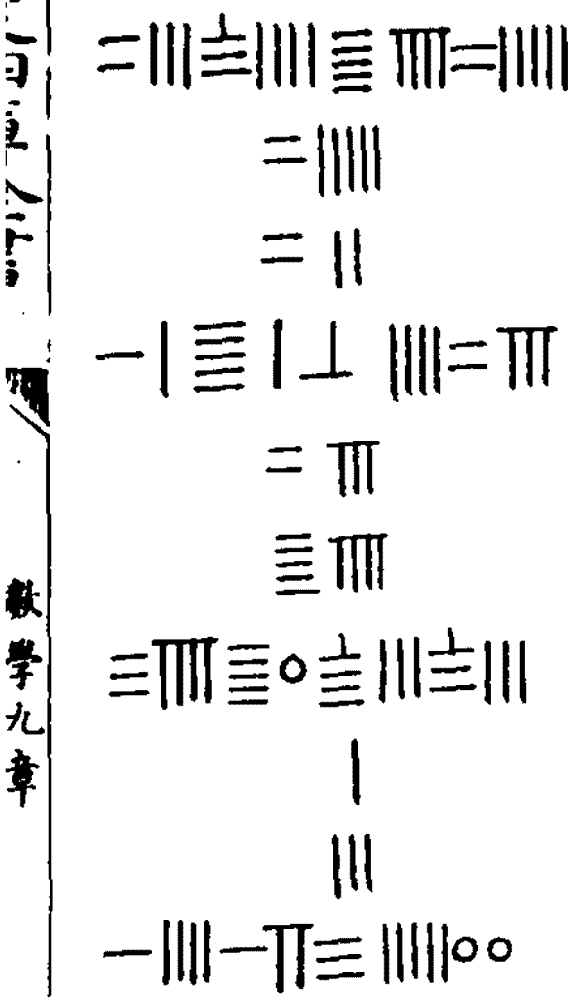
皆係新會合解錢


兩行對乘



其甲乙有不盡者不滿擔不計傭錢所得各約為新借


右行
左行除右行
左行



實用新會傭錢

兩行相減

原理新會傭錢



按右數實用傭錢內第二層乙條下子數𠀤訛𠀧原理傭錢內末層丁條左第二數丁訛𠀧寬餘傭錢內第二層乙條下子數𠀧訛二末層丁條

左第二數川訖一餘數俱合

數學九章卷六上

欽定四庫全書

數學九章卷六下　宋　秦九韶　撰

錢穀

僦直推原

問房廊數内一戶日納一百五十六文八分足為準揑
揮未曾經減者減三分已曾經減三分者減二分已
曾經減二分者更減二分今本戶累經減者欲知原
額房錢幾何

答曰原額三百五十文

術曰以衰分求之列一十分兩行各三位列減分對減右行以餘者相乘為法以左行原列相乘得納錢為實實如法而一得原額錢

草曰列一十三位於左行又列一十分三位於右行其右上減去初減三分右中減去次減二分右下減去更減二分右行餘七八八以相乘得四百四十八為法乃以左行三位一十分相乘得一千為乘率以

乘見日納錢一百五十六文八分得一百五十六貫八百文為實實如法而一得三百五十文為本戶原額戶錢

減三分　一〇分　一〇分

減二分　一〇分　一〇分

減一分　一〇分　一〇分

右行

左行



右行相乘為法



左行相乘為圓率



法



以圓率乘見納數



乘率



見納文

得原額〇文


實〇〇文



法

推求本息

問三庫息例萬貫以上一釐千貫以上二釐五毫百貫以上三釐甲庫本四十九萬三千八百貫乙庫本三十七萬三百貫丙庫本二十四萬六千八百貫今三

庫共約到息錢二萬五千六百四十四貫二百文其
典率甲反錐差乙方錐差丙蒺藜差欲知原典三例
本息各幾何

按此即衰分題也其差有反錐方錐蒺藜之名
蓋以一二三遞減如立錐為反錐以一四九平
方遞加為方錐以一三六三數遞加為蒺藜是
必古有其名也至以各差求各本則因各本原
依各差入之也

答曰甲庫共納息九千五十三貫文一釐息二千四百六十九貫文二釐半息四千一百一十五貫文三釐息二千四百六十九貫文

乙庫共納息一萬五十一貫文一釐息二百六十四貫五百文二釐半息二千六百四十五貫文三釐息七千一百四十一貫五百文

丙庫共納息六千五百四十貫二百文一釐息二百四十六貫八百文二釐半息一千八

百五十一貫文三釐息四千四百四十二貫四百文

衍曰置諸庫諸色之差照釐率為三行縱併之為約率橫命之為乘率以約率各約自庫之本各得以遍乘未併乘率然後各以釐率橫乘之次以縱併之為各庫共息

草曰置甲庫反錐差自下置三二一於右行次置乙庫方錐差自上置一四九於中行次置丙庫蔡差自上置一三六於左行各為三庫上中下三等乘率

乃縱併甲差三二一得六為甲約率縱併乙差一四九得一十四為乙約率縱併丙差一三六得一十為丙約率直命九位數各為上中下乘率乃先以約率各約自庫之本乃以甲約率六約甲本四十九萬三千八百貫得八萬二千三百貫為甲得次以乙約率一十四約乙本三十七萬三百貫得二萬六千四百五十貫為乙得次以丙約率一十約丙本二十四萬六千八百貫得二萬四千六百八十貫為丙得以各

得乘未併乘率其甲所得八萬二千三百貫乘反錐乘率三二一得二十四萬六千九百貫為上率得一十六萬四千六百貫為中率得八萬二千三百貫為下率其乙所得二萬六千四百五十貫以乘方錐差一四九得二萬六千四百五十貫為上率得一十萬五千八百貫為中率得二十三萬八千五十貫為下率其丙所得二萬四千六百八十貫以乘蔗蓼差一三六得二萬四千六百八十貫以乘蔗蓼七萬四千

四十貫為中率得一十四萬八千八十貫為下率然後各以息釐數乘各庫三乘此是變文為庫其甲以一釐乘上率二十四萬六千九百貫得二千四百六十九貫為上息以二釐五毫乘中率一十六萬四千六百貫得四千一百一十五貫為中息以三釐乘下率八萬二千三百貫得二千四百六十九貫為下息併上中下三息得九千五十三貫文為甲庫共息其乙庫以一釐乘上率二萬六千四百五十貫得二百六十四

貫五百文為上息以二釐五毫乘中率一十萬五千八百貫得二千六百四十五貫為中息以三釐乘下率二十三萬八千五十貫得七千一百四十一貫五百為下息併上中下三息得一萬五十一貫文為乙庫共息其丙庫以一釐乘上率二萬四千六百八十貫得二百四十六貫八百為上息以二釐五毫乘中率七萬四千四十貫得一千八百五十一貫為中息以三釐乘下率一十四萬八千八十貫得四千四百

四十二貫四百文為下息併上中下三息得六千五百四十貫二百文為丙庫共息併三庫共息得二萬五千六百四十四貫二百文為總息

甲庫反雖差 ||| 乘率 || 乘率 | 乘率 併此行得六

乙庫反雖差 | |||| 又 併此行得二十四

丁庫反恭差 | ||| 丁 併此行得二十

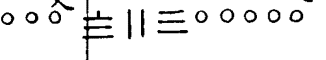
上 中 下

甲約率 丁

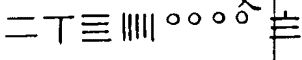
乙約率 ||||

丙約率 一〇

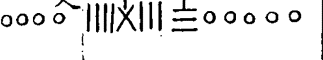
甲得文



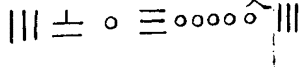
乙得文



甲本文



乙本文



甲約

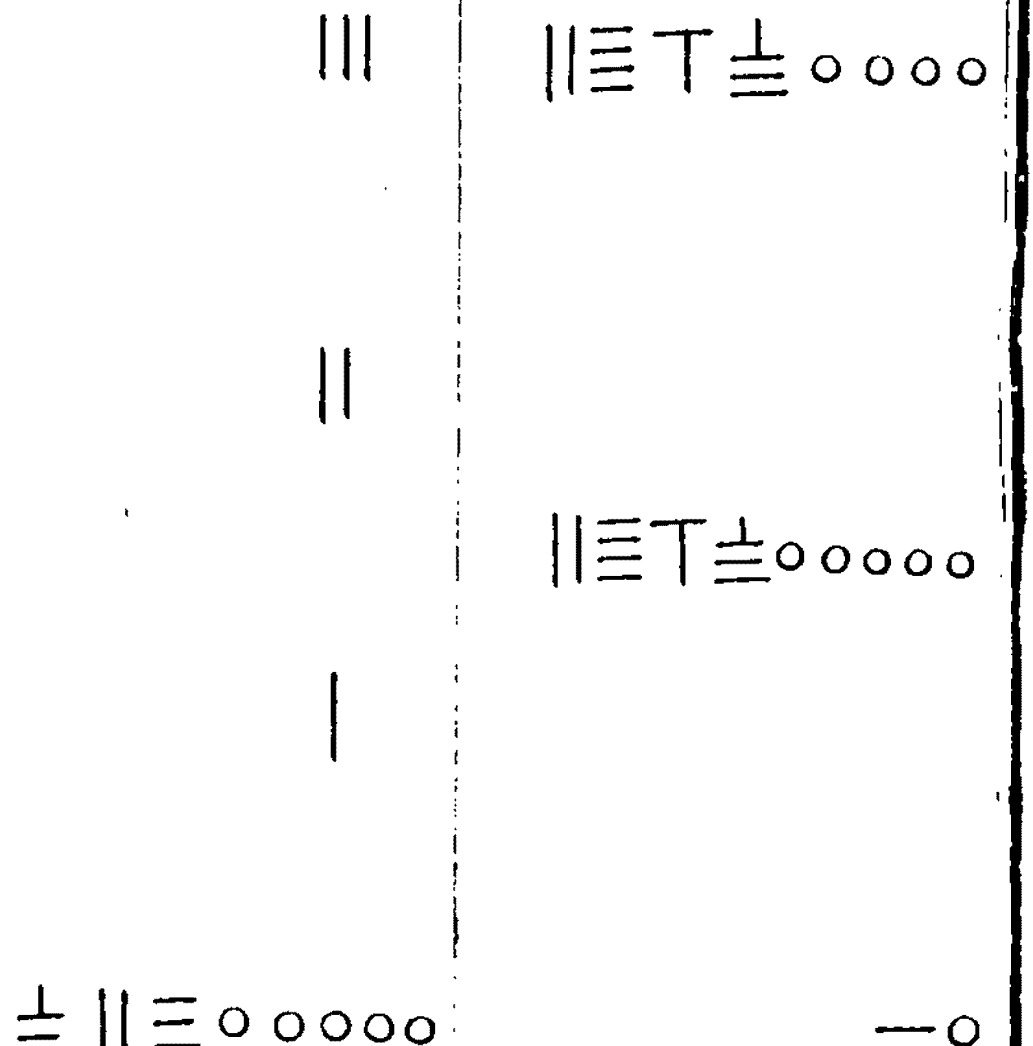


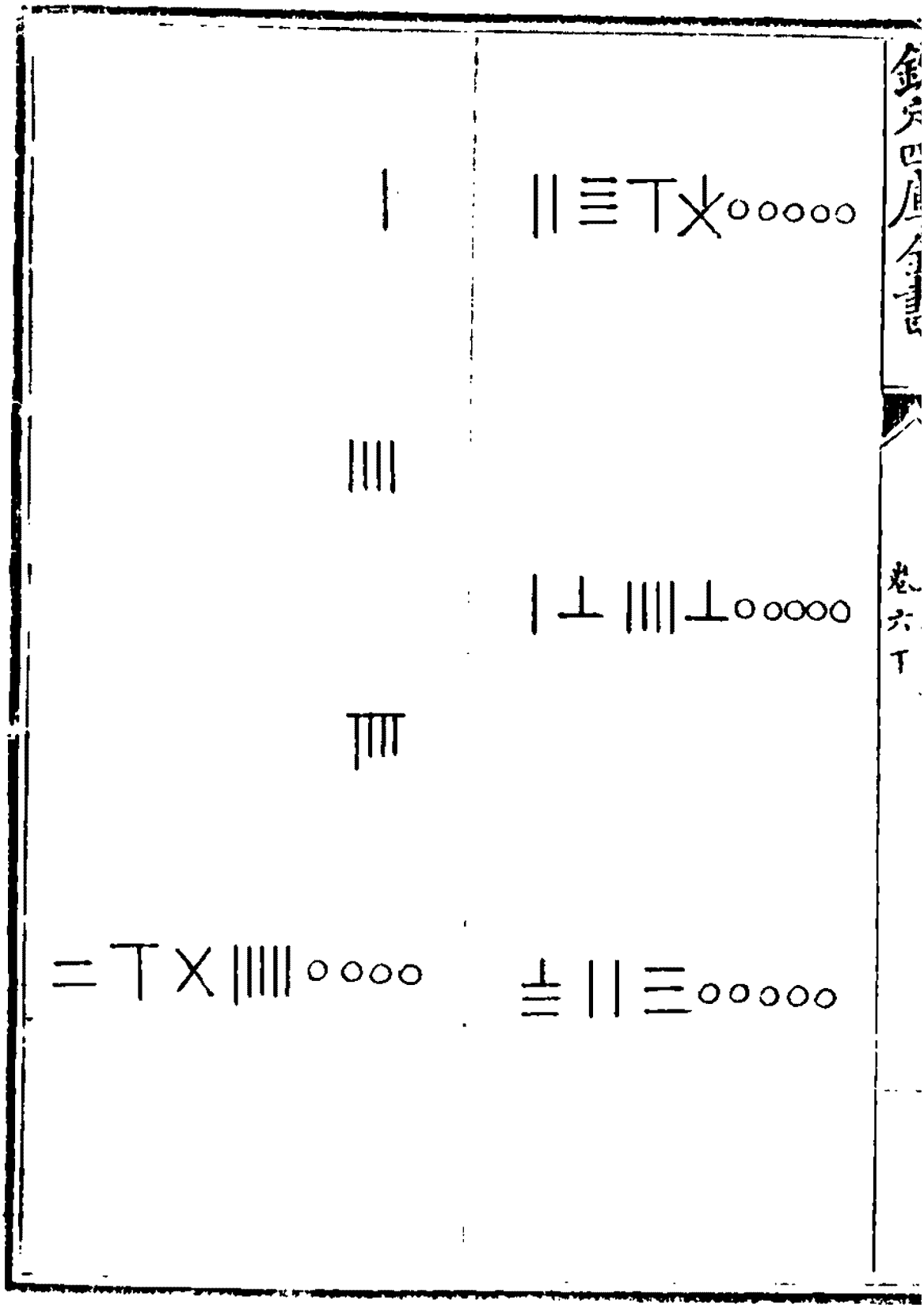
乙約

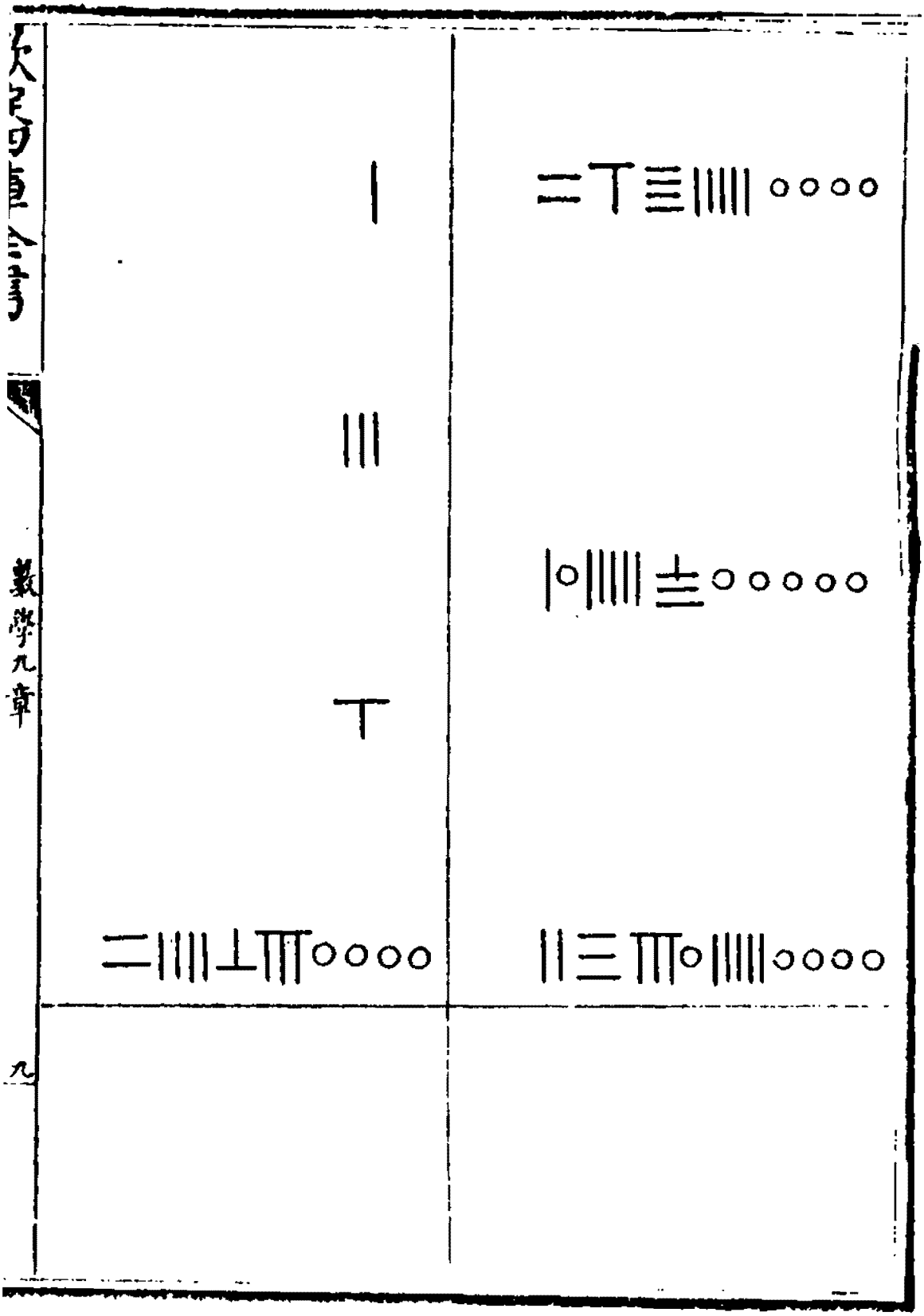


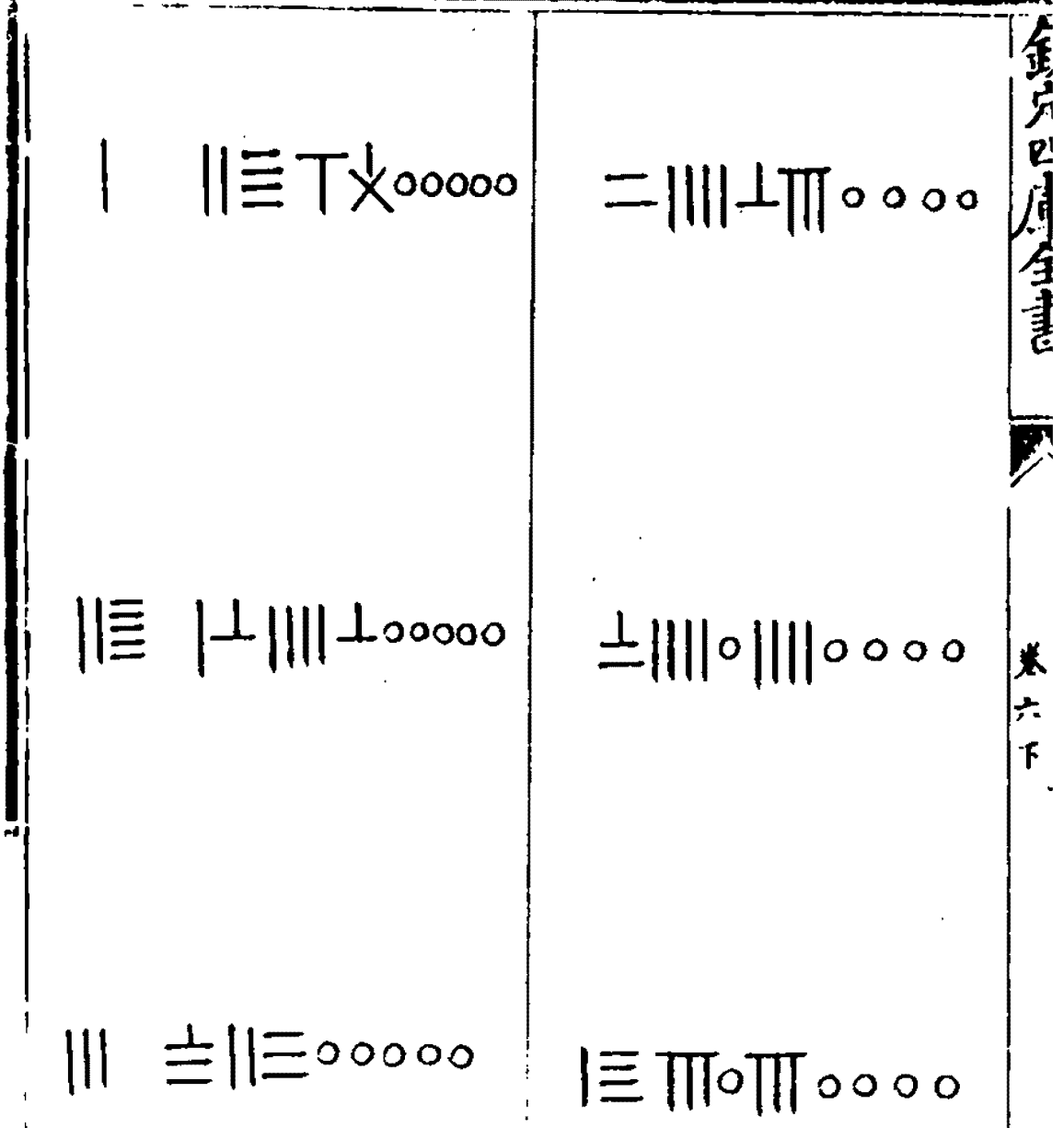
下除中得上

下除中得上







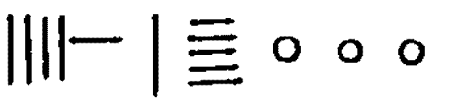


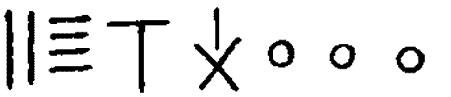


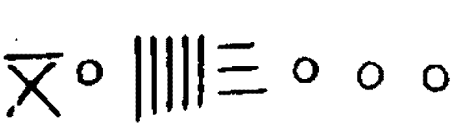








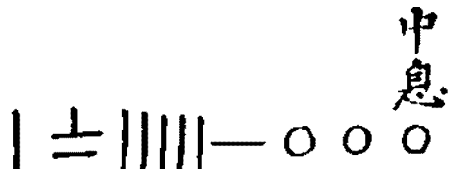




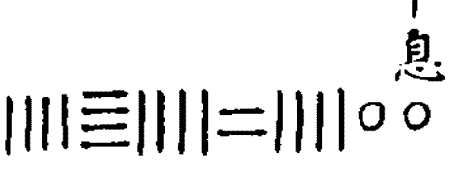
丙上息〇



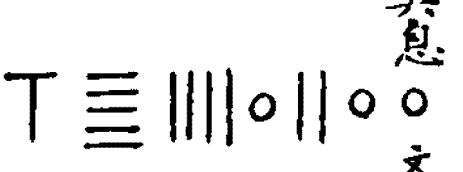
中息〇



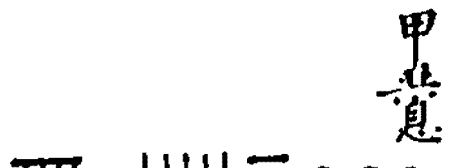
下息〇



丙共息〇文



甲共息〇文



乙共息〇文

丙共息〇文



併此三項共息

得問題總數

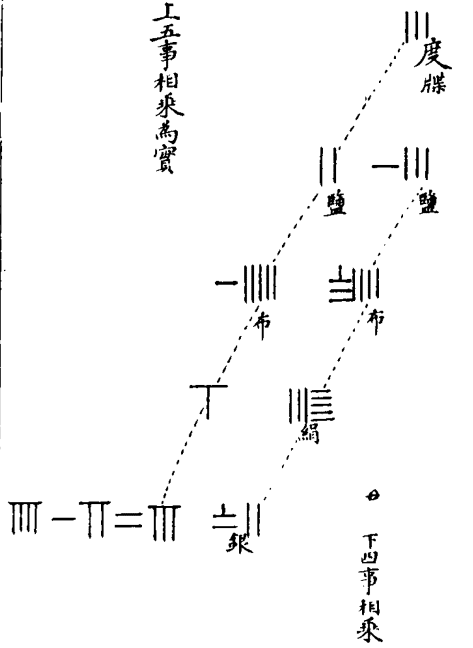
易牒知原　按舊本此問無題今增入

問出度牒差人營運每三道易鹽一十三袋鹽二袋易布八十四尺布一十五尺易絹三尺半絹六尺易銀七兩二錢今趣到銀九千一百七十二兩八錢欲知原關度牒道數幾何

答曰度牒一百八十道

術曰以粟米互乘易法求之列各數以本色相對如鴈翅以多一事者相乘為實以少一事者相乘為法

除之



草曰先以度牒三道乘鹽二袋得六以乘布一十五得九十文乘絹六尺得五百四十乃乘銀九萬一千七百二十八錢得四千九百五十三萬三千一百二十錢為實次以鹽一十三袋乘布八十四得一千九十二以乘絹三尺五分得三千八百二十二乃乘銀七兩二錢得二十七萬五千一百八十四錢為法除實得一百八十道為原關度牒

乘米交易 按舊本此問無題今增

問菽三升易小麥二升小麥一升五合易油麻八合油麻一升二合易粳米一升八合今將菽一十四石四斗欲易油麻又將小麥二十一石六斗欲易粳米問各幾何

答曰油麻五石一斗二升　粳米一十七石二斗八升

術曰以衆米換易求之置原易率本色對列如鴈翅以多一事者相乘為實以少一事者相乘為法除之

各得或問數不干其率者不置

草曰置四色六數列六位率如鴈翅皆化為合先將

菽一十四石四斗化作一萬四千四百合乃對前二

句率數四位如鴈翅至欲易油麻止共五事為上圖

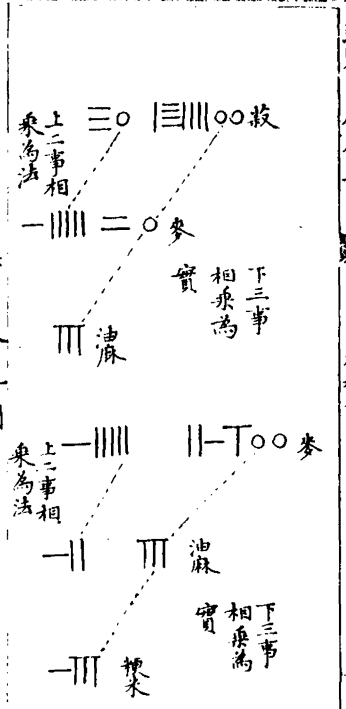
次將小麥二十一石六斗化為二萬一千六百合乃

對後兩句率四位鴈翅至欲粳米止共五事為下圖

下圖其上圖以菽一萬四千四百合乘麥二十得二

十八萬八千又乘油麻八合得二百三十萬四千合

為油麻實次以菽三十合乘麥一十五合得四百五十合為法除之得五千一百二十合展為五石一斗二升為油麻其下圖以小麥二萬一千六百合乘油麻八合得一十七萬二千八百合又乘粳米一十八合得三百一十一萬四百合為粳米實以小麥一以五合乘油麻一十二合得一百八十合為法除之得一萬七千二百八十展作一十七石二斗八升為粳米



按舊本此問無題今增

計米易麴

問庫率粳穀七石出米三石糯米一斗易小麥一斗七升小麥五升踏麴二斤四兩麴一百一十斤釀糯米

一石三斗今有糙穀一千七百五十九石三斗八升欲出穀做米易麥踏麩還自醞餘穀之米須令適足各合幾何

答曰共穀一千七百五十九石三斗八升出穀九百二十四石得米三百九十六石易麥六百七十三石二斗踏麩三萬二百九十四斤餘穀八百三十五石三斗八升醞米三百五十八石二升

衍曰以粟米換易求之置諸率隨本色對列如鴈翅有分者通之異類者變之以頭位者進乘之以下位退乘之得合數有對者相乘之無對者直命之為諸率併上下無對者為法率諸率可約者又約之以今有物偏乘諸率不乘法率各為實諸實並如法而一各得其已變者復互易乘除之即得所求

草曰置糯穀七出米三於右行上副兩位次置糯米一斗麥一斗七升於副行副中兩位次置小麥五升

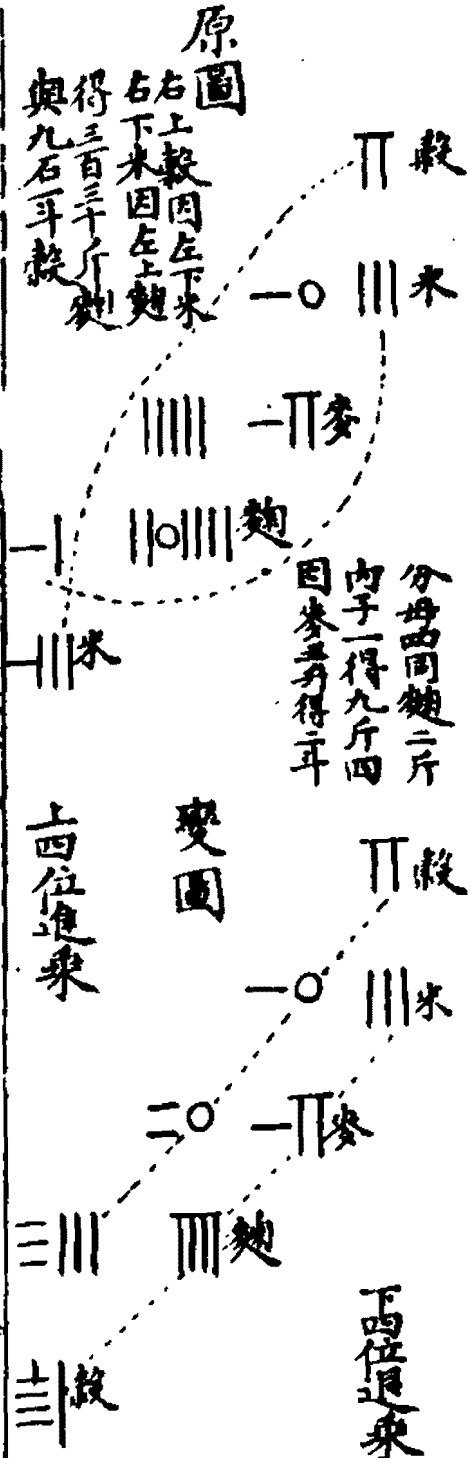
踏麥二斤四兩於次行中次兩位次置麥一百一十觔醞米一石三斗於左行次下兩位隨本色對列如鴈翅訖乃驗次行二斤四兩是四分斤之一以母四通次行兩位以子一內次行次位具中位得二次位得九又驗左行下位是糯米是異類於糯米合變為糯穀乃以問中首句率穀七米三變之以七因米一石三斗得九石一斗於左下為穀却以米三因麴一百一十斤為三百三十斤麴於左行得變圖數以左

行三百三十乘次行二得六百六十次以六百六十乘副行一十得六千六百次以六千六百乘右上七得四萬六千二百各於原位却以右行副位三因副行一斗七升得五斗一升又以五斗一升乘次行九得四百五十九又以四百五十九乘左下九十一得四萬一千七百六十九列為合圖數乃驗合圖四行其副中次三位有對以對相乘合之其右上左下無對者直命之皆為率列右行上得四萬六千二百為

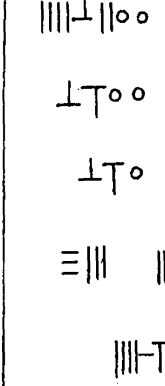
出糯穀率副位得一萬九千八百為得糯米率中得三萬三千六百六十為易得麥率次得一萬五千一百四十七為踏到糙率下得四萬一千七百六十九為餘下糯穀率併上下率共得八萬七千九百六十九為法率今六率共求等得一約之只得原率為率圖始用今有穀一千七百五十九石三斗八升皆化為升偏乘五率不乘法率得八十一億二千八百三十三萬五千六百升為出穀實得三十四億八千三

百五十七萬二千四百升為糯米實得五十九億二千二百七萬三千八十升為易麥實得二十六億六千四百九十三萬二千八百八十六為踏麴實得七十三億四千八百七十五萬四千三百二十二升為餘穀實其五實皆如法八萬七千九百六十九而一得九百二十四石為出穀得三百九十六石為做到糯米得六百七十三石二斗為易到小麥得三萬二百九十四斤為踏到麴得八百三十五石三斗八升

為餘下穀今將餘下穀變為米乃以乘率三因餘穀八百三十五石三斗八升得二千五百六石一斗四升為實以糯穀率七為法除之得三百五十八石二升為醞米

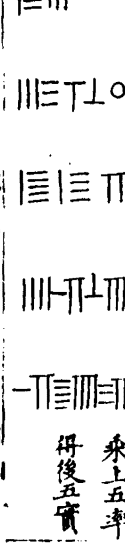


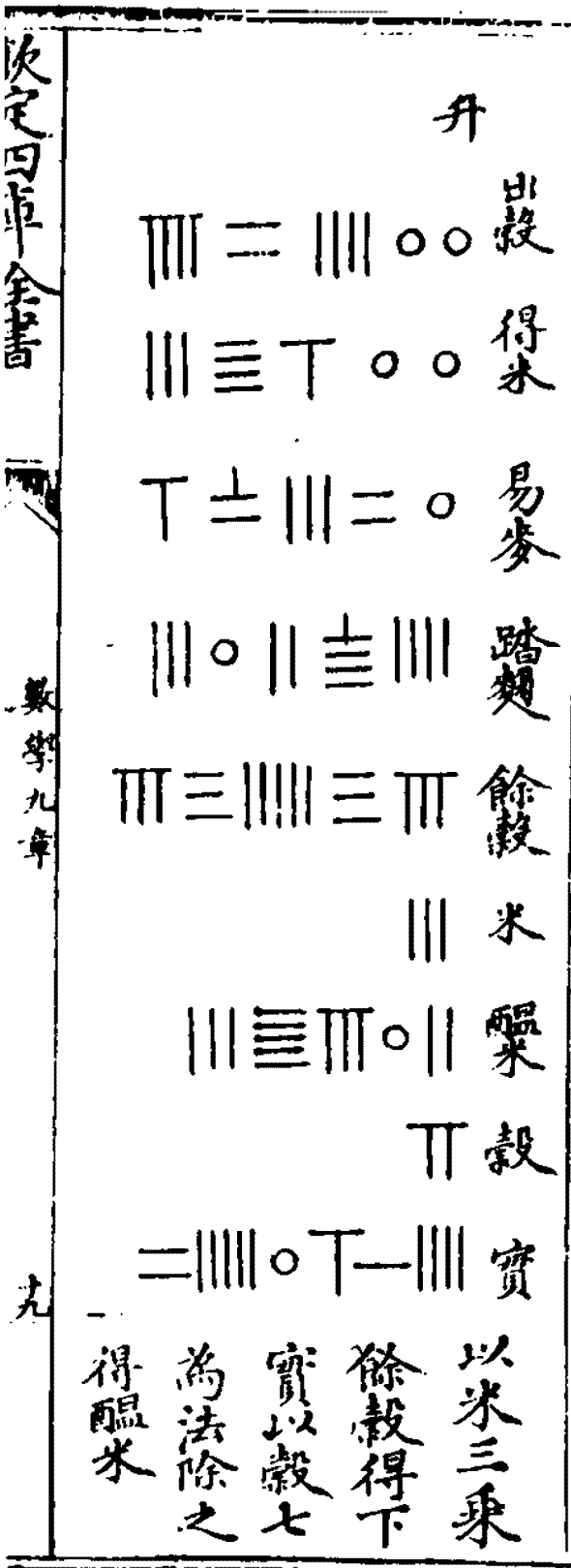
合圖



四層相對有者乘之

率圖




斗
出穀
得米
易麥
踏麴
餘穀
米
醨米
穀
實
斗
出實
米實
麥實
麴實
餘實
法
以米三乘餘穀得下實以穀七為法除之得醅米

按術中互乘進乘退乘對乘皆通分法也張邱建云學者不患乘除之為難而患通分之為難此術曲盡其妙今各釋於後

第一圖互乘以右上穀七乘左下米一十三得九十一應以右下米三除之方得穀數今不除便如得穀數又以米三乘之矣故以米三乘麴一十一得三十三與穀數九十一相當仍同於麴一十一與米一十三相當也

第二圖左進乘自下而上右退乘自上而下左四位連乘至穀應以右上三位連乘之數除之得踏翥三十三所用穀數今不除為寄右上三位連乘之數為分母右四位連乘至穀即如翥三十三所醞穀數同寄右上三位連乘之數為分母也併之即如踏翥用穀翥所醞穀總數同寄右上三位連乘之分也

第三圖對乘左下一位翥數以前寄分母右上

三位連乘之數乘之即同寄一分母也左下二位相乘應以右上第三位除之得踏麪所用麥數不除為寄右上第三位麪數又以右上二位相乘之數乘之是應用麥數內同寄右上三位連乘之分母也左下三位連乘應以右中二位相乘之數除之得易麥應用米數不除為寄右中二位相乘之數又以右上第一位米數乘之是應用米數內同寄右上三位連乘之分母也

右總穀出穀餘穀易米易麥踏變六數皆同寄一分母則用以乘除求得數即與本數無異故以題中總穀數乘寄分母各數以寄分母總數除之即得所求各數也

再此術不獨法之巧即圖式布置亦皆皆具精義熟玩之可以得其往來變通之故原第三合圖仍斜排為上圖第四率圖即各寄寄母數直列為下圖今合圖改為正圖列於右各得寄母

數並列於左

算回運費

問有江西水運米一十二萬三千四百石原係鎮江交卸計水程二千一百三十里每石水脚錢一貫二百文今截上件米就池州安頓池州至鎮江八百八十里欲收回不該水脚錢幾何

答曰收回錢六萬一千一百七十八貫五百九十一文

術曰以粟米互易求之置池州至鎮江里數乘水脚

錢得數又乘運米為實以原至鎮江水程為法除實得收回錢

草曰置池州至鎮江八百八十里乘每石水脚錢一貫二百得一千五十六貫文又乘運米一十二萬三千四百石得一億三千三十一萬四百貫文為實以原至鎮江水程二千一百三十里為法除實得六萬一千一百七十八貫五百九十一文為收回錢

三合均價 按舊本此問無題今增

問庫有三色金共五千兩內八分金一千二百五十兩兩價四百貫文七分五釐金一千六百兩兩價三百七十五貫文八分五釐金二千一百五十兩兩價四百二十五貫文並欲煉為足色每兩工食藥炭錢三貫文耗金九百七十二兩五錢欲知色分及兩價各幾何

答曰色十分

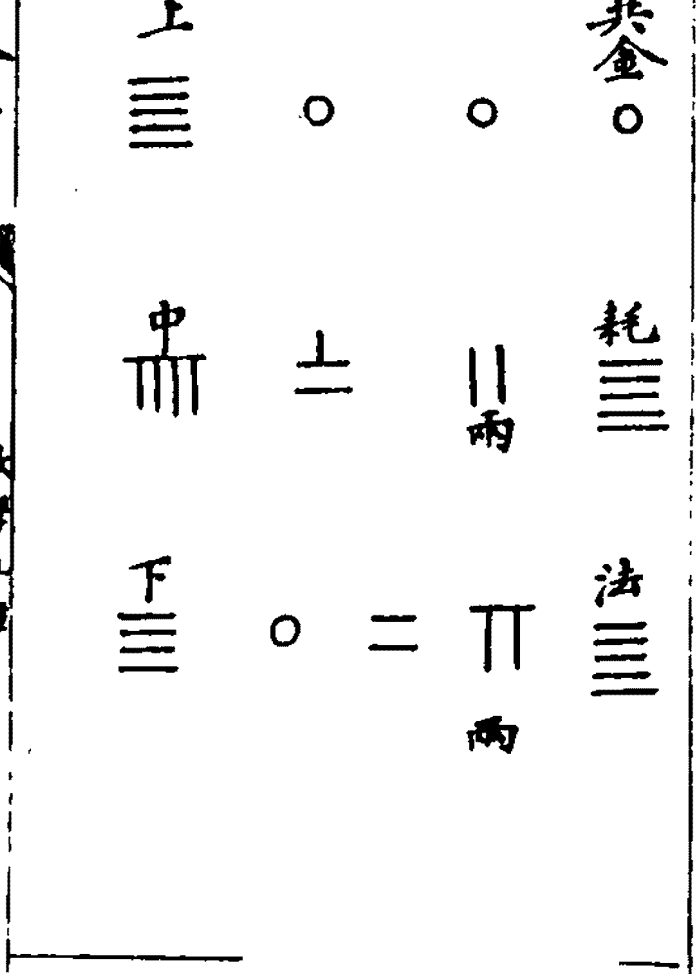
兩價五百三貫七百二十四文五百三十七分文之二百一十二

術曰以方田及粟米求之置共數以耗減之餘為法以三色分數各乘兩數併之為色分實以三色價數各乘兩數為寄以工藥價乘共金併寄共為價實二實皆如法而一即各得

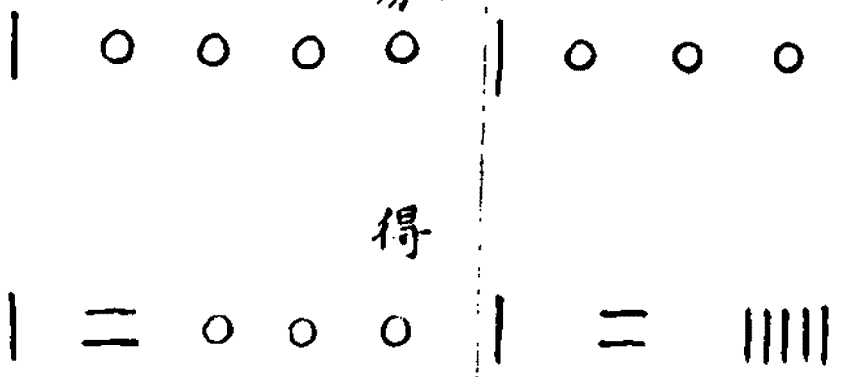
草曰置共金五千兩減耗九百七十二兩五錢外餘四千二十七兩五錢為法次置一千二百五十兩乘八分得一萬分於上置一千六百兩以七分五釐乘之得一萬二千分加上置二千一百五十兩乘八分

五釐得一萬八千二百七十五分又加上共得四萬二百七十五分為分實次置一千二百五十兩乘四百貫得五十萬貫為寄次置一千六百兩乘價三百七十五貫得六十萬貫加寄次置二千一百五十兩乘價四百二十五貫得九十一萬三千七百五十貫又加寄次置共金五千兩乘工藥錢三貫得一萬五千貫又加寄共得二百二萬八千七百五十貫為貫實二實並如法四千二十七兩五錢而一得其色一

十分其價每兩得五百三貫七百二十四文不盡一貫五百九十與法求等得七十五俱約之為五百三十七文之二百一十二



上分〇　八分金〇兩　下三分



中乘下得上

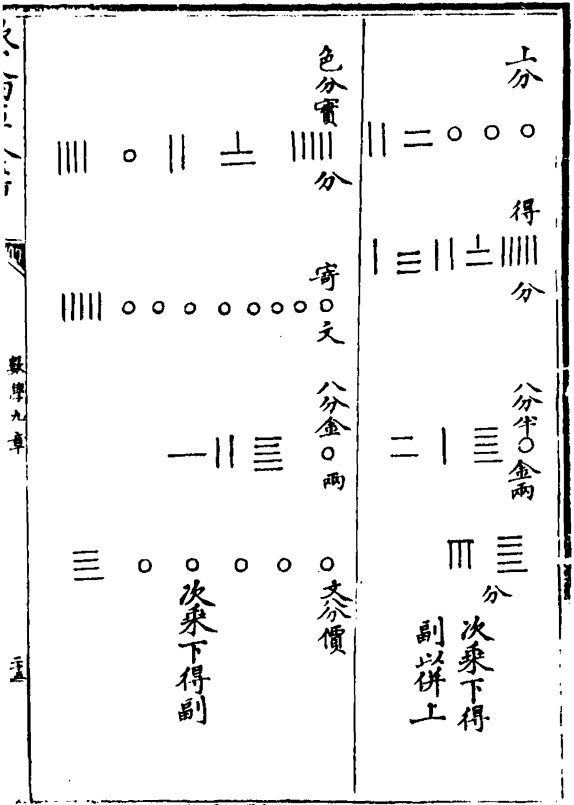
上分〇

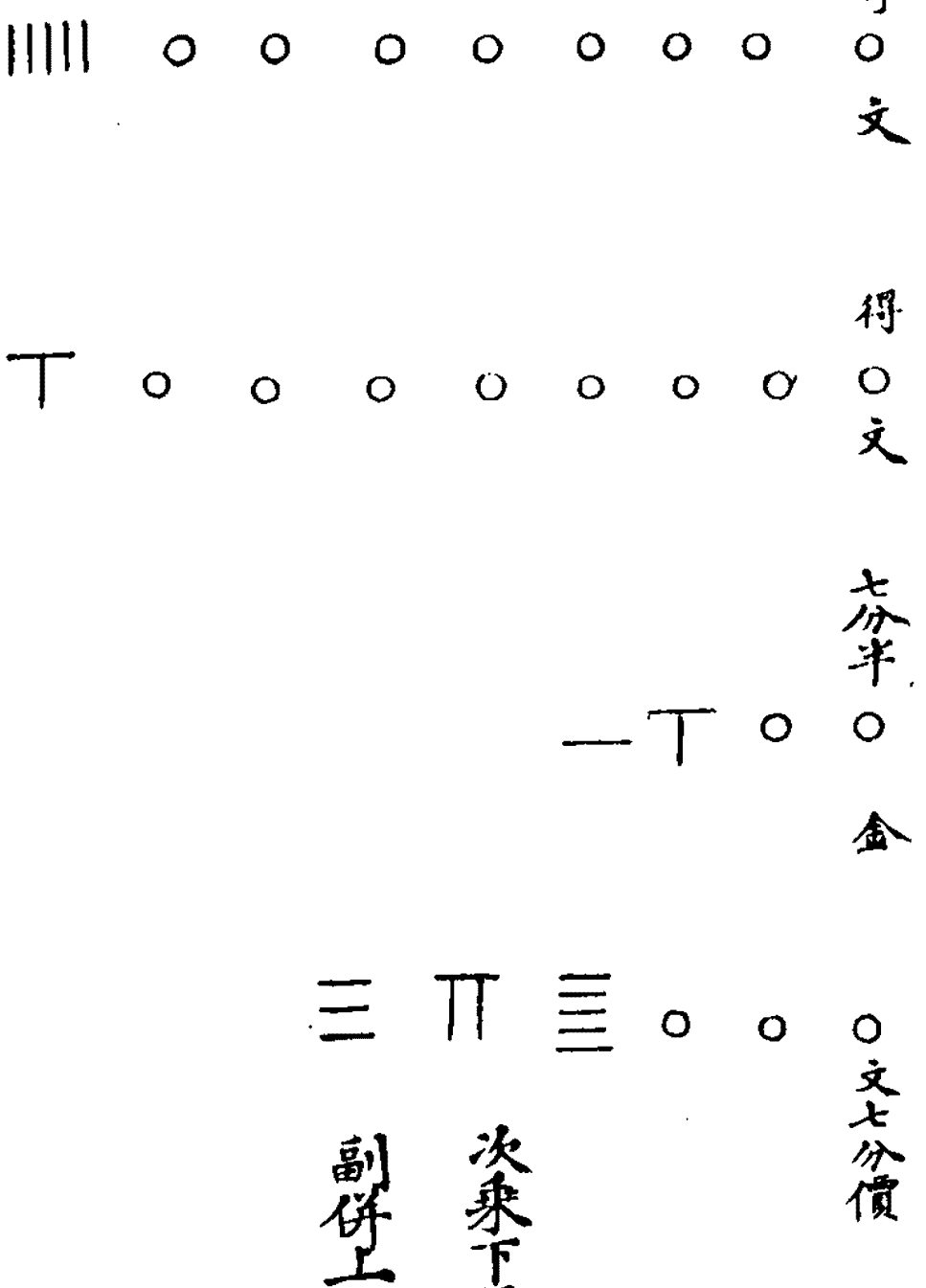
得〇分　七分半〇金兩

三分

次乘下得

副以併上


上分
得分
八分半○金兩
分
次乘下得
副以併上
色分實分
寄○文
八分金○兩
文分價
次乘下得副

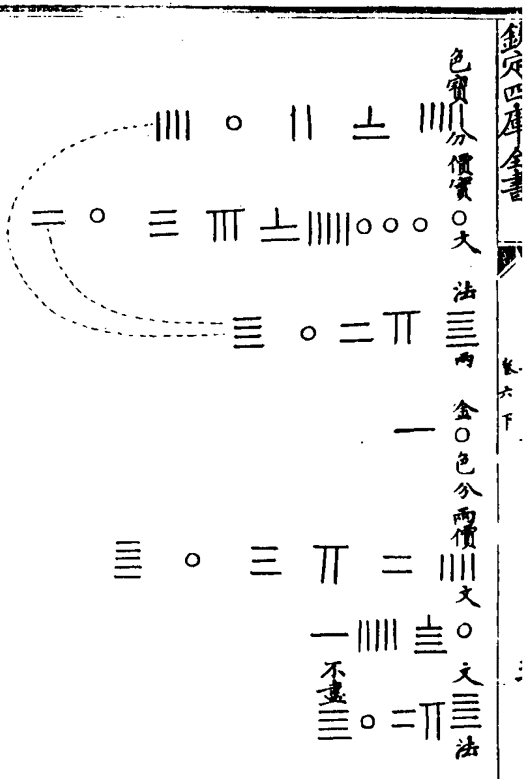

寄〇文
得〇文
七分半〇金
〇文七分價
次乘下得
副併上

寄 ○○○○○○○○一

得 文 分半○ 金兩

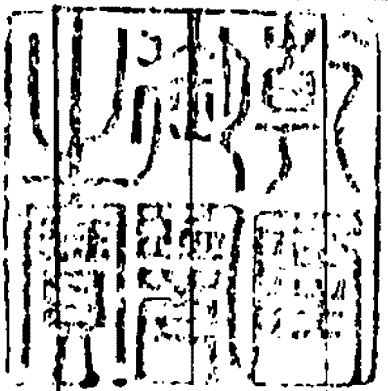
○○○丨丨丨

色寶一分價實〇文　法三兩　金〇色分兩價一一一文〇文三法



不盡三

其色實餘盡得一十分為金色其價除得五百三貫七百二十四文為十分金每兩價不盡一貫五百九十文與法求等得七半俱以約之為五百三十七分文之二百一十二



數學九章卷六下

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數學九章卷七上

詳校官欽天監博士臣古之雄

霊臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷七上

宋 秦九韶 撰

營建

計作清臺

問籌築清臺一所正高一十二丈上廣五丈袤七丈下廣一十五丈袤一十七丈其袤當東西廣當南北秋程人日行六十里里法三百六十步鑱土鍬土每工各二百尺築土每工九十尺每搶土壤一

尺三寸往來一百六十步內四十步上下棚道築高至少半其棚道三當平道五至中半三當七至太半二當五踟躕之間十加一載輸之間二十步

定一逕今甲乙丙三縣差夫甲縣附郭稅力一十三萬三千八百六十六乙縣去臺所一百二十里稅力二十三萬七千九百八十四丙縣去臺所一百八十里稅力三十一萬二千三百五十四俱以道里遠近稅力多少均科之臺下鋪石脚七層先

用甎砌臺身次用甎疊砌轉道周圍五帶並濶六尺須令南北二平道東西三峻道相間始自臺之艮隅於東外道向南順升由巽隅以西左轉週迴歷北復東再升東裏道至巽隅乃登臺頂其東裏道艮隅與北平道兩隅及西道乾隅之高皆以強半其西道坤隅與南道兩隅東外道巽隅之高皆以五分之二峻道每級履高六寸其東裏道級數取弱半東外道級數取五分之二西道級數取強

半石長五尺濶二尺厚五寸甎長一尺二寸濶六寸厚二寸五分欲知土積定一迭步每工人到土及總用功各縣起夫甎石峻平道高長級數踏蹤各幾何

答曰土積一百五十四萬尺　定一迭二百步一十八分步之五按此條起共十一條數皆誤　每工人到土一百四十尺七百二十一分尺之一百四十八　總用工四萬五千六百八十

六工　甲縣差一萬七千一百三十二工
乙縣差一萬五千二百二十九工　丙縣
差一萬三千三百二十五工　石四千三
百一十七片　甎一百一十四萬二千二
十四片　東裏道峻艮隅高九丈巽隅高
一十一丈九尺四寸級五十踏踏蹤二尺
二寸九分　東外道峻艮隅高六寸巽隅
高四丈八尺級八十踏踏蹤二尺一寸五

分　西峻道坤隅高四丈八尺乾隅高九丈級七十踏踏蹤二尺一寸四分寸之九

南平道高四丈八尺　北平道九丈

按右答數中惟第一條土積未二條南北平道高三數無誤餘數俱有誤處其所以不合之故具詳草後

術曰以商功求之均輸入之倍臺上袤加下袤乘上廣為寄倍下袤加上袤乘下廣併寄乘高為土率如

六而一得堅積以築工尺為法除堅積得築工以穿率乘堅積為實以堅率乘鑊鍬工尺半之為鍬法除實得鑊鍬共工以壞率因堅積如堅率而一為壞積求負土者先列全分及等至高諸母子以母互乘諸子為寄左行以諸母相乘為寄母次列棚道全分及所當鮮母衍子以鮮母互乘衍子為左行以鮮母相乘以乘寄得數又以列位乘之為總母以左右兩行諸子對乘之併之為總子其總母求等約之為定母

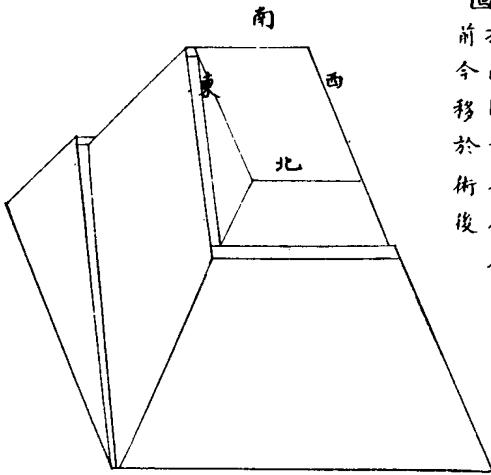
子以定子乘棚道為次以定母乘平道加次又以跳蹰之數身下加之又以載輸步乘定母併次為統數以定母除統得定一返步亦為到土法有分復通為法置程里通步乘塘土尺有步母則又以步母乘之為到實實如法而一得每工人到土亦為壤法以除壤積得負土工併前鍬築二工為總用工以各縣日程數約稅力各得力率副併為科法以共用工乘未併者各為科實實如法而一各得縣夫求甗者倍轉道濶遍加臺上下廣袤變名

上下濶長以甎厚加臺高為臺直次列甎石長濶厚各相乘為甎石積法通廣衰如法乃倍上長加下長乘上濶為寄次倍下長加上長乘濶併寄共乘直得數減土率除如六而一為泛置南北道高子各乘臺高為實如各母而一得五道諸隅高以北道高減臺餘為上停高以南道高減北道高餘為中停高命南道高為下停高以履寸除諸高得級數以上長減下長餘半之為勾以勾乘南道高為實如臺高而一得底率以底率減下

長餘為底股以外道級數約底股得外道踏蹤又以底率減底股餘為中股以勾乘中停高為實如臺高而一得中率以中率減中股餘為上股以西道級除上股得西道踏蹤以勾乘上停高為實如臺高而一得中率以中率減中股餘為上股以西道級除上股得西道踏級以勾乘上停高為實如臺高而一得上率以上率併中率共減上股餘為實如裏道級而一得裏道踏蹤次以道濶併下長為補以南北道高併臺高乘補為需次上

廣減下廣餘為址以址乘南道高為實以臺高除之得數減下廣餘為南道長以南長併下廣乘南道高加需又以址乘北道高為實以臺高除之得數減下廣餘為北道長以北道長併下廣乘北道高又加需共乘半道濶得數併泛為共率以基脚層數乘石版厚為基高次倍道濶併下濶乘下長為基率次以下廣乘下袤減基率餘乘基高為石率以石率減共率餘為甎率以甎積法除甎率得甎數以石級積法除石率得石版數

臺圖

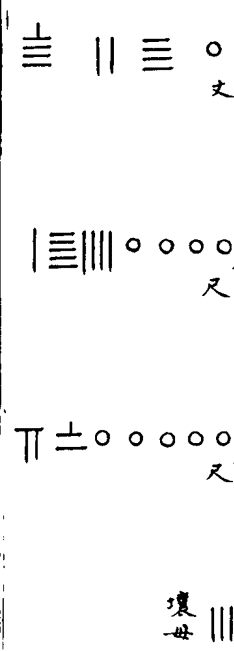


按此圖舊本在術前今移於術後

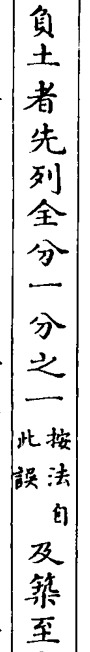
草曰倍上袤七丈得一十四加下袤一十七丈得三十四丈加上袤七丈得四十一乘下廣一十五丈得六百一十五併實得七百七十乘高一十二丈得九千二百四十丈為土率以六除率一千五百四十丈以千尺通之按舊本誤為十八通之今改正為一百五十四萬尺堅積以築工九十尺除之得一萬七千一百一十一工九分工之一為築工次以穿率四因堅積得六百一十六萬尺為實以堅率三因鑱鍬工二百尺得六百

尺為法除實得一萬二百六十六工三分工之二為穿工次以壤率五因堅積得七百七十萬尺為壤積以三為母具圖如後

土積圖

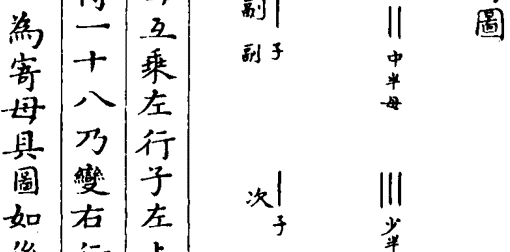


土工圖



求負土者先列全分一分之一按法自此誤及築至高少半係三分之一中半係二分之一大半係三分之二作兩行

築高分母圖



乃以右行母互乘左行子左上得一十二副位得九次得六下得一十八乃變右行名為寄子以諸母相乘得一十八為寄母具圖如後

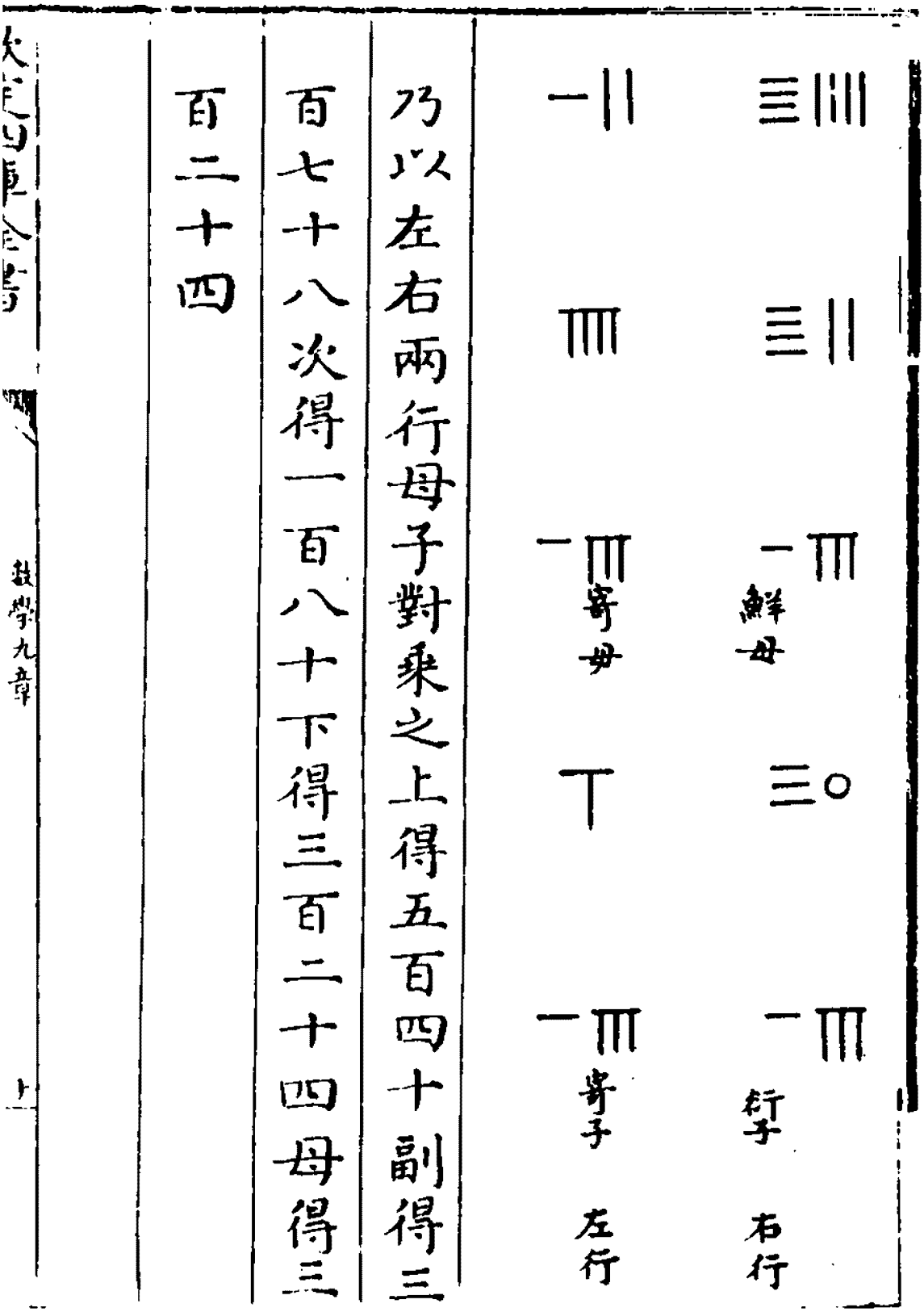


次以棚道全分及所當鮮母衍子三當五及三當七并二當五



上副次下

乃以右行鮮母互乘左行行子上得四十五副得四十二次得三十下得一十八為右行以鮮母相乘得一十八乃對寄左圖列之



乃以左右兩行母子對乘之上得五百四十副得三百七十八次得一百八十下得三百二十四母得三百二十四

乘母

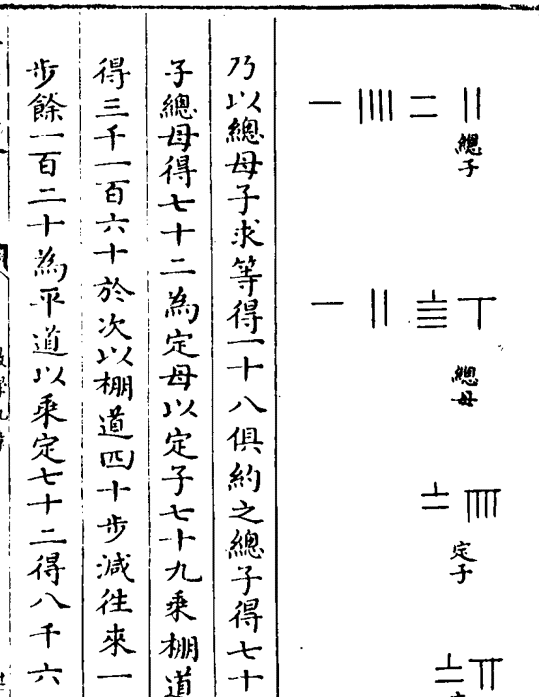

上


副

次

下

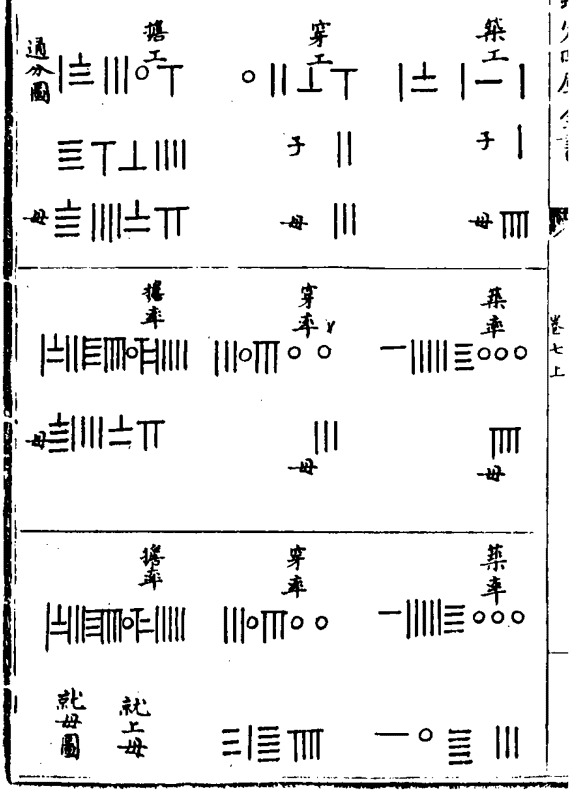
今以平分術入之併四子得一千四百二十二為總子以列位四乘乘母三百二十四得一千二百九十六為總母



乃以總母子求等得一十八俱約之總子得七十九為定子總母得七十二為定母以定子七十九乘棚道四十步得三千一百六十於次以棚道四十步減往來一百六十步餘一百二十為平道以乘定七十二得八千六百四十

加次共得一萬一千八百又以跬蹞十加一放身下加一得一萬二千九百八十仍於次又以載二十步乘定母七十二得一千四百四十併次得一萬四千四百二十為統數以定母七十二除統數得二百步不盡約為一十八分步之五為定一逕步乃復通分內子得三千六百五為到法乃置程里六十以三百六十通之得二萬一千六百步乘搪上一尺三寸得二萬八千八十尺以到母一十八乘之得五十萬五千四百四十尺為到實實如法除得一百四十

尺不盡七百四十與法求等得五約之為七百二十一分尺之一百四十八為到土復通分內子得一十萬一千八十八又以壤母三因得三十萬二千二百六十四尺為壤法次以到土母七百二十一乘壤積七百七十萬尺得五十五億五千一百七十萬尺為壤實實如法而一得一萬八千三百六工不盡一十四萬九千二百一十六與法求等得三十二供約之為一萬八千三百六工九千四百七十七分工之四千六百六十三為搶土工


通分圖
母
子
母
子
母
就母圖
就母
母

次列前土工圖築一萬七千一百一十一工九分工之一又穿工一萬二百六十六工三分工之二各通分內子築率得一十五萬四千穿率得三萬八百搪率一億七千三百四十九萬六百二十五按術當以通率圖諸母互乘諸率令驗搪母九千四百七十七可用築母九約亦可用穿母三約故從省以築母九約搪母九千四百七十七得一千五十三為築率乘數又以穿母三約搪母九千四百七十七得三千一百五十九為穿率乘數各以乘數乘本率名曰就母圖乃以九千四百七十七變名曰就母

先以築率一十五萬四千乘乘數一千五十三得一億六千二百一十六萬二千為築分次以穿率三萬八百乘乘率三千一百五十九得九千七百二十九萬七千二百為穿分就以搶率一億七千三百四十九萬六百二十五為搶分併三分共得四億三千二百九十四萬九千八百二十五為總工分實以就母九千四百七十七除之得四萬九千六百八十五工九千四百七十七分工之三千八十為總用功具圖如後

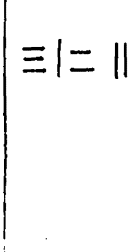


置各縣日程約稅力得力率副併為科法工置甲縣力一十三萬三千八百六十六以一日程為之只得此為甲率又置乙縣力二十三萬七千九百八十四以二日約得一十一萬八千九百九十二為乙率又

置丙縣力三十一萬二千三百五十四以三日約得



一十萬四千一百一十八為內率



列三求等得一萬四千八百七十四俱約之甲得九乙得八丙得七各為定率副併得二十四具圖如後

甲定率

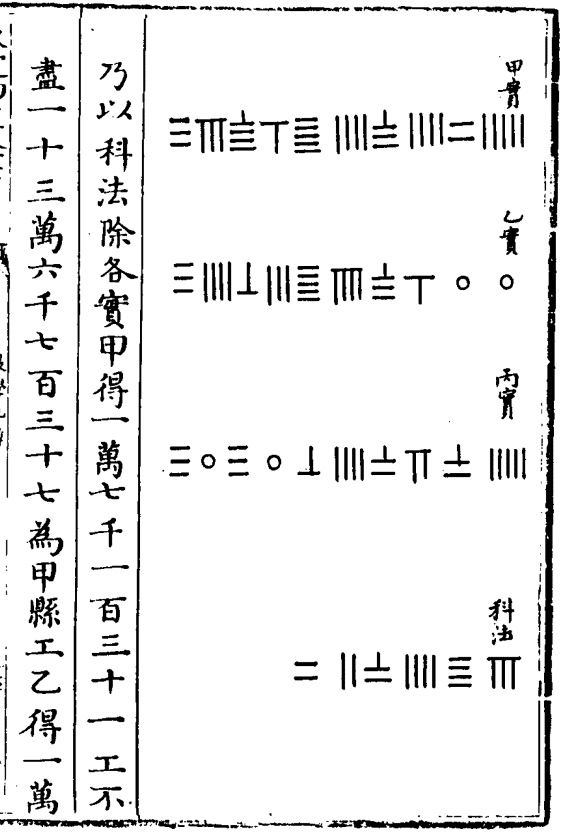


乙定率

丙定率

併率

乃以總分四億三千二百九十四萬九千八百二十五遍乘三縣定率為各實以就母九千四百七十七乘併率二十四為科法甲得三十八億九千六百五十四萬八千四百二十五乙得三十四億六千三百五十九萬八千六百丙得三十億三千六十四萬八千七百七十五各為實法得二十二萬七千四百四十八為科法除各實具圖如後



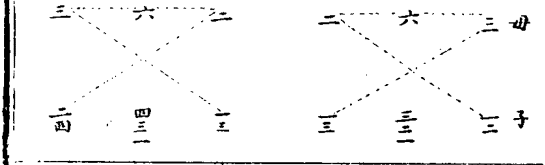
乃以科法除各實甲得一萬七千一百三十一工不盡一十三萬六千七百三十七為甲縣工乙得一萬

五千二百二十八不盡二萬四百五十六為乙縣工丙得一萬三千三百二十四不盡一十三萬一千六百二十三為丙縣工諸縣不盡皆簿為一工甲合科一萬七千一百三十二工乙合科一萬五千二百二十九工丙合科一萬三千三百二十五工

按此以上所求擔土定一返數誤其到土工數及總用工數三縣合科工數皆誤蓋題言築臺至少半至中半至太半當自平地至三分之一三

分之一至二分之一二分之一至三分之二三分之二至臺頂共四段其分數自下而上逐層數應取兩分數之較草中所列諸分子下設一數上即列三分數其段數既不確又即用各分子全數故求得棚道七十二僅當平道七十九與題中所言二當五三當七當五之數顯然不合矣今推步改正於後

法先求分子較以三之一為第一段分數以三



之一與二之一分母對乘得六分母互乘分子三之一得六之二二之一得六之三相減餘六之一得第二段分數以二之一與三之二分母對乘得六分母互乘分子二之一得三三之二得四相減餘六之一為第三段分數以三分之二與全臺三分之三相減餘三之一為第四段分數然後列四段母數於右子數於左

| | | |

二一一二四
五四〇六六
一一一
〇四〇二六
三一一一三

三當五為第二段三當七為第三段二當五為第四段以棚道數為分母以平道數為分子分母連乘又互乘分子得一十八為總分母第一段得一十八第二段得三十第三段得四十二第四段得四十五為各分子求等數得三偏約之總母得六分子第一段得六第二段得十第三段得一十四第四段得一十五次列前後兩分母分子已約之數

各對乘得總母三十六分子第一段得一十二第二段得一十第三段得一十四第四段得三十併諸子得六十六為總子又求等得六各約之得定母六為棚道數定子一十一為平道數此即合全臺數總計凡棚道六當平道一十一也乃以定子一十一乘棚道四十步得四百四十步為次以棚道四十步減一百六十步餘一百二十步為平道以定母

六乘之得七百二十步加次共得一千一百六十步以跬蹰加一於身得一千二百七十六步又以載輸二十步乘定母六得一百二十步又加次共得一千三百九十六步為統數以定母六除之得二百三十二步又三分步之二為定一逐步乃復通分內子得六百九十八為到法乃置程里六十以三百六十步通之得二萬一千六百步乘上一尺三寸

得二萬八千零八十尺以到法分母三乘之得八萬四千二百四十尺為到實以到法除之得一百二十尺不盡四百八十約之為三百四十九分尺之二百四十舊名到土復到土復者一工每日所擔之堅土數也通分內子得四萬二千一百二十以壤母三因之得一十二萬六千　百六十尺為壤法次以到土復母乘壤積七百七十萬尺得二十六億

八千七百三十萬尺為壤實實如法而一得二萬一千二百六十七工不盡一千八百八十約之得三千一百五十九分工之四十七為搶土工次列築工穿工搶工三數及分母分子互乘以齊之

	築工	穿工	搶工
子	一	六	七
母	一九	一三	四九
率	一五四〇〇〇	一〇二〇八〇〇	一六七一八二〇〇

總工 四八六四四	築率 一五四〇〇〇
不盡子 五〇四	乘率 三五一
	分 五四〇五四〇〇〇
	穿率 三〇八〇〇
	乘率 三五三〇
	分 三二四三二四〇〇
	諧分 七一八二五〇〇
	同母 三一五九
	總分 一五三六六八九〇〇

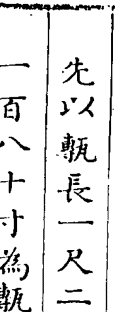
列三工數各通分內子得築率一十五萬四千穿率三萬零八百撱率六千七百一十八萬二千五百驗撱毋數築穿二毋數皆可度盡用就毋法以築毋除撱毋得三百五十一為築衰率以穿毋除撱毋得一千零五十三為穿衰率各以衰率乘本率得築分五千四百零五萬四千穿分三千二百四十三萬二千四百撱率六千七百一十萬二千五百即為撱分同以撱分

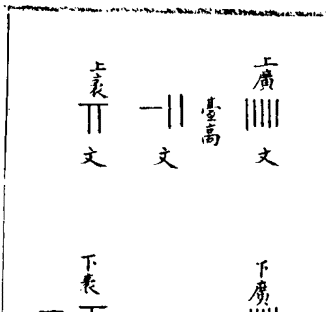
母為總分母乃併三分數得一億五千三百六十六萬八千九百分為實以總分母為法除之得四萬八千六百四十四工不盡二千五百零四約之不變即命為三千一百五十九分二之二千五百零四為總用工數次置三縣力役以里數遠近通之先以乙丙二里數求等得六十各約之乙得二丙得三以乙二偏乘甲丙以丙三偏乘甲乙得甲率八十萬零三千一百六十九

乙率七十一萬三千九百五十二丙率六十二萬四千七百零八三率求等得八萬九千二百四十四徧約之甲得乙得八丙得七各為率併率得二十四乃以工總分一億五千三百六十六萬八千九百分乘三縣各率得甲實一十三億八千三百零二萬零一百乙實一十二億二千九百三十五萬一千二百丙實一十億零七千五百六十八萬二千三百以就母三千

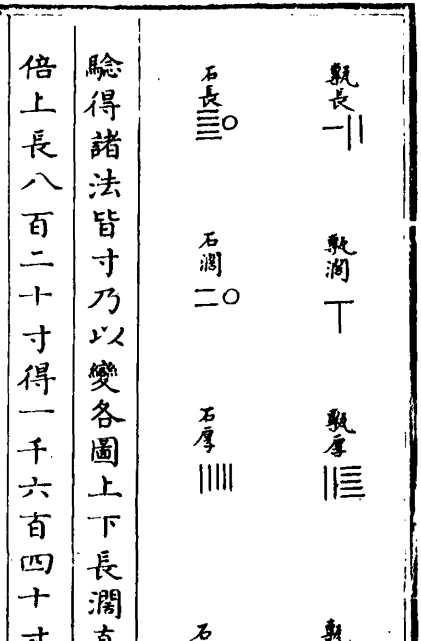
一百五十九乘併率二十四得七萬五千八百一十六為科法除各實不盡者各進一工得甲縣合科一萬八千二百四十二工乙縣合科一萬六千二百一十五工丙縣合科一萬四千一百八十九工

求甎者倍轉道並濶六尺得一丈二尺遍加臺上下廣袤變各為上下濶長以甎厚六寸加臺高





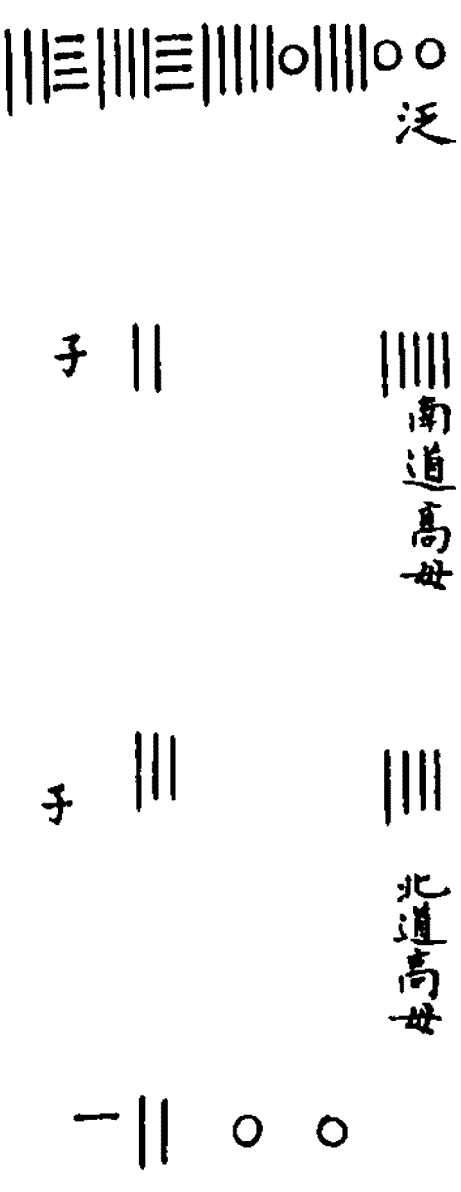
先以甎長一尺二寸濶六寸厚二寸五分相乘之得一百八十寸為甎積法次列石版長五尺濶二尺厚五寸相乘得五千寸為石積法具圖如後



驗得諸法皆寸乃以變各圖上下長濶直按術求率倍上長八百二十寸得一千六百四十寸加下長一千八百二十寸得三千四百六十乘上濶六百二十得二百一十四萬五千二百為寄次倍下長一千八

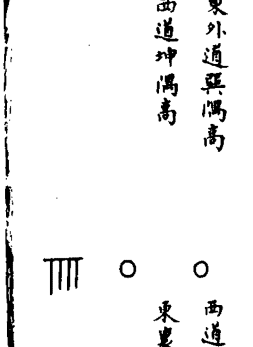
百二十得三千六百四十加上長八百二十得四千四百六十乘下濶一千六百二十得七百二十二萬五千二百併寄得九百三十七萬四百乘臺直一千二百六寸得一百一十三億七十萬二千四百寸仍為寄乃驗土積圖土率九千二百四十丈以一百萬寸通之得九十二億四千萬寸以減寄餘二十億六千七十萬二千四百寸如六而一得三億四千三百四十五萬四百寸為泛

次置南道高五分之二北道高强半係四分之三及臺原高一千二百寸具圖如後

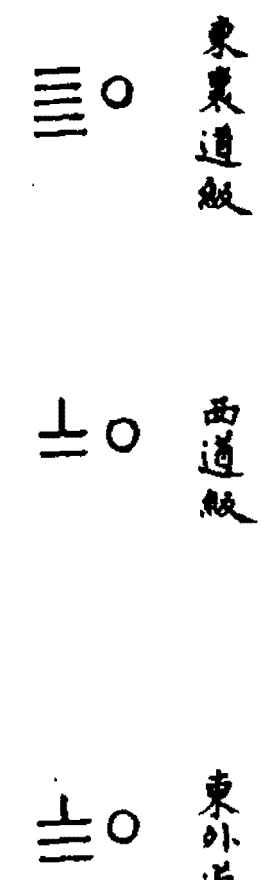


乃以南道高子二乘原臺高得二千四百寸為南寔以南道高子三乘原臺高得三千六百寸為北寔各

如本母而一得四百八十寸約為四丈八尺為南道兩隅又為東外道巽隅高又為西道坤隅高所得九百寸約為九丈為北道兩隅高又為西道乾隅高又為東裏道艮隅高具圖如後



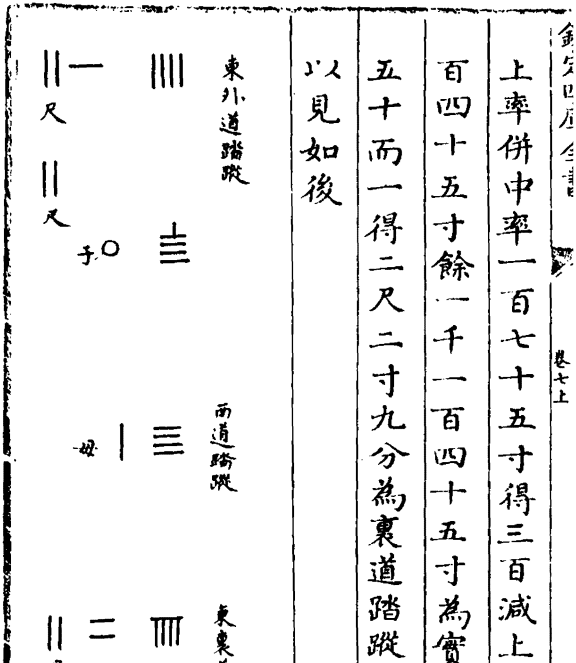
以北道高九丈減臺高一十二丈餘三丈為上停高以南道高四丈八尺減北道高九丈餘四丈二尺為中停高命南道高四丈八尺為下停高



三倍高皆如履級寸而一得五十為東裏道級數得七十為西道級數得八十為東外道級數次以上長八百二十寸減下長一千八百二十寸餘一千寸以半之得五百寸為勾以乘南道高四百八十寸得二十四萬寸為實如臺高一千二百寸而一半之（按上下長較已半得數又半之誤）得一百寸為底率以率減下長一千八百二十餘一千七百二十寸為底股以外道級八十約之得二尺一寸五分為外道踏蹤又以底率一百

寸減底股一千七百二十寸餘一千六百二十寸為中股乃以勾五百寸乘中停高四丈二尺得二十一萬寸為實如臺高一千二百寸而一得一百七十五寸為中率以中率減中股一千六百二十寸餘一千四百四十五寸為上股以西道級七十除上股一千四百四十五寸得二尺一寸四分寸之九為西道踏蹙又以勾五百寸乘上停高三百寸得一十五萬寸為實如臺高一千二百寸而一得一百二十五寸為

上率併中率一百七十五寸得三百減上股一千四百四十五寸餘一千一百四十五寸為實如裏道級五十而一得二尺二寸九分為裏道踏蹤各得具圖以見如後



次以道濶六尺併下長一千八百二十寸得一千八百八十寸為補以南北道高併臺高共得二千五百八十寸乘補得四百八十五萬四百寸為實按此二數不合其法太疎故也次以上廣五百寸減下廣一千五百寸餘一千寸為趾乘南道高四百八十寸得四十八萬寸為實以臺高一千二百寸除之得四百寸為減率以減下廣一千五百寸餘一千一百寸為南道長併下廣一千五百寸得二千六百乘南道高四百八十寸得

一百二十四萬八千寸加需又以址一千寸乘北道高九百寸得九十萬寸為實亦如臺高一千二百而一得七百五十以減下廣一千五百寸餘七百五十寸為北道長併下廣一千五百得二千二百五十寸乘北道九百寸得二百二萬五千寸又加需共得八百一十二萬三千四百以半道澗三尺乘之得二億四千三百七十萬二千寸併泛三億四千三百四十五萬四百得五億八千七百一十五萬二千四百寸

為共率次以基脚七層乘石版厚五寸得三十五寸為基高次倍道濶得一百二十併下濶一千六百二十寸得一千七百四十乘下長一千八百二十得二百一十六萬六千八百為基率次以下廣一千五百寸乘下袤一千七百寸得二百五十五萬減基率餘六十一萬六千八百寸乘基高三十五寸得二千一百五十八萬八千寸為石率以石率減共率餘五億六千五百五十六萬四千四百寸為甎率以甎積法

一百八十寸除之得一按三訛一百一十四萬二千二十四片九分片之四乃以石積法五千寸除石率二千一百五十八萬八千寸得四千三百一十七片為石版不盡三十寸棄之不算合問

按右草自求甎砌臺身積至級數皆無誤求踏踖數有誤至求補數需數其法更多未合如題內云先用甎砌臺身次用甎砌轉道周圍五帶並濶六尺南北二平道東西三峻道如自臺下

艮隅南升至巽西折行至坤北升至乾東折行至艮復南升至巽乃登臺頂是南北二平道至臺址皆如一面平堆形西峻道至臺址東裏峻道至臺址皆上如一面三角斜堆下如一面平堆形東外峻道至臺址如一面三角斜堆形法當按各形取積草中取二平道皆如法至取峻道乃以道濶併下長為補以南北道高臺高三數併乘之為需然後以半道濶乘之為積其意

殊不可解然以數考之有差至三之一者又臺身外四面甎砌各加六尺轉道東面加二層三面各加一層是臺基長一十九丈四尺濶一十八丈草中以下濶為一千七百四十寸差少六尺下長仍用一千八百二十寸差少一丈二尺皆踈漏之誤今自求踏蹤至末皆另步之

法以臺上長減下長餘一千寸半之得五百寸為勾率以乘南道高四百八十寸得二十四萬

寸為實如臺高一千二百寸而一得二百寸為
底率以減下長得一千六百二十寸為底股以
外道級八十約之得二尺零二分半為東外道
踏蹤又以底率減底股餘一千四百二十寸為
中底以勾率五百乘中停高四百二十寸得二
十一萬寸如臺高寸而一得一百七十五寸為
中率以減中底餘一千二百四十五寸為中股
以西道級七十約之得一尺七寸七分又七分

分之六為西道踏蹤以中率減中股餘一千零七十寸為上底以勾率五百乘上停高三百寸得一十五萬寸如臺高而一得一百二十五寸為上率以減上底餘九百四十五寸為上股以裏道五十約之得一尺八寸九分為裏道踏蹤次以道濶加下長與下停高相乘得九十萬二千四百寸為倍東外峻道三角形立面中底與中停高相乘得五十九萬六千四百寸為倍上下

外濶相減餘一千寸以北道高乘之得九十萬以臺高寸數除之得七百五十寸以減北下外濶得九百九十寸為北道上濶與北下外濶相加以北道乘之得二百四十五萬七千寸為倍北道至臺址平堆形立面併倍二面數得三百九十九萬三千寸又併前五數之共數得九百九十六萬九千寸以半道濶三十寸乘之得二億九千九百零七萬寸為共道峻道積又併前

砌臺身積三億四千三百四十五萬零四百寸得總積六億四千二百五十二萬零四百寸為共率次二因道濶與下長相加得一千九百四十寸與南道下外濶一千八百寸相乘得三百四十九萬二千寸又以原下廣一千五百寸下衰一千七百寸相乘得二百五十五萬寸以減外長濶相乘餘九十四萬二千寸以石基三十五寸乘之得三千二百九十七萬寸為西峻道

上三角形立面中底下底併與下停高相乘得一百五十五萬五千二百寸為倍西峻道下平堆形立面上底上停高相乘得三十二萬一千寸為倍東裏道上三角形立面上底下底併與中停高下停高併相乘得二百六十萬零一千寸為倍東裏道下平堆形立面併五數共得五百九十七萬六千寸比舊草所用需數大一百一十二萬五千六百寸次求南北平道立面先

以上下濶俱加三道濶得上外濶八百寸下外濶一千八百寸上下外濶相減餘一千寸以南道高乘之得四十八萬寸以臺高寸除之得四百寸為減率以減下外濶得一千四百寸為南道上濶與下外濶相併以南道高乘之得一百五十三萬六千寸為倍南道至臺垣平堆形立面又以上下濶各加倍道濶得北上外濶七百四十寸北下外濶一千七百四十寸北石率以

石率減共率餘六億零九百五十五萬零四百寸為甎率以甎長濶厚連乘得一百八十寸為甎法以石長濶厚連乘得五千寸為石法以甎法除甎率得三百三十八萬六千三百九十一片九分片之一為共用甎數以石法除石率得六千五百九十四片為共用石數

堂隍程築

問有營造地基長二十一丈濶一十七丈先令七人築

堅三丈計功二日今涓吉立木有日欲限三日築了每日合收杵手幾何

答曰日收五百五十五工三分工之一

術曰以長乘濶又乘原日原人為實以限日乘築丈數為法除之得人夫

草曰以長二十一丈乘濶一十七丈得三百五十七丈又乘原二日得七百一十四又乘原七人得四千九百九十八為工實以限三日乘原築三丈得九為

法除實得五百五十五工不盡三與法俱三約之為三分工之一為日收五百五十五工三分工之一合問

砌甎計積

問有交到六門甎一十五垛每垛高五尺濶八尺長一丈其甎每片長八寸濶四寸厚一寸欲砌地面使用堂屋三間各深三丈共濶五丈二尺書院六間各深一丈五尺各濶一丈二尺後閣四間各深一丈三尺

內二間濶一丈次二間濶一丈五尺亭子地面之長濶幾何

答曰見有一十八萬七千五百片今用一萬六千四百六片四分片之一外餘一十七萬一千九十三片四分片之三

術曰以少廣求之置各地面深濶相乘以間數若所數乘之共為實甎長濶相乘為甎平法除得今用甎數次以甎聚高長濶相乘為實却以甎法乘厚得數

為甄積法除之得每梁甄數次以梁數乘之得見有甄以減今用甄得餘甄

草曰置堂濶五丈二尺乘深三丈得一十五萬六千寸於上又置書院深一丈五尺乘濶一丈二尺得一萬八千寸又以六間乘之得一十萬八千寸加上共得二十六萬四千寸併上又置後閣濶一丈併濶一丈五尺得二丈五尺又以各二間乘之得五百寸以乘各深一丈三尺得六萬五千寸加上得三十二萬

九千寸併上次置亭基一丈四尺自乘得一萬九千六百寸以一十所乘之得一十九萬六千寸又併上共得五十二萬五千寸為實以甎長八寸乘濶四寸得三十二寸為甎平法除之得一萬六千四百六片四分片之一為共用甎次置每堺高五尺乘濶八尺得四千寸又乘長一丈得四十萬寸為每堺實却以甎平法三十二寸乘厚一寸只得三十二寸為甎積法除之得一萬二千五百片又以十五堺乘之得一

十八萬七千五百斤為見有甎內減今用甎餘有一十七萬一千九十三斤四分斤之三為外餘瓦數合

問

數學九章卷七上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷七下

詳校官欽天監博士臣張尚鑑

電臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

數學九章卷七下　宋　秦九韶　撰

營廷

計定城築

問郡築一城圍長一千五百一十丈外築羊馬墻開壕長與城同城身高三丈面闊三丈下闊七丈五尺羊馬墻高一丈面闊五尺下闊一丈開壕面闊三十丈下闊二十五丈女頭鵲墓共高五尺五寸共闊三尺

六寸共長一丈鵲臺長一丈高五寸闊五尺四寸座子長一丈高二尺二寸五分闊三尺六寸肩子高一尺二寸五分闊三尺六寸長八尺四寸帽子高一尺五寸闊三尺六寸長六尺六寸箭窻三眼各闊六寸長七寸五分外眼比內眼斜低三寸取土用穿四堅三為率週迴石版鋪城脚三層每片長五尺闊二尺厚五寸通身用甎包砌下一丈九幅按九幅即九層中一丈七幅上一丈五幅甎每片長一尺二寸闊六寸厚二

寸五分護嶮牆高三尺闊一尺二寸按此句贅蓋下闊下當云每幅之闊為甎之長數既論幅則不用下脚高一尺五寸鋪甎三幅上一尺五寸鋪甎二幅每長一丈用木物料永定柱二十條長三丈五尺徑一尺每條栽埋工七分串鑿工三分爬頭拽後木共八十條長二丈徑七寸每條作工三分串鑿工二分搏子木二百條長一丈徑三寸每條作工二分撅扛工二分紅橛二千個每個長一尺方一寸每個工七毫紅索二千條長一丈徑五分每

條工九毫石版一十片匠一工撅一工每片灰一十
觔撅灰千觔用一工甎匠每工砌七百片石灰每甎
一觔蘆蓆一百五十領青茅五百束絲竿篁竹五十
條筍子水竹一十把每把二尺圍鑊手鍬手搪土杵
手每工各六十尺火頭一名受六十工部押壕寨一
名管一百二十工每工日支新會一百文米二升五
合欲知城牆堅積壕積壕深共用木竹楸索甎石灰
蘆茅人工錢米數各幾何

按題意掘土為壕以築城城身久羊馬牆身共積即壕身積語中未詳羊馬牆及壕周遶城外當長于城周題中未載距城尺數城牆用甎包砌當計三面題中只計一面皆屬疎漏簸險牆應以甎長為關題中復言關之尺數柱木繩橛等徑方長短術草不用其數題中亦皆開載未免冗繁然古商功之略猶可見焉故于草中就其所問之意而改正之

答曰城積二千三百七十八萬二千五百尺堅積
牆積一百一十三萬二千五百尺堅積
壕積三千三百二十二萬尺穿積　壕深八
丈　永定柱三萬二百條每條長三丈五尺
徑一尺　杷頭拽後木一十二萬八百條每
條長二丈徑七寸　搏子木三十萬二千條
每條長一丈徑三寸紮橛子三百二萬個每
個長一尺方一寸　紮索三百二萬條每條

長一丈徑五分　蘆蓆二十二萬六千五百領　青茅七十五萬五千束每束六尺圍

筆竹七萬五千五百竿　水竹一萬五千一百把每把二寸圍　石版一萬五千一百片

城甎一千二百八十三萬三千四百九十片　石灰一千二百九十八萬四千四百九十觔　用工二百萬三千七百七十工　新會二十萬三百七十七貫文　支米五萬九

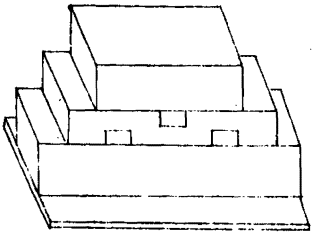
十四石二斗五升

按右答數石版城甎石灰三數俱誤餘數亦多偶合具詳草後

術曰以商功求之置城及牆上下廣各併之乘高進位半之各得每丈積率併之為共率先以每功尺除之又以諸色工各數乘之為土功丈率次置柱木橛索乘其每條段功得各共功次置城方一丈自之乘用甎總幅數為實以甎長乘廣為法除實得城身用甎次置鵲臺座子肩

子帽子各高闊長相乘為寄併之于上次前窻眼高依差寸求斜深底積減寄餘為女頭甎實以則法乘甎闊為甎積法除之得女頭臺用磚又置護險牆高以丈乘而半之又乘上下幅共數為實以磚闊厚相乘為法除之得護險牆用甎併三項用甎為都實以每功卄為法除之得甎匠功以每丈用石段數求石匠工以搬每丈石求搬石工以卄用灰數乘都甎得甎用灰以每丈石版數乘卄用灰得石用灰併之為甎石共灰以每工搬灰數除之得搬灰工併諸作工為實以

火頭壕寨每管人數各為法除之得各數又併之為都工然後以城圍通長偏乘諸項每丈率積成各工料得共數女頭圍 按舊圖在街前其尺數多未合今改正移于此



草曰置城上廣三丈併下廣七丈五尺得一十丈五尺乘高三丈得三千一百五十尺進位 按即十尺乘之得三萬一千五百

尺半之得一萬五千七百五十尺為每丈城積率置羊馬牆闊五尺併下闊一丈得一十五尺乘高一丈得一百五十尺進位得一千五百尺以半之得七百五十尺為羊馬牆每丈積率併城牆二率得一萬六千五百尺為共率以為實以鑱鍬搶工杵手各六十尺為法除實得二百七十五工以四色因之得一千一百工為鑱鍬搶土杵手工置永定柱二十條乘每條栽埋工七分得一十四工又乘串鑿工三分得六

工計二十工為永定柱工置爬頭拽後木八十條乘作工三分得二十四工又乘串鼕工二分得一十六工計四十工為爬頭拽後木工置搏子木二百條乘作工二分得四十工又乘搬扛工二分得四十工計八十工為搏子木工置縴搬二千箇乘作工七毫得一十四工縴索二千條乘作工九毫得一十八工計三十二工為搬索共工乃以城牆女頭甎積求甎匠工置城身方一丈自乘一百尺于上次置下九幅中

七幅上五幅併之得二十一幅乘上得二千一百尺甎長有寸以寸通之為二十一萬寸為實按此條誤應減去三層石脚積餘以甎長一十二寸乘厚二寸五分得三為甎實方合十寸為則法按則法即甎立長面數蓋論幅數則不用求積也除實得七千片為城身甎數又置鵲臺高五寸乘闊五尺四寸得二百七十寸又乘長一丈得二萬七千寸寄上又置座子高二尺二寸五分乘闊三尺六寸得八百一十寸又乘長一丈得八萬一千寸加寄又置肩子高一

尺二寸五分乘闊三尺六寸得四百五十寸又乘長八尺四寸得三萬七千八百寸又加寄又置帽子高一尺五寸乘闊三尺六寸又乘長六尺六寸得三萬五千六百四十寸又加寄共得一十八萬一千四百四十寸共為寄其箭窻內外眼雖差三寸于斜深虛積將盈補虧與直深等以窻闊六寸乘長七寸五分得四十五寸又乘座闊三尺六寸得一千六百二十寸為窻積按箭眼三當三因之此用一眼數誤以減寄餘一十七萬九

千八百二十寸為實置甎則法三十寸乘甎闊六寸得一百八十寸為甎則法除實得九百九十九片為女頭鵲臺共甎又置護險牆高三尺乘每丈得三千寸以牆法當半折之得一千五百寸又乘上下五幅得七千五百寸為實次以甎厚二寸五分乘闊六寸得一十五寸為甎法除實得五百片為護險牆甎次併三項甎八千四百九十九片為每丈用甎都實以每工七百片為法除實得一十二工七百分工之九

十九為甎工每丈用石版十片按此條誤應用一十六片二分計一工搬石十片計一工甎每片用灰一觔命都甎即甎用灰之數又置每丈用石版一十片每片用灰一十觔相乘之得一百觔為石版用灰併甎用灰八千四百九十九得八千五百九十九觔為甎石用灰數為實以每工搬一千觔為法除之得八工一千分工之四百九十九為搬灰工并石匠搬石二工通前列土工一千一百定柱工二十爬頭拽後木工四十搏子

木工八十概索工三十二甄工一十二工七百分工之九十九按此數誤搬灰八工千分工之四百九十九按此數誤石匠搬石共二工按此數誤併諸作工餘分不同者合分衍入之共得一千二百九十四工七千分工之一千四百八十九按甄工差多一工石工差少一工故相併之工數無差分子則差少四千八百五十二分通分內子得一百二十九萬五千四百八十九為衆工實置火頭每管六十人分母乘之得六萬為法按數誤分母七千乘六十應得四十二萬除都工實得火頭二十一

人六萬分之三萬五千四百八十九壕寨每部一百二十人就倍火頭法六萬為十二萬亦除衆工實得壕寨十人十萬分之九萬五千四百八十九列兩餘分及前諸作工餘七千分之一千四百八十九三項以合分術入之得一工不盡五十萬四十億分之三十萬二千三百六十九億四千萬分求等又約之為八十四萬分之五十萬三千九百四十九分乃又併之共得一千三百二十六工其餘分大約百分中之

五十九在半以上收為一工共定得一千三百二十七工按此數偶合為每丈都工然後以城通長偏乘乘諸項置城長一千五百一十丈乘城率一萬五千七百五十尺得二千三百七十八萬二千五百尺為城堅積又以城長乘牆率七百五十尺得一百一十三萬二千五百尺為牆堅積併城牆二積得二千四百九十一萬五千尺又以墟率四因之得九千九百六十六萬尺為實以堅率三約得三千三百二十二萬尺

為壕積以為實以壕闊三十丈併下闊二十五丈得五十五丈以半之得二百七十五尺乘壕長一千五百一十丈得四十一萬五千二百五十尺為壕法除實得八丈為壕深求工料共數如術以城通長偏乘丈率工永定柱爬頭拽後木搏子木橛子木紐索蘆蓆望竹水竹青茅城甎石版石灰各得以共工乘日支錢米得共錢米更不立草

按草中法數有不合者逐條改正如左

一題言城脚週迴鋪石版三層通身用甎包砌應于先求得一丈自乘幅數再乘之二十一萬寸數内減去三層石脚之一萬三千五百寸餘一十九萬六千五百寸為甎實以甎則三十寸除之得六千五百五十觔為甎數草中即以全積為甎實故得數差多四百五十片

一女頭鵲臺全積一十八萬一千四百四十寸

一箭窻虛積一千六百二十寸三眼應三因之得四千八百六十寸以減全積餘一十七萬六千五百八十寸為實以一甎積一百八十寸除之得九百八十一片為甎數草中只減一眼虛積故得數差多一十八片

一併城牆鵲臺護險牆三甎數得共用甎八千零三十一片草中差多四百六十八片

一題言城脚鋪石版三層應以甎闊六寸乘九

幅得五十四寸以一丈乘之得五千四百寸三因之得一萬六千二百寸為實以石之長闊相乘得一千寸為法除之得一十六片二分草中並無求法但云每丈用石版十片差少六片二分

一石每片用灰十觔甎每片用灰一觔每丈石用灰一百六十二觔甎用灰八千零三十一觔二共用灰八千一百九十三觔草中石用

欠差少六十二觔甎用欠差多四百六十八觔二共用欠差多四百零六觔

一石十片二工甎七百片一工欠千觔一工每丈應用石工三工二分四釐甎工一十一工七百分工之三百三十一欠工八工千分工之一百九十三併之又併土工一千一百工定柱工二十工爬頭木工四十工搏子木工八十工橛索工三十二工共得一千二百九

十四工七千分之六千三百四十一草中分子為一千四百八十九差少四千八百五十二分

一求大頭工應以共工分母通工數內子為實以分母通所受六十人為法除實得大頭二十一工又一十四萬分工之八萬一千四百四十七草中誤以千分通之故分母子數不合求壕寨應仍用前實以分母七千通所管

一百二十人為法除實得壕寨十工又二十八萬分之二十二萬一千四百四十七草中同前誤分母子數不合

一前共工火頭壕寨三分數通而併之得二工又二十八萬分之七萬七千九百八十一然後總併之得一千三百二十七工又二十八萬分工之七萬七千九百八十一其分子不及分母十之三棄之即以一千三百二十七

工為定數草中分子僅進一工餘數及十之六又進一工故所得定工數亦同

一共用石版二萬四千四百六十二觔答數內差少九千三百六十二觔

一共用甎一千二百一十二萬六千八百一十觔答數內差多七萬零六百六十八觔

一共用灰一千二百三十七萬一千四百三十觔答數內差多六十一萬三千六十觔

右十餘條皆依舊草正其舛訛至立法之疎密未暇論也

樓櫓功料

問築城合蓋樓櫓六十處每處一十間護險高四尺長三丈厚隨甎長卧牛木一十一條長一丈六尺徑一尺一寸搭腦木一十一條長二丈徑一尺看壕柱一十一條長一丈六尺徑一尺二寸副壕柱一十一條長一丈五尺徑一尺二寸掛甲柱一十一條長一丈

三尺徑一尺一寸虎蹲柱一十一條長七尺五寸徑一尺仰艎板木四十五條長一丈徑一尺二寸平面板木三十五條長一丈徑一尺二寸串掛枋木七十三條長五尺徑一尺仰板四八輒結砌三層計六千片每片用灰半觔共用紙觔一百觔牆輒長一尺二寸闊六寸厚二寸半中板廂七千五百片一尺釘八箇八寸釘二百七十箇五寸釘一百箇四寸釘五十箇丁環二十箇用工三百九十六人欲知共用工料

各幾何按護險濶每甎一片用灰一觔題内缺

答曰卧牛木六百六十條　搭腦木六百六十條　看壕柱六百六十條　副壕柱六百六十條　挂甲柱六百六十條　虎蹲柱六百六十條　串挂枋四千三百八十條　仰板木二千七百條　平板木二千一百條　城甎四萬八千片　四八甎三十六萬片　石灰二十萬八千觔　紙觔六千觔　中板及四十

五萬片　丁環一千二百箇　一尺釘四百八十箇　八寸釘一萬六千二百箇　五寸釘六千箇　四寸釘三千箇　用工二萬三千七百六十人

術曰以商功求之置牆高乘長得寸為實以甎闊乘厚為法除之得用甎及用灰以處數並乘諸工料得總用工料

草曰置牆高四尺通為四十寸置長三丈通為三百

寸相乘得一萬二千寸為實以甎闊六寸乘厚二寸五分得一十五寸為法除之得八百片為牆甎又為灰并四八甎灰三千觔共灰三千八百觔乃以六十處偏乘總用工料卧牛木搭腦木看壕柱副壕柱挂甲柱虎蹲柱仰板木平板木串挂枋木四八甎城甎石灰紙觔中板五一尺釘八寸釘五寸釘四寸釘釘環工數各項總數在前

計造石壩

問創石壩一座長三十丈水深四丈二尺令兩闊三丈石版每片長五尺闊二尺厚五寸用灰一十觔每層高二尺差闊一尺石匠每工九片搬扛五片用工四人搬灰蕪用每工一百一十觔火頭每名管六十人部押每名管一百二十人所用石須依原段不許鑿動欲知壩下闊及用石并灰共工各幾何

答曰壩下闊五丈　石版一十萬八千片　石灰一百萬八千觔　用夫一十萬三千五百二

十八工十一分工之八

術曰以商功求之招法入之置層高尺數乘面闊及長為初率次以差闊尺數乘高又乘長為次率却以石版長闊厚相乘為法以除二率各得石版為上積及次積置深以層高尺數約之得層數對二積列之一行各添一撥天地數各以累乘對約之得乘率以對上次積併之為石版以每觔用灰乘石為灰數以匠工斤數約版得石匠以攙夫數乘石版為實以扛斤數為法除之得人數以攙用灰數

除灰得人數併諸工以火頭管數約之為火頭半之為部

押石壩圖 按此圖舊本在答數後今移此



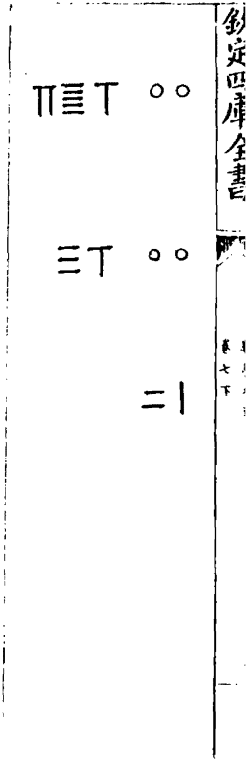
草曰置層高二尺面闊三丈相乘得六十尺又乘長三十又得一萬八千尺為初率次以差闊一尺乘高二尺又乘長三十丈得六百尺為次率却以石版長五尺闊二尺厚五寸相乘得五尺為法以除二率得三千六百片為初積一百二十片為次積列右行置深四丈二尺以每層二尺約之得二十一層乘初積三千六百片得七萬五千六百片于上次置二十一層減一餘二十以乘二十一層得四百二十半之得

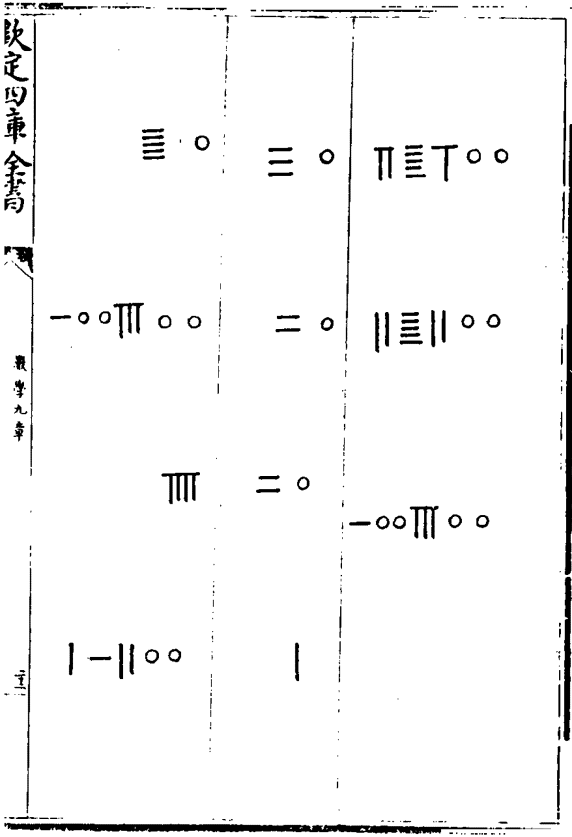
二百一十乘次積一百二十觔得二萬五千二百片加入上共得一十萬八百片為石版數次置二十一層減去一餘二十以差閣一尺乘之得二丈併上閣三丈共得五丈為下閣之數又置石一十萬八百片以每工九約得一萬一千二百置石版數以搬扛四人乘之得四十萬三千二百為實以五片為法除之得八萬六百四十工又置石版數以每片用灰一十觔乘之得一百萬八千觔為灰

實以每人搪用一百一十觔約之得九千一百六十三工一十一分工之七為灰工于上又併石版工一萬一千二百又併搬扛工八萬六百四十工加上共得一十萬一千三工一十一分工之七通分內子得一百一十一萬一千四十為實置火頭每名管六十工以乘分母一十一得六百六十為法除實得一千六百八十三工不盡二百六十與法約之為三十三分工之一十三為火頭工數半之

得八百四十一工三十三分工之二十三為部押壕寨數今衆工下十一分工之七以母十一除火頭分母三十三得三以三因衆工下母子為一十萬一千三工三十分工之二十一併三項母子得一十萬三千五百二十九工分子五十七滿母三十三收一工餘二十四與母各三約為十一分工之八為共用一十萬三千五百二十八工十一分工之八

二	三丁	一三〇〇
一	一二	丁〇〇
三	〇	
二		





䷀ ䷁

䷂ ䷃

䷄ ䷅

䷆ ䷇

䷈ ䷉

䷊ ䷋

䷌ ䷍

䷎ ䷏

䷐ ䷑

䷒ ䷓

䷔ ䷕

䷖ ䷗

䷘ ䷙

䷚ ䷛

䷜ ䷝

䷞ ䷟

䷠ ䷡

䷢ ䷣

䷤ ䷥

䷦ ䷧

䷨ ䷩

䷪ ䷫

䷬ ䷭

䷮ ䷯

䷰ ䷱

䷲ ䷳

䷴ ䷵

䷶ ䷷

䷸ ䷹

䷺ ䷻

䷼ ䷽

䷾ ䷿

築埂均功

問曰縣共興築圩埂長三十六里半甲縣出二千七百八十人乙縣出一千九百九十人丙縣出一千六百三十人丁縣出一千三百二十人其甲縣先差到一千五百四十四丙縣先差到九百六十五夫欲知各合賦役埂長幾何里法三百六十步

築曰甲先到人築二千六百二十八步計七里一百八步

丙先到人築一千六百四十二步半計四里二百二

步
半

術曰以商功求之置里通步作尺為積率併諸縣人數為均法法與率可約者約之以科率各乘先到人為實皆法而一各得先築里步為先賦埂長續到人合賦功準此求之

草曰置三十六里五分以里法三百六十步通之得一萬三千一百四十步又以步五尺乘之得六萬五千七百尺為長率併甲乙丙丁縣四縣合科人得七

千七百二十為均法合法與率可求等得二十以約之率得三千二百八十五法得三百八十六以長率三千二百八十五尺乘甲縣先到人一千五百四十四夫得五百七萬二千四十人為甲實實如法三百八十六而一得一萬三千一百四十尺以步五尺約之得二千六百二十八步為甲縣先到人所築積步又以長率三千二百八十五乘丙縣先到人九百六十五夫得三百一十七萬二十五尺為丙實實如法

三百八十六而一得八千二百一十二尺五寸以步法五尺約之得一千六百四十二步半為丙縣先到人所築步

計浚河渠

問開通運河就土築堤令面廣六丈底廣四丈上流深八尺下流深一丈六尺長四十八里其堤下廣二丈四尺上廣一丈八尺與河等未知高以墟四堅三為率秋程入功每名自開運築墟堅共積常六十尺築

堤至半為棚道取土上下工減五分之一限一月畢欲知河積及堤積尺共用工并日役工數及堤高各幾何

答曰河積六千二百二十萬八千尺　堤積四千六百六十五萬六千尺　堤高二丈一尺七分尺之三　共用工二十四萬四千九百四十四　日役工八千一百六十四五分工之

按共用工日用工二數俱誤若以共工分工積則每工各得四百四十四尺餘其不合明矣辨詳算後

術曰以商功求之併河上下廣于上併河上下流深乘之又以長乘為實以四為法除得河積以堅率乘河積為實以壞率為法除得堤積併堤上下廣乘堤長半之為法除堤積得堤高併河堤二積以棚道毋半之副置以棚道減工子乘之以棚道減工毋除之

得數以併其副共為寄以子減母餘乘常尺為增子以母乘常尺為增分併增分增子乘寄倍為用工實以增分乘增子又乘限月日為法除實得用人工數

草曰置河上廣六丈併底廣四丈通之折半得五十尺于上又置河上流深八尺併下流深一丈六尺併之折半得一十二尺以乘上數得六百尺為次置長四十八里以尺里法二千一百六十通之得一十萬

三千六百八十尺得堤河長以乘次得六千二百二十萬八千尺為河積以堅率三因河積得一億八千六百六十二萬四千尺為實以穿率四為法除之得四千六百六十五萬六千尺為堤積置上廣一丈八尺下廣二丈四尺併之為四十二尺以乘堤長一十萬三千六百八十尺得四百三十五萬四千五百六十尺以半之得二百一十七萬七千二百八十尺為法除堤積得二十一尺為堤高不盡九十三萬三千

一百二十與法求等得三十一萬一千四十俱約之為七分尺之三次置河積六千二百二十萬八十尺併堤積四千六百六十五萬六千尺得一億八百八十六萬四千尺以棚道築至半是二除之得五千四百四十三萬二千尺副之先以減工之子一（按此以下法皆誤）乘之只得此數為實乃後以減工毋五為法除之得一千八十八萬六千四百尺併副五千四百四十三萬二千尺共得六千五百三十一萬八千四百尺

為寄以折減工五分之一以子一減母五餘四以乘常尺六十得二百四十尺為增子以母五乘常尺六十得三百尺為增分以二增併之得五百四十乘寄得三百五十二億七千一百九十三萬六千尺以半之得一百七十億三千五百九十六萬八千尺為用工實按此下又有脫誤得八千一百六十四為每日人工數不盡一百七十二萬八千與法求等四十三萬二千俱約之為五分工之四得每日用工八千一百六十

四工五分工之四復通分內子得四萬七百二十四以三十日乘之得一百二十二萬一千七百二十為寔仍以毋五約之得二十四萬四千三百四十四工為共用工合問

按草中求堤積至窖至提誠數家之要法也至減工子毋乘除而下則法與數皆有誤焉益題言棚道減工五分之一是棚道為平道四分之五也四為分毋五為分子應以分子五乘上下

積五千四百四十三萬二千尺得二億七千二百一十六萬尺以分母四乘副半積得二億一千七百七十二萬八千尺併之得四億八千九百八十八萬八千尺為實以分母四乘常尺六十得二百四十尺為法除實得二百零四萬一千二百工為共工數以一月三十日除之得六萬八千零四十工為每日工數或置分子五乘上半積之得數于上又併分子母得九乘常尺

六十得五百四十尺乘上數得一千四百六十九億六千六百四十萬尺為實以分母四乘六十尺得二百四十尺為增母以分子五乘六十尺得三百尺為增子增母子相乘得七萬二千尺為法除實得共工數亦與前同此特不用副半積數然不若前法之省草中以五為分母以一為分子母子既以顛倒而又以餘分為分子後雖易一為四而母子之名未正故其中累乘

累除之數漫無可據而所差甚遠也

圍田先計

問有草蕩一所廣三里縱一百一十八里夏日水深二尺五寸與溪向等平溪闊一十三丈流長一百三十五里入湖冬日水深一尺欲趁此時圍裡成田于蕩中順縱開大港一條磬折通溪順廣開小港二十四條其深同其小港闊比大港六分之一大港深比大港面三分之一大小港底各不及面一尺取土為埂

高一丈上廣六尺下廣一丈二尺蕩縱當溪其岸高廣倍其埂數上下流各立斗門一所須令田内止容水八寸過餘水復溪入湖里法三百六十步步法五尺欲知田積埂土積大小港底面深闊冬夏積水田港容水過水溪面泛高幾何

按題意掘土為港即以其土四邊為埂當溪者高闊倍之餘三邊等語皆未詳

答曰田積一千八百六十六頃八畝二十四步

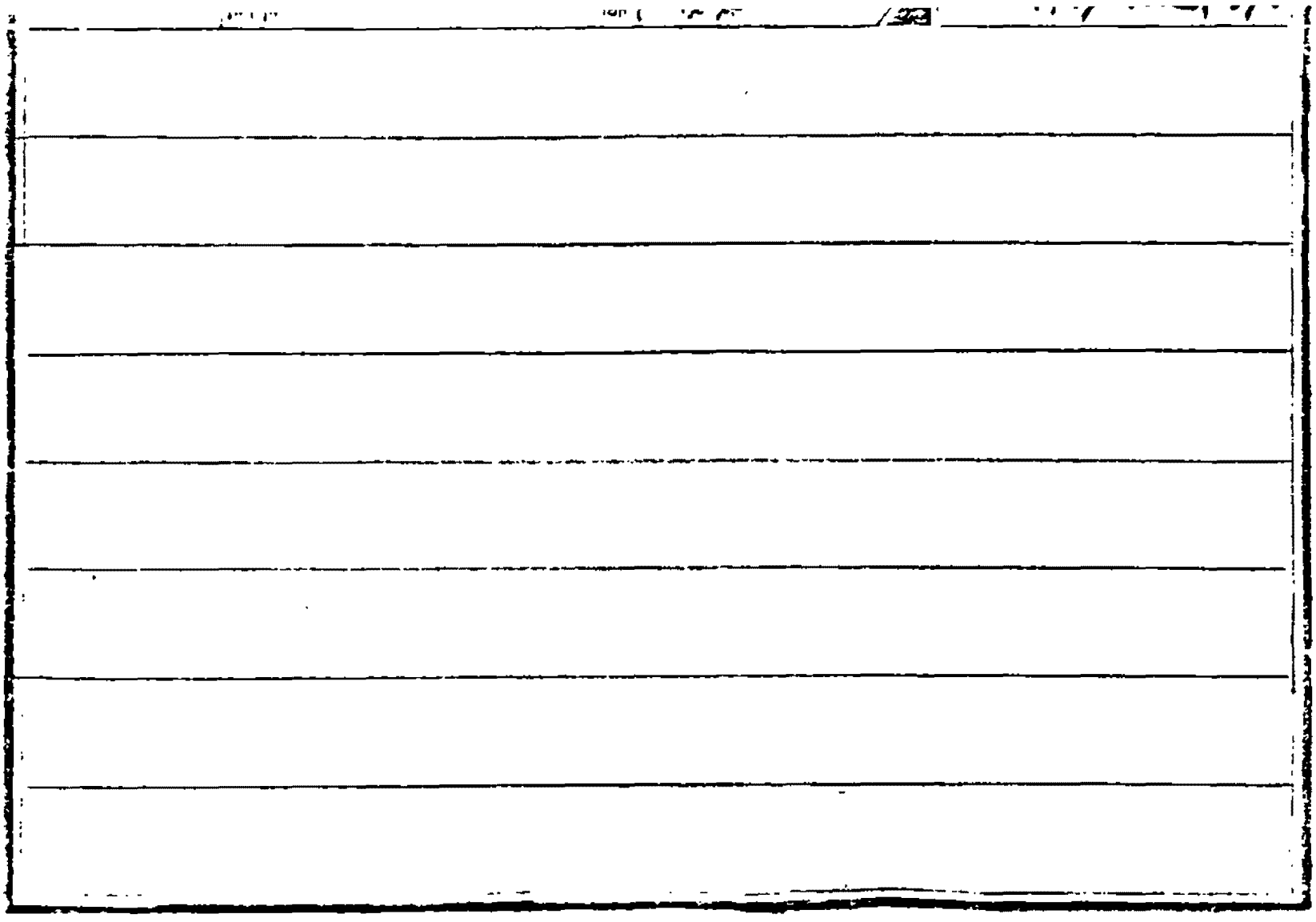
埂土積九百六十五億五千二百萬立方寸

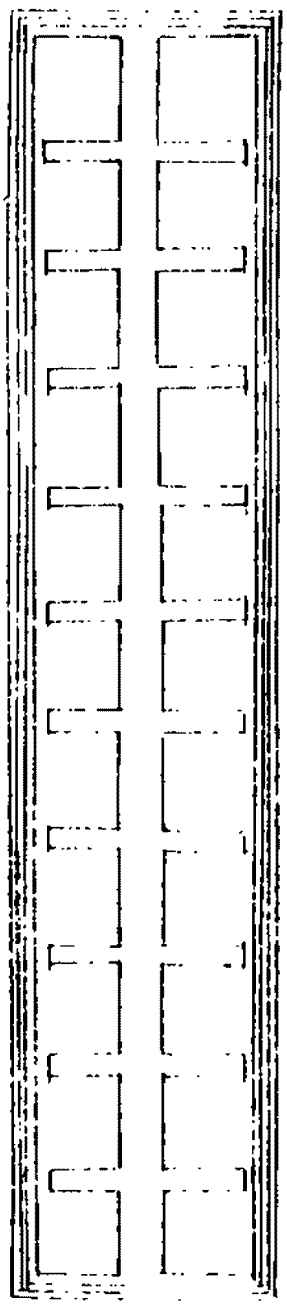
大港面闊六丈一尺七寸　底闊六丈七寸　深六尺八寸　小港面闊一丈二寸六分寸之五　底闊九尺二寸六分寸之五　深六尺八寸　夏積水二萬八千六百七十四億立方寸　冬積水一萬一千四百六十九億六千萬立方寸　田容水九千七十二億六千九百一十二萬立方寸　港容水九

百六十五億五千二百萬立方寸港上者在田內

溢出水一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬立方寸溪面泛高一尺三寸一十三萬一千六百二十五分寸之一萬四千四百一十一

按題言大港深此大港面三分之一答數中大港面六丈一尺七寸深六尺八寸是九之一不足而非三之一矣此數與題不合以下俱誤





草曰先通步法為五十寸通三百六十步得一萬八千寸為里法以里法通蕩廣三里得五萬四千為廣率又通蕩縱一百一十八里得二百一十二萬四千為縱率以縱併廣率得二百一十七萬八千為和以縱率乘廣率得一千一百四十六億九千六百萬為寄三因縱率二百一十二萬四千得六百三十七萬二千于上倍和二百一十七萬八千得四百三十五萬六千加上得一千七十二萬八千為段次以埂上

廣六尺併下廣一丈二尺得一十八尺乘半堤高五十寸得九千寸又乘段一千七十二萬八千得九百六十五億五千二百萬為土積亦為港容水以港闊毋六因土積得五千七百九十三億一千二百萬為實以闊子一乘小港二十四條又乘廣率五萬四千得一百二十九萬六千為法以闊毋六因縱率二百一十二萬四千得一千二百七十四萬四千併法得一千四百四萬為隅開平方　按大港闊六分差一尺小港闊一分差一尺故

此法不免有差得二百三寸不盡七百三十七萬六千四百收為所得一寸乃得二百四寸為堭以深子一乘之以深母三除得六尺八寸為大小港等深次以深母三因堭二百四寸得六百一十二寸為實如深子一而一得六丈一尺二寸為中以不及一尺半之得五寸加中得六丈一尺七寸按如此則不成分數矣為大港面闊如母六而一得一丈二寸六分寸之五為小港面以不及一尺各減大小港面得六丈七寸為大港底得

九尺二寸六分寸之五為小港底次以埂下廣一丈二尺乘段一千七十二萬八千寸得一十二億八千七百三十六萬為址以大港面六丈一尺七寸乘隅一千四百四萬得八十六億六千二百六十八萬為實以關毋六除之得一十四億四千三百七十八萬為港平以併址一千二億八千七百三十六萬得二十七億三千一百一十四萬減寄一千一百四十六億九千六百萬餘一千一百一十九億六千四百八

十六萬為田積寸以步法五十寸自乘得二千五百除積寸得四千四百七十八萬五千九百四十四步為田積步以畝法二百四十步約之得一千八百六十六頃八畝不盡二十四步為田積以址一十二億八千七百三十六萬減寄一千一百四十六億九千六百萬餘一千一百三十四億八百六十四萬乘令容水八寸得九千七十二億六千九百一十二萬為田容水次以夏水深二尺五寸乘寄一千一百四十

六億九千六百萬得二萬八千六百七十四億寸為夏積水次以冬水深一尺乘寄得一萬一千四百六十九億六千萬寸為冬積水乃以田容水九千七十二億六千九百一十二萬併港容水九百六十五億五千二百萬得一萬三十八億二千一百一十二萬減夏積水二萬八千六百七十四億寸餘一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬為遏出水當以八節乘之歲日三百六十除之為實令從省先以八

節約歲日三百六十得四十五為率次以里法一萬八千寸通流長一百三十五里得二百四十三萬又乘溪闊一十三丈得三十一億五千九百萬以乘除率四十五得一千四百二十一億五千五百萬為法除遏出水一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬得一尺三寸為溪面泛高不盡一百五十五億六千三百八十八萬與法一千四百二十一億五千五百萬求等得一百八萬俱以約之為一十三萬一

千六百二十五分寸之一萬四千四百一十一為泛高寸下分母之數合問

按草中自求大小港闊深以後既與題問不合且法多疎漏今以立天元一術推明求大小港闊深之法于後至田積水積等不過冪積體積相較初無深義可無論也

法立天元一為一分六内之得六元為大港闊減十寸得六元少十寸為大港底闊併之得十

二元少十寸以半深一元乘之得十二平方少十元以縱率因之得二千五百四十八萬八千平方少二千一百二十四萬元又以天元一為小港闊減十寸得一元少十分為小港底闊併之得二元少十寸以半深一元因之得二平方少十元以二十四廣率因之得二百五十九萬二千平方少一千二百九十六萬元併二數得二千八百零八萬平方少三千四百二十萬元

與土埂共積等而邊各以一萬除之得二十八百零八平方少三千四百二十元與九百六十五萬五千二百寸等三數又求等得三十六倫約之得七十八平方少九十五元與二十六萬八千二百寸等乃以寸數為實以元數為縱以方數為隅開帶縱平方得方邊為一分數五尺九寸 二五〇五 三二九 即小港闊減一尺得四尺九寸 二五〇五 三二九 為小港底闊六因一分數得三丈五

尺五寸五三〇一九七三為大港闊減一尺得三丈四尺五寸五〇三一九七三為大港底闊二因一分數得一丈一尺八寸五〇一〇六五八為同深以此轉求共港容水數乃與共土埂原積數相合

數學九章卷七下

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數學九章卷八上下

詳校官欽天監博士臣古之雄

壐基堂郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄録監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷八上　宋　秦九韶　撰

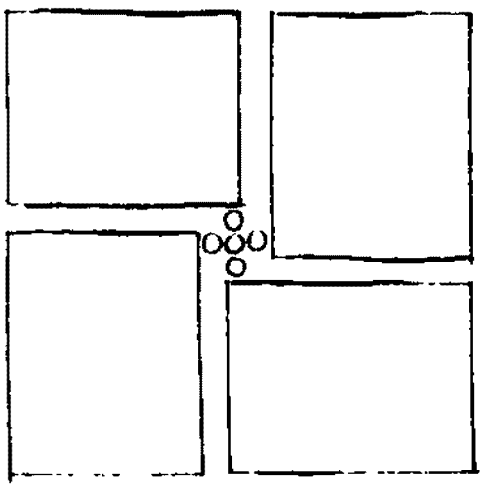
軍旅

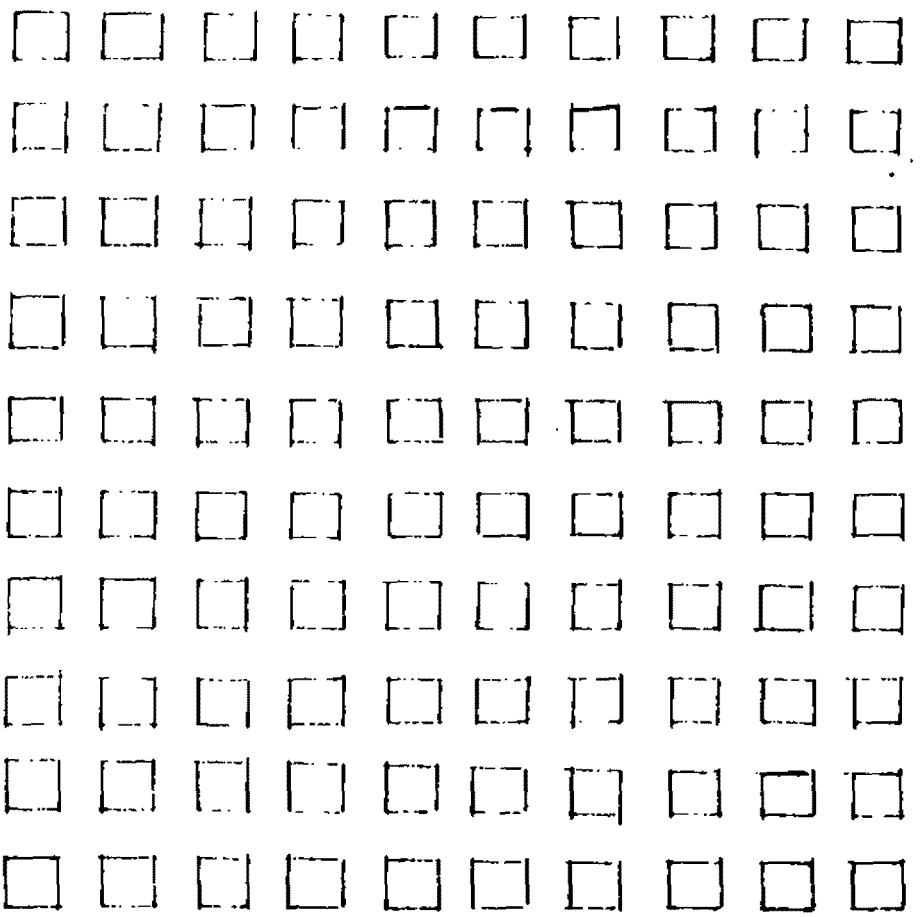
計立方營

問一軍三將將三十三隊隊一百二十五人遇暮立營人占立地方八尺須令隊間容隊師居中央欲知營方幾何

答曰方營一百七十一丈　隊方九丈

術曰以少廣求之置人占方冪乘每隊人為隊實以一為隅開平方所得為隊方圖或開不盡或開不盡為全盡次置隊數乘將數又四因之增三為寔以二為從隅開平方得率以乘隊方面為營方面開不盡為全數





按舊圖各隊四眼內每人作一小圖為識今去之總圖內各隊仍畫四眼今只以一小方為一隊舊總圖太大難於撿閱今收入半頁內

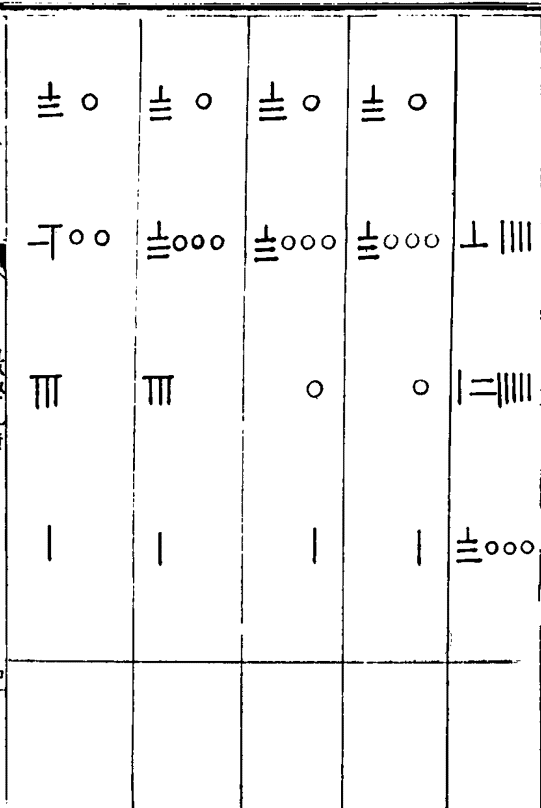
又按總圖內係百隊算內只有九十九隊圖中應虛一隊舊本未詳

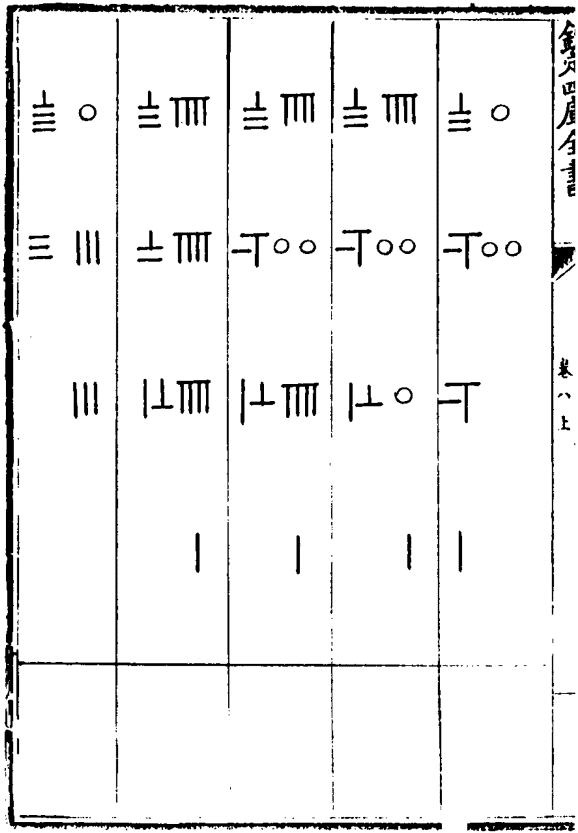
草曰置人占八尺自乘得六十四尺為人占方冪以乘每隊一百二十五人得八千尺為寔以一為隅開平方步法常超一位今隅超一度至寔之百下約寔

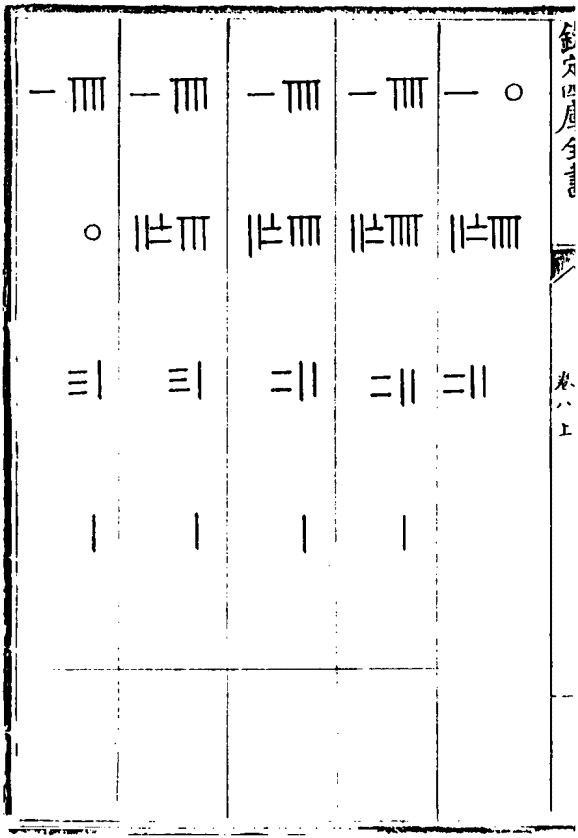
置商八十尺以商八十生隅一得八十為方乃命上商除寔訖實餘一千六百次以商生隅入方得一百六十畢方一退隅再退之復於上商之次續商九尺乃以續商九生隅一入方得一百六十九乃命續商除寔訖得八十九尺不盡七十九尺就為九十尺得隊方面次置三十三隊乘三將得九十九又四因得三百九十六增三得三百九十九為寔以二為從方一為從隅開平方步法以從方進一位至寔之十下隅

隅超一位至寔之百下乃約寔置商一十生隅一入方得一十二乃命上商除寔訖餘二百七十九又以商一十生隅入方得二十二畢方一退隅再退之續于寔上商九隊以續商九生隅入方得三十一乃命續商除寔遣盡得一十九乘隊方面九十得一千七百十尺爲營方一百七十一丈合問











方變銳陣

問步兵五軍軍一萬二千五百人作方陣人立地方八尺欲變為前後銳陣陣後闊令多原方面半倍陣間仍容騎路五丈以上順銳形出入求方陣面銳陣長及前後銳陣各布兵幾何

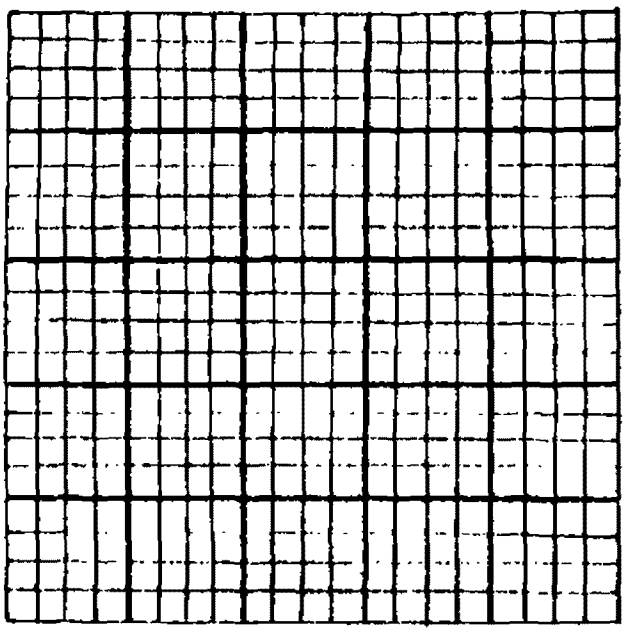
答曰方面二百丈　方面布兵二百五十人　銳

後廣二百丈　銳廣列共三百六十二人　銳通正長三百丈　騎路二條各闊五丈三尺　內銳陣廣一百四十五丈六尺列一百八十二人長一百四十五丈六尺計布兵一萬六千六百五十三人　外銳兩廣各七十二丈列九十人計布兵四萬五千八百四十七人

按銳陣數惟內銳數合外銳通廣丈數及布兵

數皆不合詳見草後

術曰以少廣求之置兵開平方得方面人數開不盡方為補隊以人立尺數乘之為原方面置原方面以欲多數加之為銳後闊亦為通長倍馬路減之餘為實以人立尺約為闊布兵不盡半歸馬路以四約闊布兵得外銳一邊人倍一邊人併不歸為內銳長闊人數副置減一餘乘其副得數半之為內銳布兵以減總兵餘為外銳布兵



計立六萬二千五百人銳後廣通長各三百丈內銳立一萬六千六百五十三人外銳立四萬五千八百四十七人按舊圖式不細且在題後今改正移于此

草曰置一軍一萬二千五百以五軍因之得總兵六萬二千五百人為寔開平方得二百五十人以人立八尺乘之得方面二百丈置二百丈加半倍一百丈得三百丈為銳陣後闊亦為銳陣道長先倍騎路五丈得一十丈以減後闊三百丈餘二百九十丈為實

以人立八尺約之得三百六十二為銳後闊布兵不盡四尺以半之得二尺準歸騎路作五丈二尺以四約銳後闊布兵三百六十二人得九十人為外銳一邊人倍一邊九十得一百八十併不盡二人共得一百八十二人為內銳廣布兵數亦為長布兵副置加一得一百八十三乘副一百八十二得三萬三千三百六以半之得一萬六千六百五十三人為內銳陣布兵以減總兵六萬二千五百餘四萬五千八百四

十七人為外銳兵

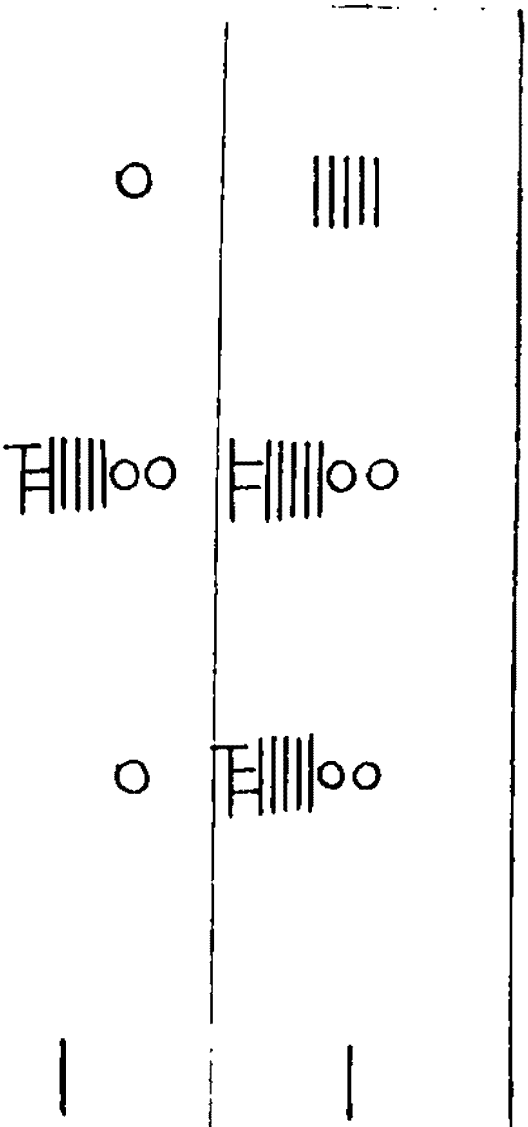
按草中以內銳陣兵數減前方陣兵數餘為外銳陣兵數非是蓋無以知兩總數為相等也試以數明之依束箭法以總闊求得總三角數七萬零五百以銳闊求得內三角數一萬六千六百五十三又以每人八尺除兩騎路濶十丈零四尺得一十三人與內銳闊相加得闊二百求得內外闊三角數二萬零一百置總三角數減

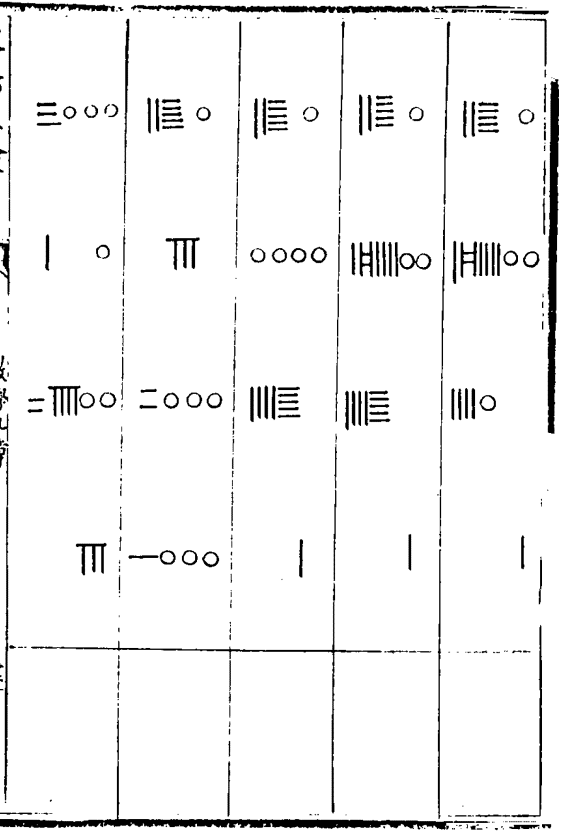
內外問三角數加內三角數得六萬七千零五十三與前方陣兵數相較多四千五百五十三安得謂之等乎今另設步法于後

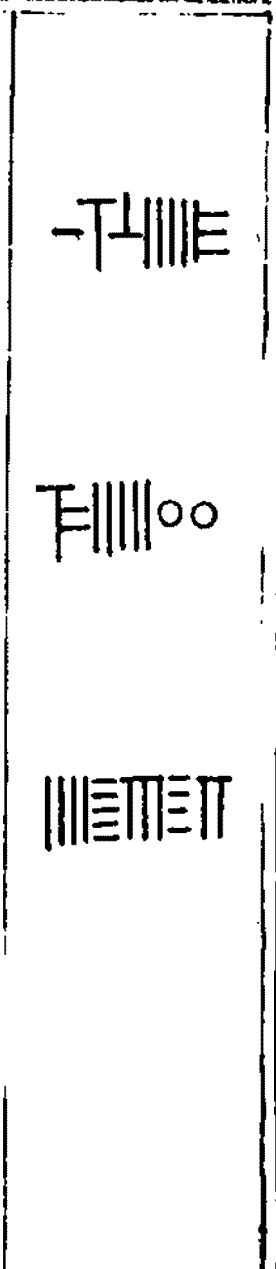
法設騎路之闊當二十人先以總三角數與前方陣數相減得今多八千人乃倍騎路闊人數得四十人為截騎路上小三角之闊求得小三角數八百二十以減今多數餘七千一百八十為寔以四十為法除之得一百七十九人為內

銳闊餘二十人依術内不盡者為補隊兵次置總闊減去内闊餘一百九十六人再減併騎闊四十人餘一百五十六人半之得七十八人為外後闊是内銳闊長皆為一百七十九人外銳長為三百七十五人後兩闊共一百五十六人騎路闊二十人乃以内銳闊求得内三角數一萬六千一百一十人以内闊併兩騎闊得二百一十九人為闊求得内外間三角數二萬四千

零九十人未置總三角數內減去內外間三角數餘四萬六千四百一十人加內三角數得六萬二千五百二十人再減補隊兵二十人得六萬二千五百人與方陣總兵原數脗合







圓營數布

問周制一軍欲布圓營九重每卒立圓邊六尺重間相去比立尺數倍之于內摘差兵四分之一出奇不可縮營示弱須令仍用原營布滿餘兵欲知原營內外周及立人數並出奇後每卒數立尺數外周人數各幾何

答曰周制一軍一萬二千五百人出奇三千一百二十五人　原內周八百四丈立一千三百四十人原外周八百六十一丈六尺立一千四百三十六人　出奇後原外周立一千八十九人原內周立一千一十六人內外周人立七尺九寸一分

術曰以商功求之置重數減一餘為段以段乘圓差為哀以哀乘重數為率求圓周以率減兵餘如重數

而一得內周人數不滿為餘兵以人立圓邊乘內周人得內周尺倍哀乘圓邊為泛以泛併內周尺得外周尺為實如圓邊而一得外周人求出奇後以率加存兵如重數而一得外周人不滿為餘兵以外周人約原外周尺得後立尺以後立尺約原內周得內周人

按求圓陣草中用圓束法圓束實六等邊形非圓形也蓋圓形重數相距等則弧邊上相距不等弧邊上相距等則重數相距不等惟圓束可並取相等故用其法至次陣減人數不減營周尺數則各重周上相距不能相等故草中又以尺數求內周人數然未免與圓束逐層相差數不合亦僅取其大畧也又舊用二圖各點為圓周九重今用一圖點為六等邊形三重惟取易

見則二圖九重其理一也

草曰置九重減一餘八為段以乘圖束差六得四十八為哀按圖束每層差不令內外重數相距倍於人立相距則每層差一十二為倍差常法重數減一與半差相乘為哀今倍差故即與差數相乘為哀也九重得四百三十二為率



求原周以率四百三十二減周制一軍一萬二千五百餘一萬二千六十八為實如重數九而一得一千三百四十人為內周人數不滿八人為餘兵



次以人立圓邊六尺乘內周人一千三百四十得八

千四十尺收作八百四丈為內周尺數

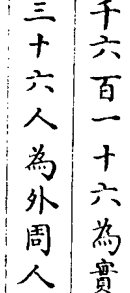


倍袤四十八得九十六乘圓邊六尺得五百七十六尺為泛

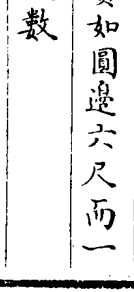


以泛五百七十六尺併內周八千四十尺得八千六

百一十六尺為外周尺

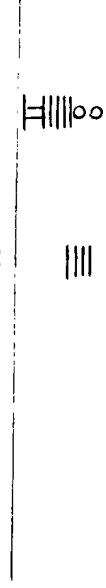


以外周尺八千六百一十六為實如圓邊六尺而一得一千四百三十六人為外周人數



求出奇後以奇母四約一萬二千五百得三千一百

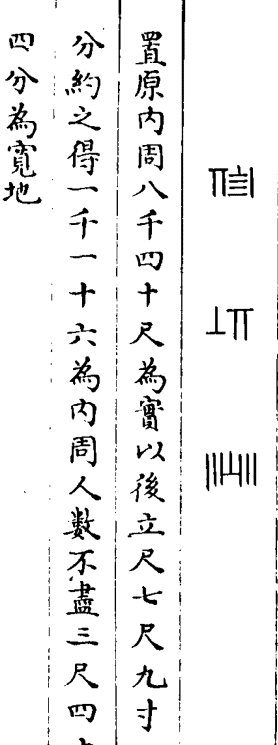
二十五為奇兵以減總軍餘九千三百七十五為存兵次以率四百三十二加之得九千八百七十為實加重數九而一得一千八十九為外周入不盡六





次以原外周八千六百一十六尺為實以外周人一千八十九約之得七尺九寸一分不盡二尺一分與法求等得三俱約之為分下三百六十三分之六十七





置原內周八千四十尺為實以後立尺七尺九寸一分約之得一千一十六為內周人數不盡三尺四寸四分為寬地

本術所求內外周之人數既定不拘奇出奇入皆以六人為重差或累差加減各得諸重圖數或併九重人課總軍存兵

計布圖陣

問步率二千六百人為圖陣人立圖九尺形如車輻無麗布陣陣重間倍人立圓邊尺數須合內徑七十二

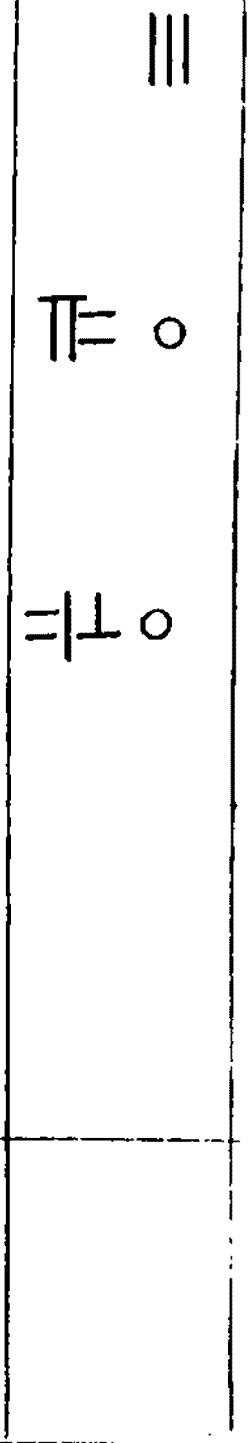
丈圓法用周三徑一之率欲知陣重幾數及內外周通徑並所立人數各幾何

答曰內周二百一十六丈立二百四十人　外周三百二丈四尺立三百三十六人　通徑一百丈八尺陣計九重不盡八人

術曰以商功求之以圓率因內徑為內周以人立尺約之為內周人數乃以圓求差率為隅次置內周人減隅餘約從方列兵數為寬開平方得重數不盡為

餘兵置重數減一餘四因又乘圓邊尺數併內徑共為通徑以圓率因通徑得外周

按舊本有圖前題同今刪去



三 | |	||||	||||	||||	〇
||||	|	|||	二丁〇〇	二丁〇〇
||三|||	|||	||三|||	||三|||	||三||||
丁三〇	||||	丁	丁	丁

草曰以圓率三因內徑七十二丈得二千一百六十尺為內周以圓邊九尺約內周得二百四十為內周人數乃以圓束差六為從隅次置內周二百四十人減隅餘二百三十四為從方列兵二千六百為寔開平方步法從方進一位隅法超一位今方隅皆不可超進乃于寔約商置九重以商生隅六得五十四增入從方內共得二百八十八乃命上商九重除寔訖

寔餘八人為餘兵副置九重減一餘八以四因之按九重八間徑兩端應二因之間倍于立步又應二因之今合為四因得三十二又乘圜邊九尺得二百八十八尺併內徑七百二十尺得一千八尺為通徑又以圜率三因通徑得三千二十四尺為外周次以圜邊九尺為法除外周尺數得三百三十六人為外周人數合問

按圜束環積有內周求重數法置積為寔圜束差半之為從隅又以半差減內周餘為從方開平

方得重數此圖束環積每層為倍差故即以圓束差為從隅減內周為從方也又按周三徑一正與六邊形相合故人數尺俱無奇零也

數學九章卷八上

數學九章卷八下　宋　秦九韶　撰

軍旅

軍器功程

問今欲造弓刀各一萬副箭一百萬隻據工程七人九日造弓八張八人六日造刀五副三人二日造箭一百五十隻作院見管弓作二百人刀作五百四十人箭作二百七十六人欲知畢日幾何

答曰造弓一萬張三百九十三日四分日之三
造刀一萬副一百七十七日九分日之七
造箭一百萬隻一百四十四日二百七分日
之一百八十二（換六十九分之六十四訛二百七分之一百八十二）

術曰以粟米求之互換入之置各功程原人率於右行置原日數於中行置欲求數為左行以三行對之為各實列右行置原物數於中行置見管人為左行以左行乘中行各為法以對除右行各得日數

草曰置原造弓七人造刀八人造箭三人於右行次置造弓九日造刀六日造箭二日列中行又置於造弓一萬欲造刀一萬欲造箭一百萬列左行以三行對乘

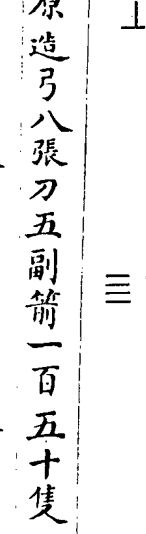
原造弓 ||| 人　原造刀 ||| 人　原造箭 ||| 人右行

原造弓 |||| 日　原造刀 |||| 日　原造箭 ||| 日中行

原造弓　張　欲造刀　副　欲造箭　隻左行

|○○○○　|○○○○　|○○○○○○

上得六十三萬中得四十八萬下得六百萬各為隊



次列原造弓八張刀五副箭一百五十隻放中又列見管弓作二百人刀作五百四十人箭作二百七十六人於左行

原造弓 ||| 張　見造弓 ○ 人

原造刀 ||||| 副　見造刀 ○ 人

原造箭 三 ○ 雙中行　見造箭 丨 人

左行

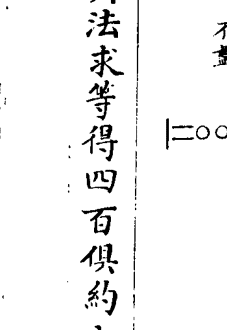
以兩行對乘之上得一千六百中得二千七百下得四萬一千四百各為法

上 ○ 丨 一

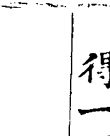
中 ○ ○ ||| 二

下 ○ ○ ||||一 各為法

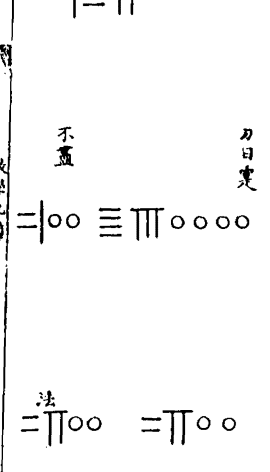
先以上法一千六百除寄右行弓日實六十三萬日得三百九十三日為造弓一萬張日數



不盡一千二百與法求等得四百俱約之為四分日之三



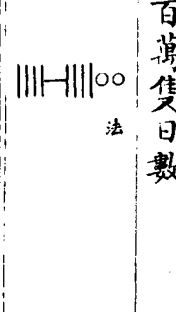
火以中得二千七百除寄右行刀日實四十八萬日得一百七十七日為造刀一萬副日數



不盡二千一百與法求等得三百俱約之為九分日之七

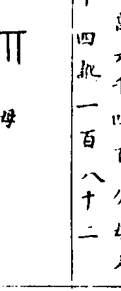


次以下法四萬　百除寄右行箭日實六百萬日得一百四十四日為造箭一百萬隻日數





不盡三萬六千四百日與法四萬一千四百求等得二百俱以約之得二百七分日之一百八十二為造箭日分合問按不盡數三萬八千四百誤為三萬六千四百分母六十九就二百零七分子六十四就一百八十二



計造軍衣

問庫有布綿絮三色計料欲製軍衣其布六人八疋少一百六十疋七人九疋剩五百六十疋其綿八人一百五兩剩一萬六千五百兩九人一百七十兩剩一萬四千四百兩其絮四人一十三斤少六千八百四斤五人一十四斤適足欲知軍士及布綿絮各幾何

答曰兵士一萬五千一百二十人　布二萬疋

綿三十萬兩　絮四萬二十三百二十六斤

術曰以盈朒求之置人數於左右之中置所給物各於其上置盈朒各於其下令維乘之先以人數互數乘其所給率相減餘為法次以人數相乘為寄後以盈朒互乘其上未減者是謂未乘驗其下係一盈一朒以上下皆併之為物其上併之實其下併之乘寄為兵寔如法而一各得驗其係兩盈或兩朒者以上下皆相減之其上減之餘為物寔其下減之餘乘寄為兵寔二寔皆如法而一各得驗其或一盈一足或

一拙一足者其適足乃以空互乘其上未減者去之只以所用盈拙數互乘其上為物實以盈或拙一數乘寄為兵實皆如法而一各得

求布草曰置布於六人左中八疋於左朏上一百六十四疋於左下置七人於右中九疋於右上盈百五六十於布下先以左右之中六七互乘左右之上訖左上得五十五右上得五十四以相減之餘二為法次以左右中六七相乘得四十二為寄於中次以左

下虧一百六十乘右上未減五十四得八十六百四十又以右下盈五百六十乘左上未減五十六得三萬一千三百六十驗得左右之下係一盈一朏當併之以三萬一千三百六十併右上八千六百四十得四萬為布實次以左下朏一百六十併左下盈五百六十得七百二十乘寄四十二得三萬二百四十為兵實二實皆如法二而一得二萬斤為布得一萬五千一百二十為兵

求布圖

布㠯疋　廿人　盈丄○　疋　右行

右中乘左上

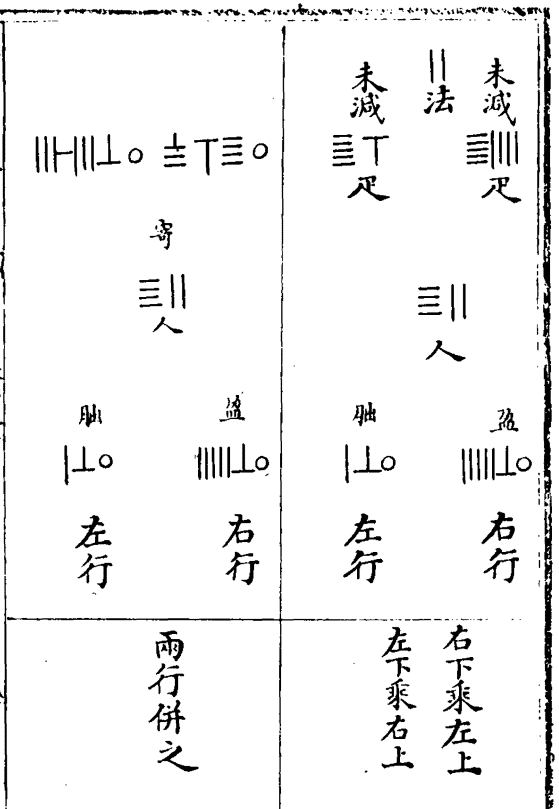
左中乘右上

布㠯疋　丁人　朏丄○　左行

廿人　盈丄○

丁人　朏丄○

上對減之


未減 三 丌
法 二
未減 丁 丌
三
人
益
右行
朏
左行
右下乘左上
左下乘右上
寄
三
人
益
右行
朏
左行
兩行併之



寄

人

法

中乘下得幾

兵

人

下除上及中

兵

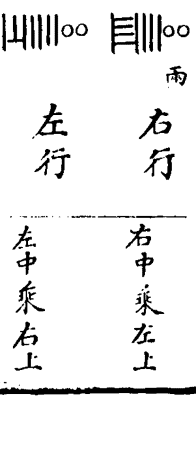
人

答數

求綿草曰置八人於左中綿一百五十兩於左上餘一萬六千五百兩於左下次置九人於右中一百七十兩於右上餘一萬四千四百兩於右下以左右中八九五乘各上訖左上得一千三百五十右上得一千三百六十相減餘一十為法次以中八九相乘得七萬二為寄於中次以左下一萬六千五百乘右上一千三百六萬得二千二百四十四萬却以右下一萬四千四百乘左上一千三百五十得一千九百四

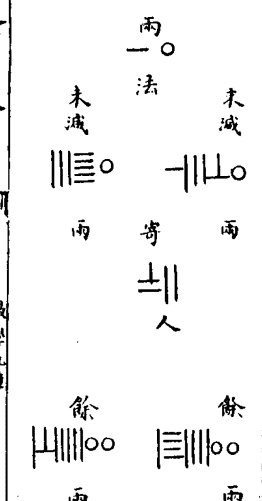
十四萬驗其下係兩益當相減之其右上餘三百萬為綿實其左右之下亦相減之餘二千一百乘寄七十二得二十五萬一千二百為兵實二實皆如法一十而一綿得三十萬兩兵得一萬五千一百二十人

求綿圖



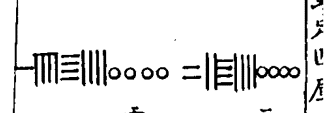
右中乘左上

左中乘右上



上對減
中對乘

右下乘左上
左下乘右上



寄
人

餘
兩
右行

餘
兩
左行

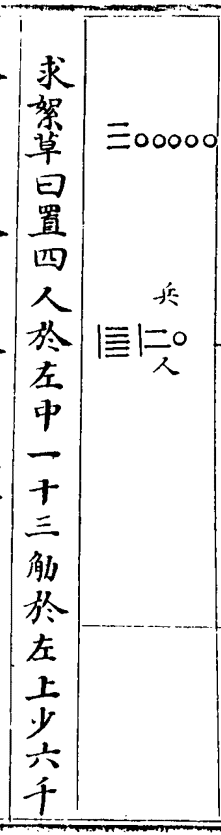
上下對減



寄
人

餘
兩

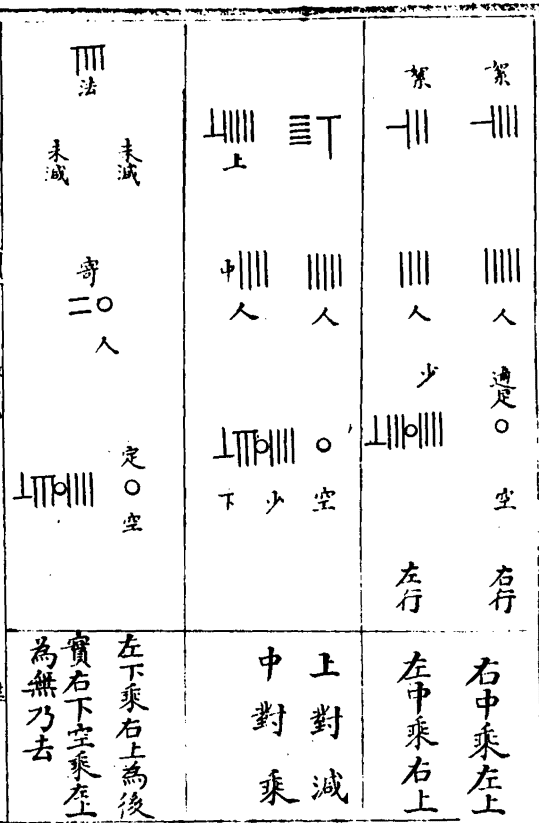
下乘中為後中

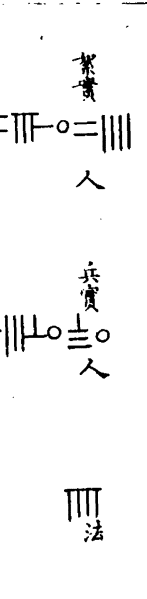


求絮草曰置四人於左中一十三觔於左上少六千八百四觔於左下又置五人於右中一十四觔於右上適足為空於右下以左右之中四五互乘其上訖左上得六十五右上得五〻六利減餘九為法以中

四五相乘得二十為寄於中先以左下六千八百四五乘右上五十六得三十八萬一千四百二十却以右適足之空乘左上六十五亦為空乃去之只以右上三十八萬一千二十四勾為案實只以左下六千八百四乘寄二毋人得一十三萬六千八十為兵實二實皆如法九而一具案得四萬二千三百三十六勾其兵得一萬五千一百二十人合問

求案圖


案
案
通定○空右行
少
左行
右中乘左上
左中乘右上
上
中
下
空
少
上對減
中對乘
法
未減
未減
商二○
定○空
左下乘右上為後
實右下空乘左上
為無乃去



以下乘中為積中

以下除上中

答數

已上布綿絮三項求人兵數皆同今仍於各圖立算求之以合本術

先計軍程

問一軍三將三十隊隊七十五人每將分左右偏作九行爬頭拽行每日六十里明日路狹以軍拽行至晚欲知先宿程里數幾何

答曰六里二百四十步

術曰以均輸求之置行數為法以單數一行乘日

程為寔寔如法兩一得宿程里步

草曰置行數九為法以單傔數一行用乘六十里為寔寔如法而一得六十不盡六里以里法三百六十步通之得二千一百六十步又為寔仍如法九而一得二百四十步為六里二百四十步宿程

按此草易見舊有算式今刪

移運均勞　分郡縣糾科均

問今起夫移運縣餉於某郡交納合起一萬二千夫甲

州有三縣上縣力五十七萬三千二百五十九貫五百文至輸所九百二十五里中縣力五十萬四千九百八十三貫七百八十文至輸所六百五十二里下縣力四十九萬八千七百六十貫九百五十文至輸所四百六十五里乙軍倚郭一縣五鄉仁鄉力一百二萬八千三百七十一貫九百八十文至輸所七百六里義鄉力一　六百文至輸所七百九十五里禮鄉力一十萬八千四百六

十三貫五十文至輸所七百九十里智鄉力八萬四千千二百三十六貫二百八十五文至輸所七百十九里信鄉力九千三百四十五貫一百六十六文至輸所八百四里欲知以物力多寡道里遠近均運之令費勞等各合科夫幾何

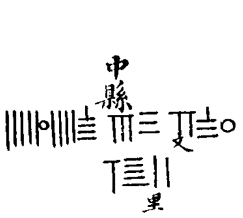
答曰甲州上縣差二千四百三十夫中縣差三千三十七夫下縣差四千二百六夫　乙軍郭縣仁鄉七百一十三夫義鄉五百八十九夫

禮鄉五百三十八夫智鄉四百四十一夫信鄉四十六夫

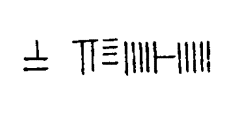
術曰以均輸求之置各縣及鄉力皆如里而一不盡者約之復通分內子互乘之或就母還退之各得變力可約約之為定力副併為法以合起夫徧乘未併定力各得為實並如前法而一各得夫其餘分輩之

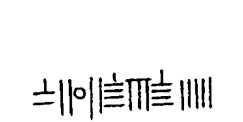
草曰置甲州三縣及飞軍五鄉物力里數作八行列之具圖于後

上縣

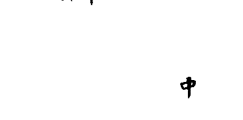


里



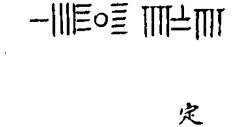


上

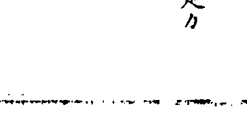


定力

中縣

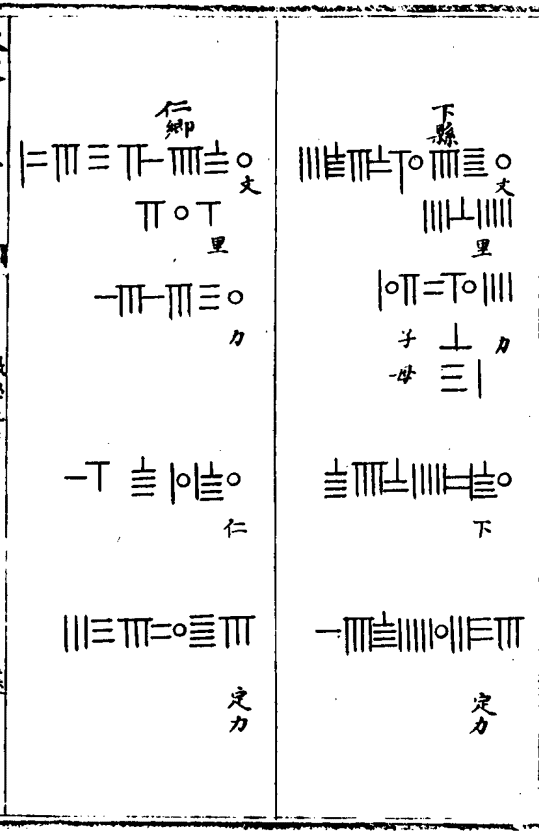


里

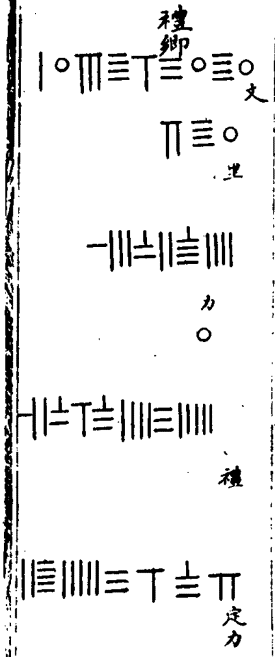


中

定力

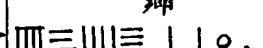

下縣
文
里
力
母
子
下
定力
仁鄉
文
里
力
仁
定力

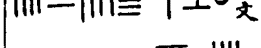
義鄉



禮鄉

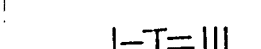

信鄉

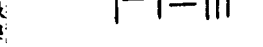

文

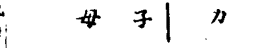

里


力

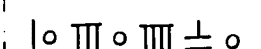

母 子

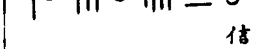

信


定力


智鄉


文


里


力

智


定力

置上縣力五十七萬三千二百五十九貫五百文如九百二十五里而一得力六十一萬九千七百四十置中縣五十萬四千九百八十三貫七百八十文如六百五十二里而一得力七十七萬四千五百一十五置下縣四十九萬八千七百六十貫九百五十如四百六十五里而一得力一百七萬二千六百四不盡九十文與法求等得十五約之得三十一分之六置仁鄉一十二萬八千三百七十一貫九百八十如

七百里而一得力一十八萬一千八百三十置義鄉
鄉一十一萬九千四百七十二貫六百文如七百九
十五里而一得力一十五萬二百八十置禮鄉一十
萬八千四百六十三貫五十文如七百九十而一得
力一十三萬七千二百九十五置智鄉八萬四千二
百三十六貫二百八十五文如七百四十九里而一
得力一十一萬二千六百四十五置信鄉九千三百
四十五貫一百六十文如八百四里而一得力一萬

一千二百六十三不盡二百六十八文與法求等得二百六十八約為三分之一其下縣信卿二處帶母子者各以母互徧乘八處所得畢二處各內本子上得五千七百六十三萬五千八百二十中得七千二百二萬九千八百九十五下得九千九百七十五萬二千一百九十仁得一千六百九十一萬一百九十義得一千三百九十七萬六千四十禮得一千二百七十六萬八千四百三十五智得一千四十五萬九

千二百四十五信得一百八萬九百七十已上為三卿五縣變力率可約者復求等約之求得五故俱以五約之上得一千一百五十二萬七千一百六十四中得一千一百四十萬五千九百七十九下得一千九百九十五萬四百三十八仁得三十八萬二千五十八（按三十八訛五十八）義得二百七十九萬五千二百八禮得二百五十五萬三千六百七十八智得二百九萬一千八百四十九信得二十一萬六千一百九十

四已上並為定力副併八處定力得五千六百九十二萬二千五百七十七為法按法多二十仁卿定力多二十故也以合起一萬二千夫遍乘定力訖上得一千三百八十三億二千五百九十六萬八千為實中得一千七百二十八億七千一百四十七萬八千為中實下得二千三百九十四億五百二十五萬六千為下實按得四百五億八千四百六十九萬六千按多二十四萬定力多二十故也為仁實義得三百三十五億四千二百四十九萬六千為義

寔禮得三百六億四千四百二十萬萬四千為禮寔
智得三百五十一億二百一十八萬八千為智寔信
得二十五億九千四百三十二萬八千為信寔已上
八寔皆如前法而一餘分輩之各得夫數合
均敷徑役
問軍戍差坐烽擺鋪切慮差徑不均今諸軍共合差一
千二百六十人契勘諸軍見管前軍六千一百七十
人右軍四千九百三十六人中軍七千四百四人左

軍三千七百二人後軍二千四六十八人各軍合差幾何

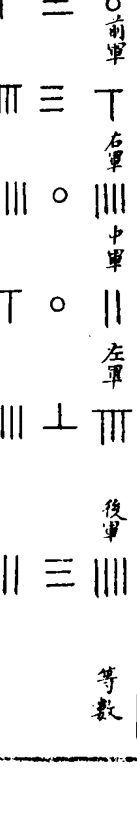
答曰前軍差三百一十五人　右軍差二百五十二人　中軍差三百七十八人　軍差一百八十九人　後軍差一百二十六人

術曰以均輸求之置各軍見管人驗可求約等以約之為衰副併為法以共合差數乘列衰各為寔寔如法而一各得

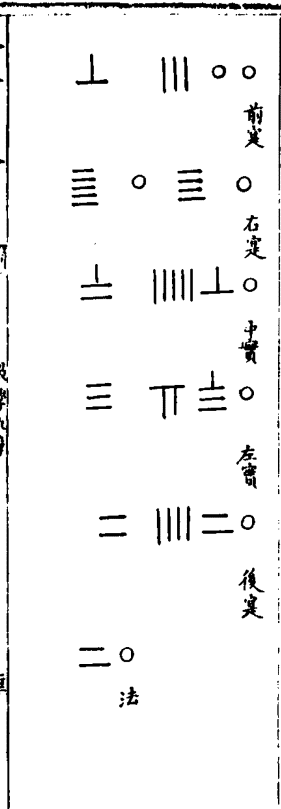
草曰置諸軍見官求等得一千二百三十四俱以約見官前軍得五右軍得四中軍得六左軍得三後軍二列為各衰副併諸衰得二十為法以共差一千得二百六十人乘諸衰前軍得六千三百右軍得五千四十中軍得七千五百六十左軍得三千七百八十後軍得二千五百二十各為寔皆如法二十而一前軍合差三百一十五人右軍合差二百五十二人中軍合差三百七十二人左軍合差一百八十九人後

軍合差一百二十六人

見官人○



○前軍


前衰
右衰
中衰
左軍
法
前實
右實
中實
左實
後實
法



前軍 右軍 中軍 左軍 後軍

合差人

欽定四庫全書

子部

數學九章卷九上下

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷九上　宋　秦九韶　撰

市易

積木計餘

問原管杉木一尖梁偶不記數從上取用至中間見存九條為面問原木及見存各幾何

答曰原木一百五十三條　見存木一百一十七條

術曰商功求之堆積入之倍中面副置減一以乘其副得數半之為原木副置上層減一以乘其副得數半之用減原木餘為見存其非中一層數者各以自地上至面層數立數求之草曰倍中面九條得一十八副置減一餘一十七以乘副一十八得三百六條以半之得一百五十三條為原木之數副置中面九條減一餘八以乘副九得七十二以半之得三十六以減原木一百五十三餘一百一十七條為見存木數合問

按此即一面平堆形中層為九上下必各有八層共十七層即原尖堆形上八層即用過尖堆形其義甚明舊餘木圖今刪

竹圖蘆束

問受給場交收竹二千三百七十四把內筐竹一千一百五十一把每把外圍三十六竿水竹一千二百二十三把每把外圍四十二竿蘆三千六十五束每束圍五尺其蘆原樣五尺五寸今納到圍小合準原蘆

幾束及水筆竹各幾何

答曰筆竹一十四萬六千一百七十七竿水竹二十萬六千六百八十七竿合準原廬二千五百三十三束 一百二十一分束之七

術曰以方田及圓率求之置原束差併竹外圍竹數以乘外圍又乘把數為竹實倍圓束差為竹法除之各得二竹數皆以把數為心加入各得竹條數置廬圍尺數自乘以乘廬束為廬實以廬原尺數自乘為

蓋法除實得所準蓋束數

草曰置圓束差六併筆竹外圓三十六竿得四十二竿以乘外圓三十六竿得一千五百一十二竿又乘筆竹一千一百五十一把得一百七十四萬三百一十二竿為筆竹實倍圓束差六得一十二為竹法除實得一十四萬五千二十六竿以把數一千一百五十一併之得一十四萬六千一百七十七竿為筆竹又置原差六併水竹外圓四十二竿得四十八竿以

乘水外圍四十二竿得二千一十六竿又乘水竹一千二百二十三把得二百四十六萬五千五百六十八竿為水竹實亦以竹法一十二除之得二十萬五千四百六十四竿以水竹把數一千二百二十三併之得二十萬六千六百八十七竿為水竹數次置蘆圍五尺通為五十寸以自乘得二千五百寸又乘蘆束數三千六十五得七百六十六萬二千五百寸為蘆實以原樣蘆圍五尺五寸亦通為五十五寸以自

乘得三千二十五寸為盧法除實得二千五百三十三束不盡一百七十五寸與法求等得二十五俱以約之得一百二十一分束之七為盧二千五百三十三束一百二十一分束之七合問

寄倉知總按舊本此問無題今增

問和糴米運借倉權頓計五十廒每廒濶一丈五尺深三丈米高一丈二尺又借寺屋四十間內二十五間濶一丈二尺深二丈五尺米高一丈內一十五間各濶

一丈三尺深三丈米高一丈二尺欲知寺屋及倉容米共計幾何

答曰共計米一十六萬六千八十石　倉五十廒米一十萬八千石　寺屋四十間米五萬八千八十石

術曰商功求之置廒并屋深濶米高相乘併之為實如斛法而一

草曰先以廒深三丈通為三十尺乘濶十五尺得四

百五十尺又乘高一十二尺得五千四百尺以乘五十廒得二十七萬尺為實以斛法二尺五寸除之得一十萬八千石為倉五十廒共容米次置寺屋深二十五尺乘濶一十二尺得三百尺乘米高一十尺得三千尺以二十五間乘之得七萬五千尺於上次置深三十尺乘濶一十三尺得三百九十尺又乘米高十十二尺得四千六百八十尺以乘一十五間得七萬二百尺加工共得一十四萬五千二百尺以斛法

二尺五寸除之得五萬八千八十石為寺屋四十間共容米以併殿米共得一十六萬六千八十石為共和糴到米

方圓同積　按舊本此問無題今增

問有圓囤米二十五箇內有大囤一十二箇上徑一丈下徑九尺高一丈二尺小囤一十三箇上徑九尺下徑八尺高一丈今出租斗一隻口方九寸六分底方七寸正深四寸並裹明準尺令準數造五斗方斛及

圓斛各二隻須令二斛口徑正深大小不同各得多少及囤積米幾何

答曰方斛一隻口方六寸四分底方一尺二寸深一尺五寸九分二厘又一隻口方一尺底方一尺二寸深一尺一寸四分五厘　圓斛一隻口徑一尺二寸七分底徑一尺二寸深一尺二寸一分四厘又一隻口徑一尺三寸底徑一尺二寸深一尺一寸八分五厘商米

計八千六十七石四升七合四勺一抄八撮按共困米數誤應得二千零一十六石七斗六升一合八勺五抄草內少一四歸故差多三倍

術曰以高功及少廣求之置出斗上下方相乘之又各自乘併之乘深又以五斗乘之為積于上求方斛先自如意立數為斛深又如意立數為底方置深為從隅以底方乘隅為從方又以底乘從方為減率以減上積餘為實開連枝平方得方斛口方不盡以所

得數為基增損求之以口底方相乘又各自求併之為法除前上積得深餘分收棄之求圓斛置四數以因前積為寄如意立數為斛深別如意立數為底徑以三因深為從隅以底徑乘隅為從方以底徑乘從方為減率以減寄餘為實開連枝平方得口徑不盡以所得數為基如意求差以口底徑相乘又各自乘併之為法除寄得深餘分收棄之求圓米置各圓上徑下徑相乘又各自乘併之乘高又乘圓數所得之

數為積圓有大小以類併之為共積如四而一為實以斛求之得米

草曰置出租斗口方九寸六分與底方七寸相乘得六十七寸二分於上又於口方九寸六分自乘之得九十二寸一分六厘加上又以底方七寸自乘得四十九寸又加上共得二百八寸三分六厘乘深四寸得八百三十三寸四分四厘又以五斗乘之得四千一百六十七寸二分為三段斛積于上求方斛如意

立一尺六寸為斛深又加意立一尺二寸為斛底以深一十六寸為從隅以底一十二寸乘隅得一百九十二寸為從方又以底一十二寸乘從方一百九十二寸得二千三百四寸為減率以減上積四千一百六十七寸二分餘一千八百六十三寸二分為實開連枝平方得六寸三分五厘為基其積不及一寸一分六厘係有虧數其基數為米可用須合損益基數令益作六寸四分為口方以原立一尺二寸為

底方以口方乘底方得七十六寸八分以上又以口方六寸四分自乘得四十寸九分六厘又以底方十二寸自乘得一百四十四寸併以上共得二百六十一寸七分六厘為法以除前積四千一百六十七寸二分得一尺五寸九分二厘為方斛深其積不及一厘九毫二絲收為閏又累增至一十寸為口方仍以一十二寸為底方乃以口方一十寸乘底方一十二寸得一百二十寸於上又口方自乘得一百寸

加上又以底方自乘得一百四十四寸又加上共得三百六十四寸為法亦除前實積四千一百六十七寸二分得一十一寸四分五厘為方斜深其積不及六分收為閏此是求出兩等斜數在人擇而用之求圓斜置四數以因前積四千一百六十七寸二分得一萬六千六百六十八寸八分為寄如意立一尺二寸為圓斜深又如意立一尺為底徑以三因深得三十六寸為從隅以底一十寸乘隅得三百六十寸為

從方又以底一十寸乘從方得三千六百寸為減率以減寄一萬六千六百六十八寸八分餘一萬三千六十八寸八分為實開連枝平方得一尺四寸七分為基其實不及二寸四分四厘收為閏次以原立底徑一尺併基一尺四寸七分得二尺四寸七分只減七分為差以餘三尺四寸以半之得一尺二寸為底徑以差七分併底徑得一尺二寸七分為口徑始以口徑一尺二寸七分乘底徑一尺二寸得一百五十

二寸四分於上次以口徑自乘得一百六十一寸二分九厘加上又以底徑自乘得一百四十四寸又加上共得四百五十七寸六分九厘以三因之得一千三百七十三寸七厘為法除前寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺二寸一分四厘為圓斛正深其實不及二毫六絲九忽八微收為閏又以基一尺四寸七分增三分得一尺五寸併底徑一尺得二尺五寸減一寸為差餘二尺四寸以半之得一尺二寸為

底徑以差一寸併底徑一尺二寸得一尺三寸為口徑始以口徑一十三寸乘底徑一尺二寸得一百五十六寸於上又以口徑一十三寸自乘得一百六十九寸加上又以底徑一十二寸自乘得一百四十四寸又加上共得四百六十九寸以三因之得一千四百七寸為法除前寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺一寸八分四厘七毫為圓斛深寄餘七厘一毫却收深七毫作一厘通得一尺一寸八分五厘為

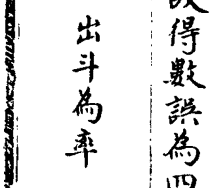
圓斛深此是求出兩等圓斛在人擇而用之　求圓米置大圓上徑一丈通為百寸乘下徑九十寸得九千於上又以上徑自乘得一萬寸加上又以下徑九十寸自乘得八千一百寸加上共得二萬七千一百寸乘高一百二十寸得三百二十五萬二千寸又乘大圓一十二個得三千九百二萬四千寸為寄次置小圓上徑九十寸下徑八十寸相乘得七千二百寸於次又上徑自乘得八千一百寸加次又下徑自乘

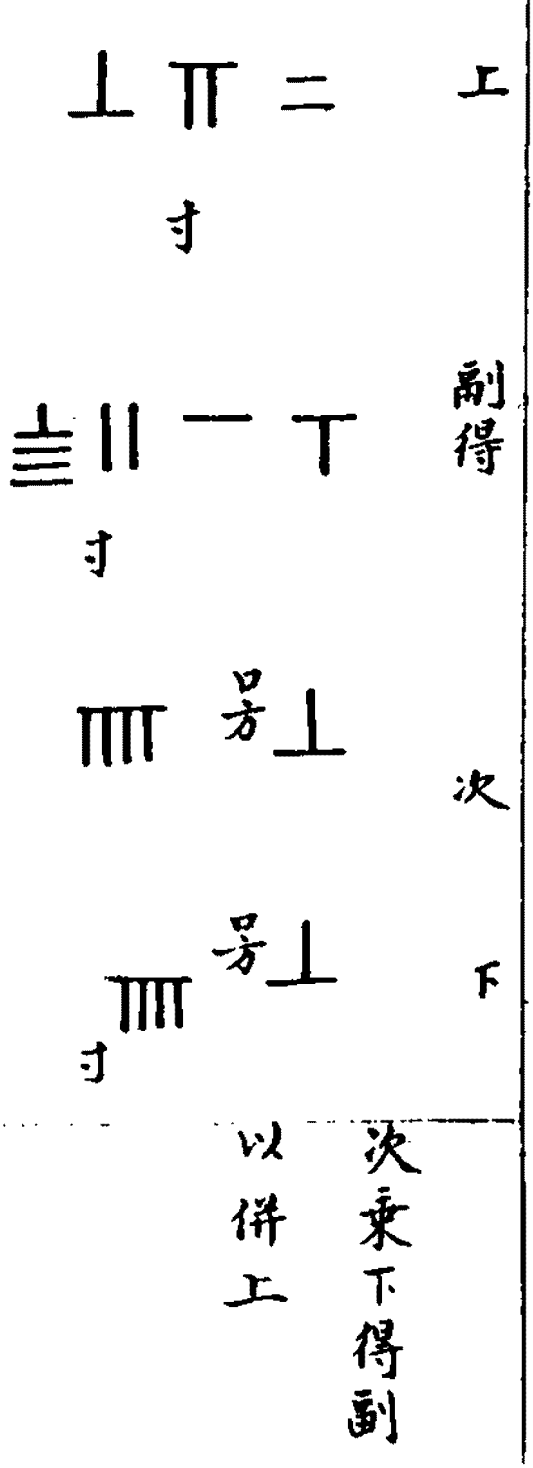
得六千四百寸加次共得二萬一千七百寸又乘高一百寸得二百一十七萬寸又乘小圍一十三箇得二千八百二十一萬寸併寄共得六千七百二十三萬四千寸為實按應四歸為實草中遺漏故得數誤倍前斛積四千一百六十七寸二分為法除之得八千六十七石四升七合四勺一抄四撮

按求方斛積法以上下徑相乘又各自乘併而以深再乘三除之得積求徑深法三因積有

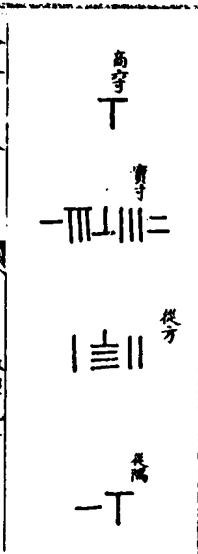
二徑以二徑相乘各自乘數併而除之得深有一深一徑以深除積得數內減徑自來餘為實徑為縱開帶縱平方得又一徑或徑自乘深再乘減積除為實以深為縱隅深徑相乘為縱方開連枝平方得又一徑草中求斗積不加三除為三倍斗積五因之為三倍斛積故設正深底徑二數開連枝平方以求口徑既得口徑復設二徑數以求正深也求圓斛徑即如求圓外切

方邊當以方圓冪率變圓積為方積故四因前積而以三因正深代三除也求圓囤米尺積先用方斛求積法次變方為圓方斛法用三除變圓法用三因四除合之則三因四除合之則三除並可省惟以四除之即得圓囤積術中詳言之而草中步算遺漏四除故得數誤為四倍也

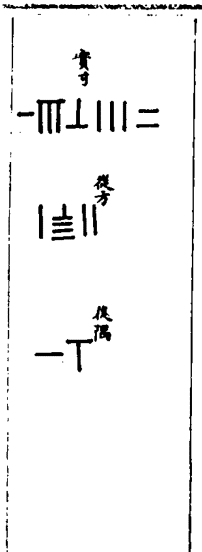



上得二寸
中方四寸
下底方寸
中乘下得上
上二寸
副得一寸
次方四寸
次下方四寸
次乘下得副
以併上

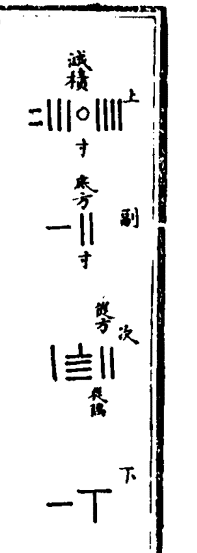

上併副得次下
次乘下得
底方寸
副以併上
上得副次下
次乘下得斛積
深寸得斛寸斗
如意寸斛深
斛底方
寸
如意立此二數
斛積
母



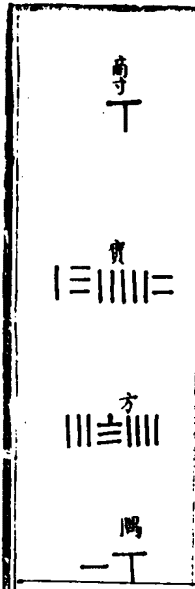
副乘次得上之減積數



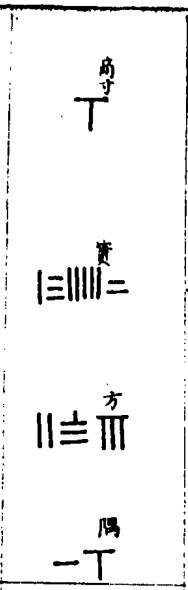
方隅寄不可超進乃約實置商六寸



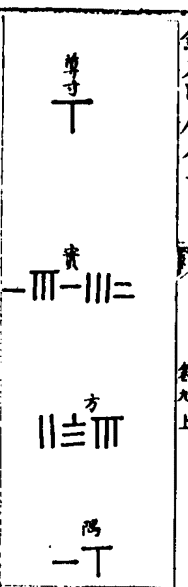
約實至首商六寸生隅入方



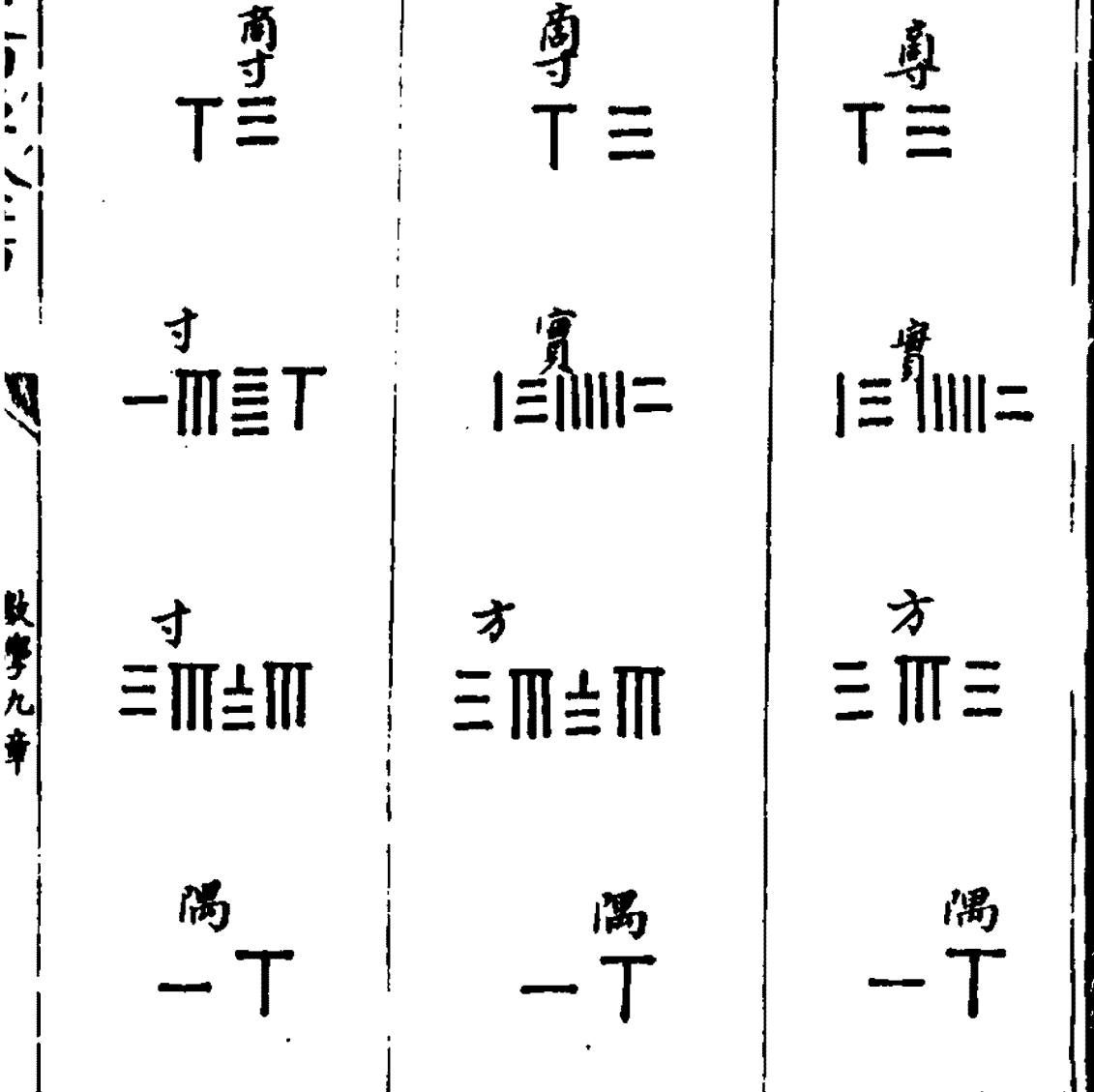
以方命圓陰實



又以圓生隅入方



方一退隅再退


商
寸
實
方
隅
約實續商三分
以續商生隅八分
以方命續商除
實
以續商又生隅入
方



方一退隅再退



約實又續商五歷



以續商生隅入方



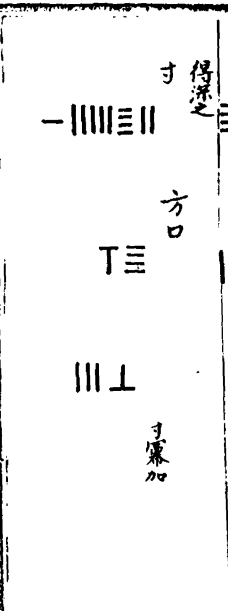
以隅商命方除實



造解盡無廛又益重為分基乘底得後上



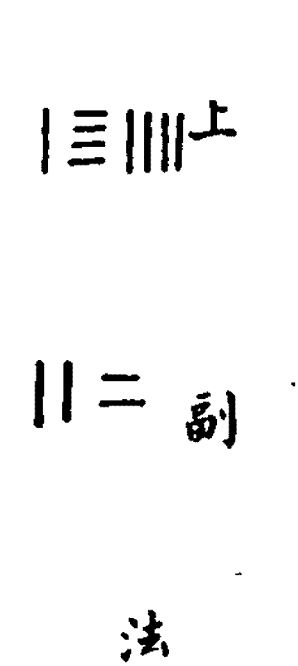
副次基自乘得下上下相併得後圓上數

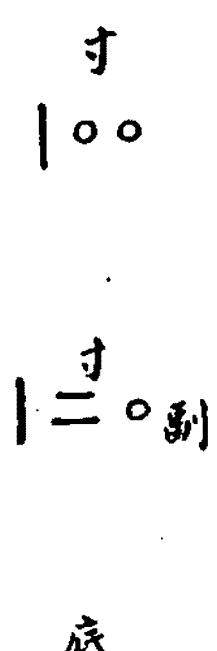


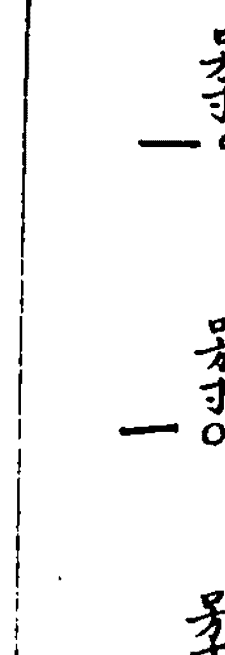
底方自乘得底方冪併上為法

實如法除之得深

自最數變至此除得一尺五寸凡分一厘為深尚在加意數十六寸以下故累加口方求之



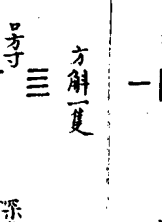




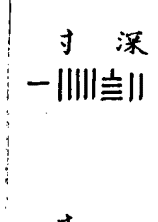
累加得口方自乘得後圖上方乘底方得後圖副

上併副得後圖副底自乘得後圖上

上併副得次為法



以法除前解積圖內實得商為解深



兩等解深



答數

方解之一度
方寸ㄖ。
一

深寸 三 ||||
成方寸 一 ||

答數

求圓解
因數 ||||
前積寸 二 丄 丅 三
奇寸 一 丄 丅 丄 三 |||

因數乘前積為奇

常用
因率 |||
深寸 一 ||
如意 寸
底徑 。 一

因率乘如意深數為從隅

從隅 三丁

○底 一

從隅乘如意底數為從方

從方寸 ○丁 ||||

○底 一

從方乘底為減積

減積 ○○丁 三

寸率 圓寄 三 ||| 丁 丁 |

以減積損圖奇得寸實

實寸

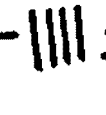
從方寸


從隅

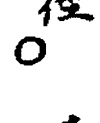
進退開除得商

商寸

實


不及


方


隅

並不及以就商為基

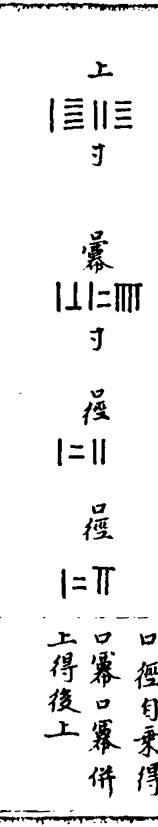
廉基

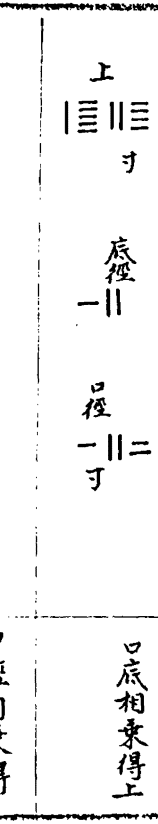
底從

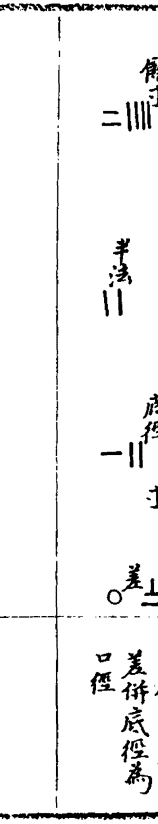
底和

益

基併底為和如意差減和得餘

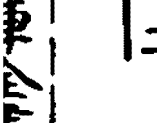

餘寸
半法
底徑寸
差上
半餘為底徑
差併底徑為
口徑


上寸
底徑寸
口徑寸
口底相乘得上


上寸
冪寸
口徑自乘得
口冪口冪併
上得後上



底得自乘得底冪底冪併上得後

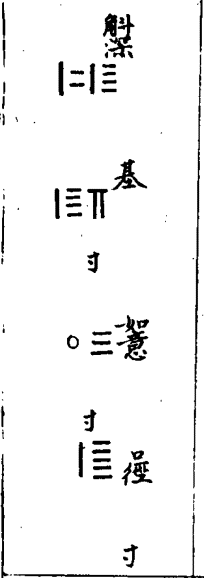






三因上得法

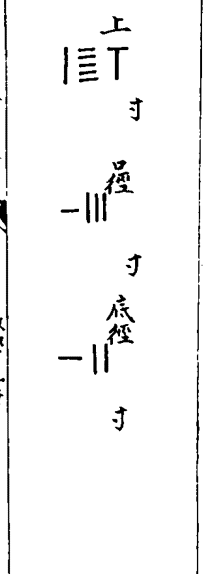
法除實得商



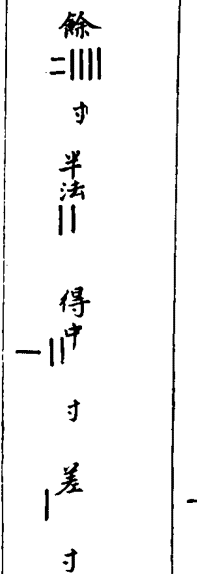
法退續商

實不及收就續商四為解深

如意益分入基為口徑



底徑併口徑為和如意立差損和得餘



半餘得中以差併中為口徑

口底相乘得上

上  寸 併 寸 口徑 寸 口徑 寸

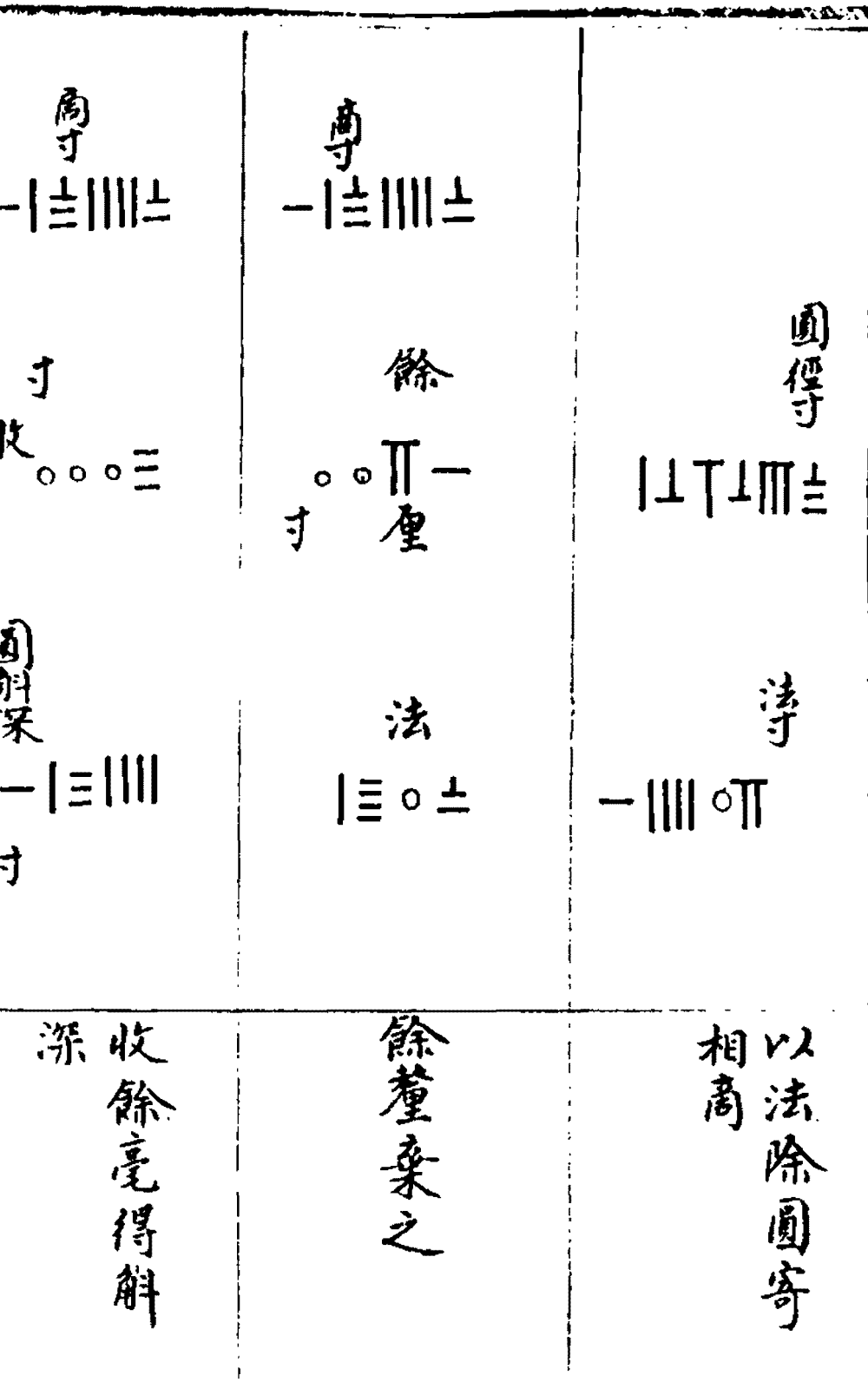
口徑自乘得併加上

上  寸 併 寸 底徑 寸 底徑 寸

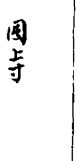
底徑自乘得併又加上

併得 寸  因率 法

三因得數為法


圓徑寸
寸
法
以法除圓寄
相乘
餘
寸
收
圓斜深一寸
收餘毫得斜
深
餘羃乘之

圖解一度



答數

圖解又一度



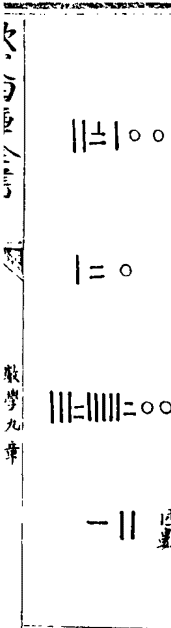
答數

圓上寸

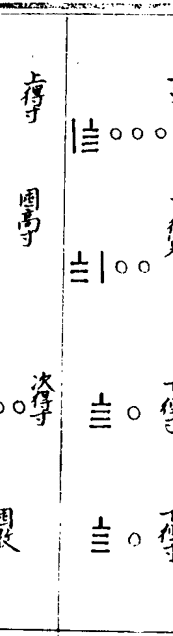
圓下寸



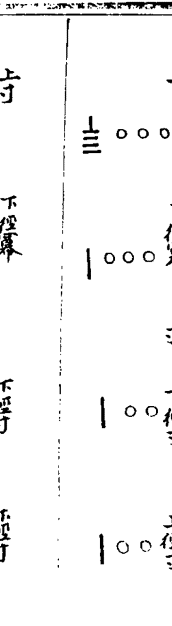
上下徑相乘得後上



上徑自乘為徑冪併上得上

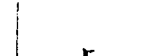


下徑自乘為徑冪併上得後上



上乘圓高得得次次乘圓數後後寄

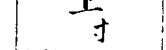
寄寸



上徑 下徑

小圓上徑相乘得後上

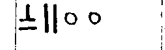
副得寸



上徑 下徑

上徑自乘得副以副併上得後上

副得寸



上徑 下徑

下徑自乘得副併上得後上

上 副 次 下

以上乘副得次
次乘下得後上

得寸 寄寸 實寸 解積一寸

上併寄為實
二因解為法

商名 實寸 法寸

法除實得商



數學九章卷九上

欽定四庫全書

數學九章卷九下　　宋　秦九韶　撰

市易

推求典本

問典庫今年二月二十九日有人取解一號主家聽得當事共算本息一百六十貫八百三十二文稱係前歲頭臘月半解去月息二分二釐欲知原本幾何

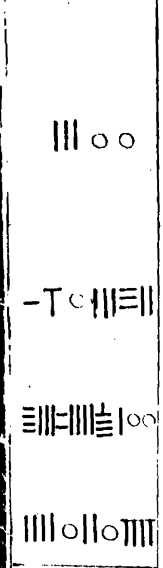
答曰本一百二十貫文

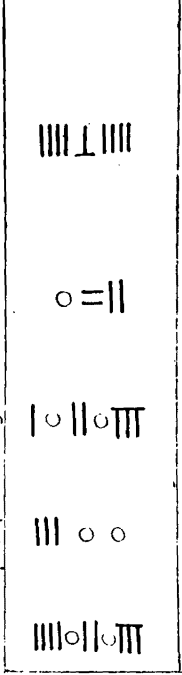
術曰以粟米求之置積日乘息分數增三百為法以三百乘共錢為寔寔如法而一得本

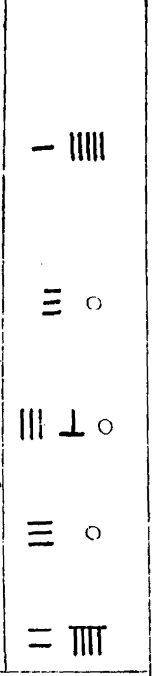
草曰置前年頭臘月半係四十五日并去年三百六十又加今年五十九日共得四百六十四日為積日乘息二分二釐得一百二十文八釐增三百文得四百二文八釐為法以三百文乘共錢一百六十貫八百三十二文得四萬八千二百四十九貫六百文為寔如法而一得一百二十貫文為原本

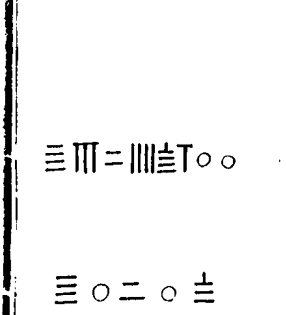
按題意謂前年十一月本與錢去年未取今年二月二十九日取去按日計利共合本息錢一十六千八百三十二文月息每千二十二文問本錢若干法當以積日乘息二十二文以三十日除之得一千文之共息加一千文為一千文之本息共數然後置今本息共數以一千乘之一千之本息共數除之即得今本錢數草中以十文為本以二分二厘為息不以三十除之為

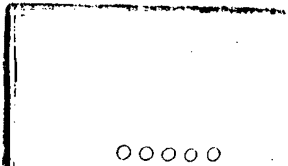
共息而以三十乘十文得三百為本其理一也

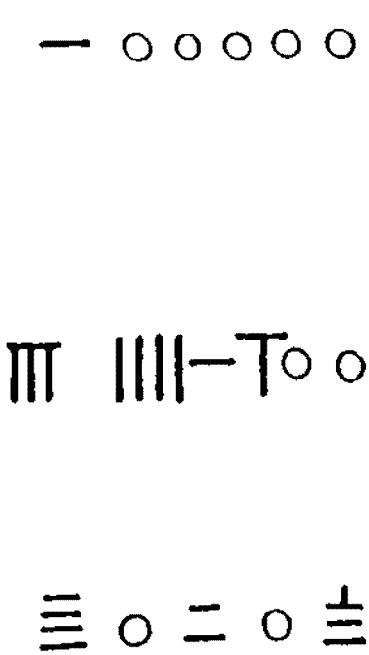




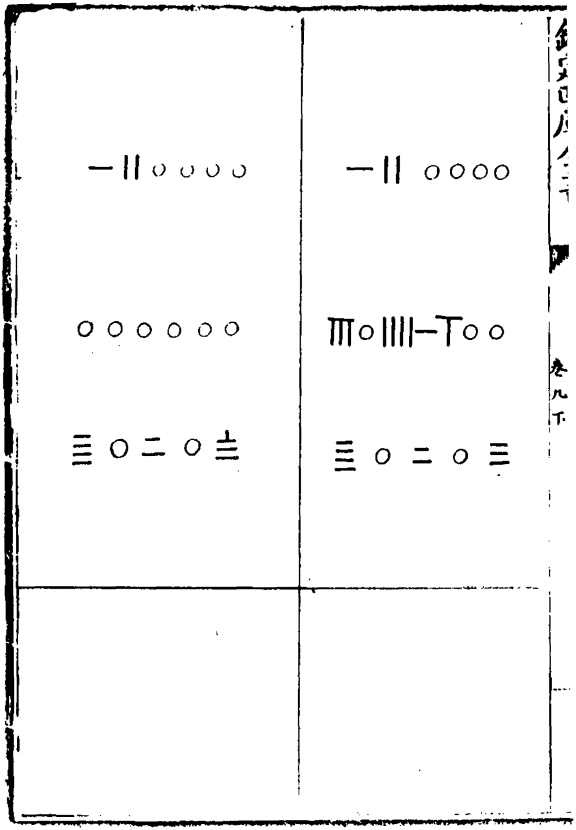












推知羅數

問和糴三百萬貫求石數聞每石牙錢三十文糴場量米折支牙人所得每石出牽錢八百牙人量米四石六斗八合折與牽頭欲知米數石價牙錢米牽錢各幾何

按題意買米共用錢三十億每石牙錢三十文共牙錢折米給之共折米每石牽錢八百文共牽錢牙人又折米四石六斗零八合給之求各

數

答曰糴到米一十二萬石　石價二十五貫文

牙錢三千六百貫文　折米一百四十四石

牽錢一百一十五貫二百文

術曰以商功求之率變入之置糴本牙錢牽錢相乘為寔以牽米為隅開連枝立方得石價以價除本得糴到米以牙錢乘米得總牙錢以價除之得牙米以牽錢乘牙米得共牽錢

草曰置糧本三百萬貫乘牙錢三十文得九千萬貫文乘牽錢八百文得七百二十億萬貫按七百二十億貫萬字誤後餘寔內萬字同此為價寔置牽米四石六斗八合於寔數零文之下為立方從隅起歩歩法常超二位每超一度商進之今隅凡超四度當於寔上約定首商二十貫乃以商生隅超四石六斗八合得九十二貫一百六十文乃以為廉又以商生廉得一百八十四萬三千二百貫為方乃以方命上商二十貫除寔訖寔餘三

百五十一億三千六百萬貫復以商生隅四石六斗八合入廉得一百八十四貫三百二十文又以商生廉加入方內得五百五十二萬九千六百貫為方法復以商又生隅四石六斗八合加入廉得二百七十六貫四百八十文為廉法其方法一退廉法二退從隅三退乃於首商之次約定續商五貫以續商生隅四石六斗八合入廉得二百九十九貫五百二十文又以續商生廉入方得七百二萬七千二百貫乃命

續商五貫除寔遣盡所得二十五貫為每石米價以為法以糴本三百萬貫為寔寔如法而一得一十二萬石為糴到米數以米數乘牙錢三十得三千六百貫為牙錢以石價二十五貫除牙錢三千六百貫文得一百四十四石為糴場量米折牙錢以牽錢八百乘牙米一百四十四石得一百一十五貫二百文為牽頭得牙人所與牽錢之數以石價二十五貫文約牽錢一百一十五貫二百文得四石六斗八合為牽

米折錢合問

按此術之意以立天元一解之法立天元一為米每石之價以折率米四石六斗零八合乘之得四元$\frac{六}{八}$○為共率錢應以每石率錢八百除之寄分母代除得八百分元之四分$\frac{六}{八}$○為共折給牙人米數又以天元一乘之得八百分平方之四分$\frac{六}{八}$○為共牙錢應以每石牙錢三十除之寄分母代除得三十分又八百分平方之

四分六八〇為共米數又以天元一乘之得三十分又八百分立方之四分六八〇為共米價與三百萬貫相等兩邊各以三十乘之又以八百乘之得四立方六八〇與七百二十億貫等以立方數除兩邊得一立方與一百五十六億二千五百萬貫等置貫數為寔開立方得二十五貫為米每石價數草中不除開連枝立方為除之不能盡者便於用也

累收庫本

問有庫本錢五十萬貫月息六厘半今令掌事每月帶本約息共還一十萬欲知幾何月而納足并末復畸錢多少

答曰本息納足共七箇月末後一月畸錢二萬四千七百六貫二百七十九文三分四厘八毫四絲六忽七微七沙三塵一輕二清五烟

術曰以盈朒變法求之置原本以息數退位乘歸本

位每出共納累得月數以末後不及數為足月錢數草曰置本五十萬貫以六釐五毫乘之入共本內得五十三萬二千五百貫文內減初月一十萬餘四十三萬二千五百貫文又以六釐五毫乘之餘本內得四十六萬六百一十二貫五百文又減次月一十萬貫餘三十六萬六百一十二貫五百文又以六釐五毫乘之入餘本內得三十八萬四千五十二貫三百一十二文五分又減第三月錢一十萬貫文餘二十

八萬四千五十二貫三百一十二文五分又以六釐五毫乘之得三十萬二千五百一十五貫七百一十二文八分一釐二毫五絲内減第四月錢一十萬貫餘二十萬二千五百一十五貫七百一十二文二分一釐二毫五絲又以六釐五毫乘之入餘本内得二十一萬五千六百七十九貫二百三十四文一分四釐五毫三絲一忽二微五塵内減第五月錢一十萬貫餘一十一萬五千六百七十九貫二百三十四文

一分四釐五毫三絲一忽二微五塵又以六釐五毫乘之入餘本內得一十二萬三千一百九十八貫三百八十四文三分六釐四毫七絲五忽七微八塵一沙二渺五莽減第六月錢一十萬貫餘二萬三千一百九十八貫三百八十四文三分六釐四毫七絲五忽七微八塵一沙二渺五莽又以六釐五毫乘之入餘本內得二萬四千七百六貫二百七十九文三分四釐八毫四絲六忽七微無塵七沙無渺三莽一輕

二清五烟為第七月納足本息畸錢

均貨推本

問海舶赴務抽畢除納主家貨物外有沉香五千八十八兩胡椒一萬四百三十包包四十觔象牙二百一十二合以大小為合觔兩俱等係甲乙丙丁四人合本博到緣昨來湊本互有假借甲分到官供稱甲本金二百兩驢四袋鈔一十道乙本銀八百兩鹽三袋鈔八十八道丙本銀一千六百七十兩度蝶一十五道丁本度蝶五

十二道金五十八兩八銖已上共估值四十二萬四千貫甲借乙鈔乙借丙銀丙借丁度蝶丁借甲金今合撥各借物歸原主名下為率均分上件貨物欲知金銀袋鹽度牒原價及四人各合得香椒牙幾何

按題意謂甲金乙鹽丙銀丁牒原本不同互借為同本買得香椒牙三色今有互借各物及同本貫數求原本以分所買之物益方程而廉衰分之法也甲乙二條內鹽鈔二色寔即一色先

言鹽袋數乃一鈔之數以鈔數乘之始為鹽數是鈔數既贅又不明言其故皆故為隱晦也

答曰甲金每兩四百八十貫文本一十二萬四十貫文　合得沉香一千四百八十八兩胡椒三千五十包一十一觔五兩五十三分兩之七衆牙六十二合

乙鹽每袋二百五十貫文本七萬六千貫文合得沉香九百一十二兩胡椒一千八百

六十九包二十一觔二兩五十三分兩之六

象牙三十八合

丙銀每兩五十貫文本一十二萬三千五百貫文　合得沉香一千四百八十二兩胡椒三千三十七包三十九觔五兩五十三分兩之二十三象牙六十一合四分合之三

丁度牒每道一千五百貫文本一十萬五百貫文　合得沉香一千二百六兩胡椒二千

四百七十二包八觔三兩五十三分兩之十七衆牙五十合分合之一

術曰以方程求之衰分入之正負入之置其錢以人數約之得數列入人數各為行積次置諸色各物數為段子對本色有分者通之可約者約之為定率以第一行為右以第二行為副以第三行為次第四行為左每以下位互遍乘之每驗其積以少減多如同名相減異名相加正無人負之負無人正之如同名

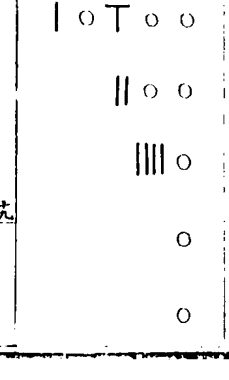
相加異名相減正無人正之負無人負之得一段為法以餘積為寔除之各得諸價以諸價列右行以各物數列左行以兩行對乘各得本率以諸色求等約之得列衰併諸衰為總法以列衰遍乘各物諸數各為定諸寔並如總法而一各得其物除不盡者以觔兩通而除之或又分毋命之

草曰置估值四十二萬四千貫以四人約之得一十萬六千貫為各積以人數列四位次置甲金二百兩

於右上以四袋乘鈔一十道得四十袋按此條以四袋為一鈔相乘為塩數是二色止為一色不如即用塩為正於右副為右行次置乙鈔八十八道以三袋乘之得鹽二百六十四袋按此條以三袋為一鈔及銀八百兩為副行次置丙銀一千六百七十兩度牒一十五道為次行次置丁度牒五十二道金五十八兩八銖為左行驗得首圖左行上段金帶八銖是三分兩之一乃以分母遍乘左行諸數只以分子一內入左上金內其左積得三十一萬八千貫左

金得一百七十五兩左度牒得一百五十六道為次圖驗次圖四行皆可求等右行求得四十約之副行求得八約之次行求得五約之左行求得一約之各得數為定

率圖

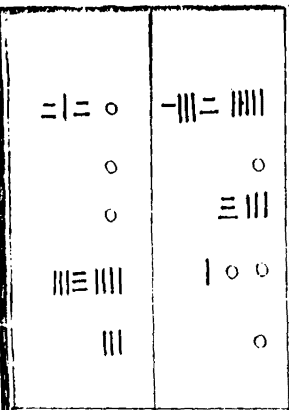


○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
○	○	○
○	○	○
○	○	○
○	○	○
○	○	○
○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
○	○	○
○	○	○
○	○	○
○	○	○
○	○	○

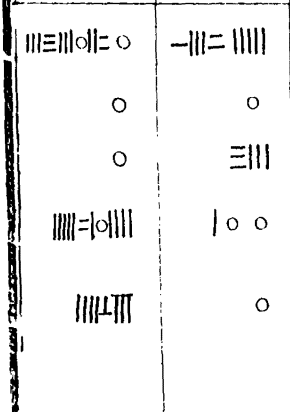
定率圖右積得二千六百五十貫金五兩鹽一袋副積得一萬三千二百五十貫鹽三十三袋銀一百兩次積得二萬一千二百貫銀三百三十四兩度牒三道左積得三十一萬八千貫金一百七十五兩度牒一百五十六道乃以定圖次行度牒三因左行左積得九十五萬四千貫金五百二十五兩度牒四百六十八道次以定圖左下度牒一百五十六乘次行積得三百三十萬七千二百貫銀五萬二千一百四兩

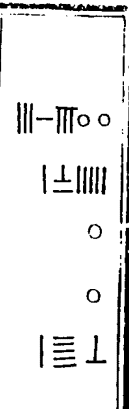
按此下落度牒四百六十八道八字

定率圖



維圖

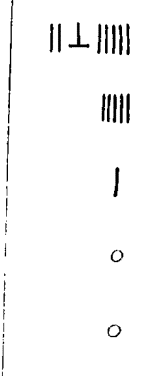




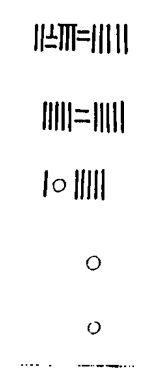
乃驗維圖左及次行之下度牒等當相減之以積為端當以左之少積減次之多積挨術曰同名相減其次行之金空而左行之金五百二十五兩有為正次空為無挨術曰正無人負之即以左行之金正加入次行金位為負名成音圖仍置定圖左行諸數乃驗音圖次行積得二百三十五萬三千二百貫正金五

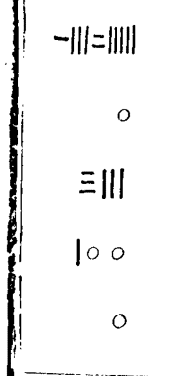
百二十五兩負銀五萬二千一百四兩為正餘三行皆正

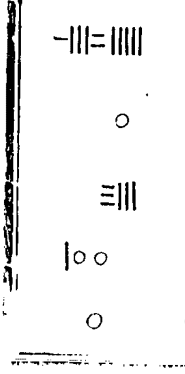
音圖

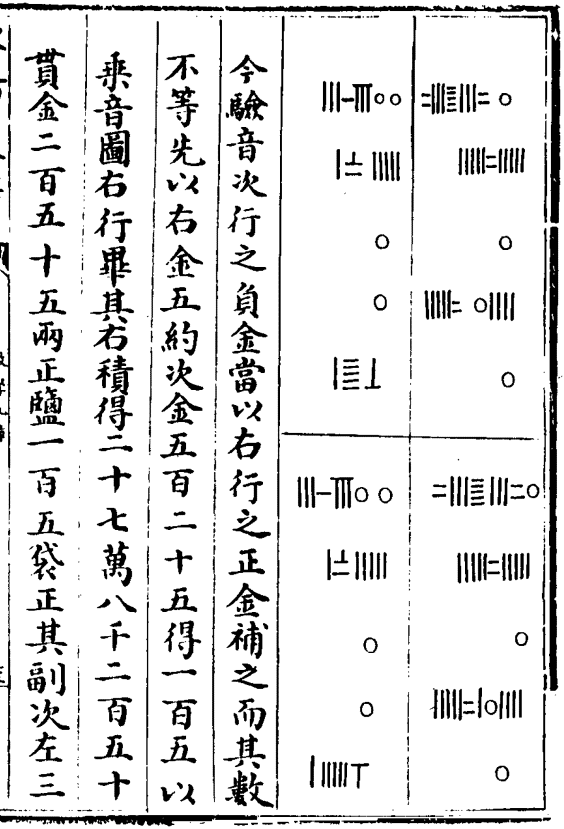


駁圖









今驗音次行之負金當以右行之正金補之而其數不等先以右金五約次金五百二十五得一百五以乘音圖右行畢其右積得二十七萬八千二百五十貫金二百五十五兩正鹽一百五袋正其副次左三

行如音圖故乃成交圖今視交圖右行之金正與次行之金負適等即用右行直加次行按術以同名相加乃以右之金正減其次之金負為空按術以異名相減之其次鹽空為無人按術以正無人正之乃以交圖右積二十七萬八千二百五十貫加次積二百三十五萬三千二百貫內得二百六十三萬一千四百五十貫其次金空次鹽一百五袋正次銀五萬二千一百四兩正仍置定圖右行數而成政圖

政圖

小圖

今視政圖從者乃擇其諸行本色可求等首金可鹽亦可益金多鹽少乃以政圖副次兩行鹽數三十三與一百五求等得三故以三約三十三得一十一以乘次行又以三約一百五得三十五以乘副行畢其副積得四十六萬三千七百五十貫鹽一千一百五十五袋銀三千五百兩次積二千八百九十四萬五千九百五十貫鹽一千一百五十五袋銀五十七萬三千一百四十四兩皆正列成下圖

宮圖

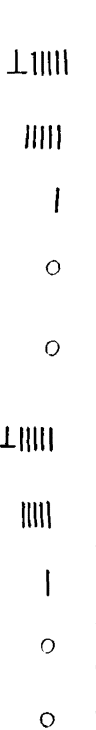
又視上圖副行積少次行積多即以副行求減次行皆是同名相減之既畢仍置定圖副行數其次行乃得積二千八百四十八萬二千二百貫銀得五十六萬九千六百四十四兩列為宮圖驗宮圖次行下只有銀五十六萬九千六百四十四兩獨一數以為法以次積二千八百四十八萬二千二百貫為寔寔如法而一得五十貫為銀一兩價而成千圖

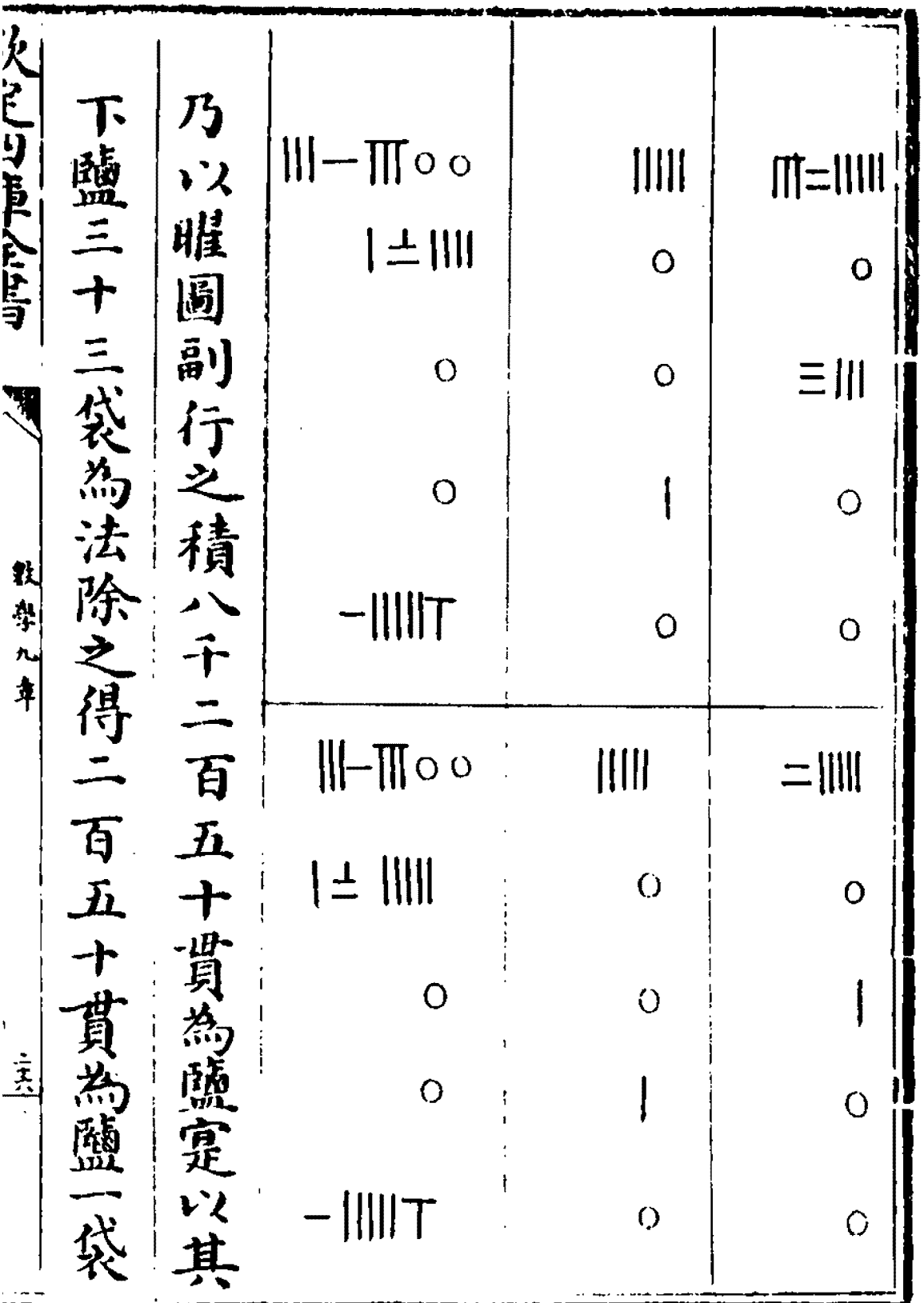
千圖

〇	〇	〇	〇
一	三	一〇〇	〇
〇	〇	三	一
〇	一	〇	〇
一	〇	一	一
〇	〇

乃以千圖副行銀一百兩兼兩價五十貫得五千貫以減千圖副行之積一萬三千二百五十貫訖副積餘八千二百五十貫其下鹽得三十三袋銀空而成

曜圖





乃以睢圖副行之積八千二百五十貫為鹽寔以其下鹽三十三袋為法除之得二百五十貫為鹽一袋

價而成支圖乃以支圖右行盬一袋偏乘副行畢其副積只得二百五十貫次以副行直減右行畢右積餘二千四百貫金五兩盬空而成閏圖　乃以閏圖右積二千四百貫為寔金五兩為法除之得四百八十貫為金一兩價成定圖次以左金一百七十五兩偏乘右行直減左行訖左積得二十三萬四千貫度牒一百五十六道左金空而成定圖

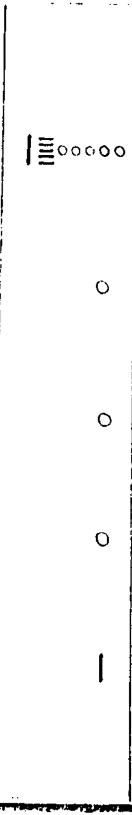
閏圖　　定圖

○	○	○	○
三	二	一	上
三	二	一	上
○	○	○	○
三	二	一	上
○	○	○	○
三	二	一	上
○	○	○	○
三	二	一	上

今驗定圖左積二十三萬四十貫為寔以左下度牒一百五十六道為法除之得一千五百貫為度牒一道價而成終圖既得金銀每兩鈔鹽每袋度牒每各色之價次列甲乙丙丁四人乘之

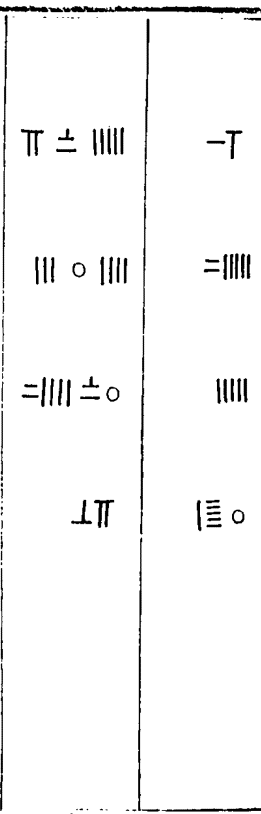
終圖





後以首圖右金二百兩併左金五十八兩八銖得二百五十八兩以八銖為三分兩之一通分內子得七

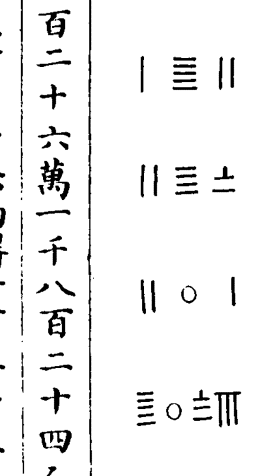
百七十五於左甲其右價四百八十貫乃以左甲毋三約之為一百六十貫於左甲次以右鹽四千袋併副鹽二百六十四袋得三百四袋於左乙以鹽價二百五十貫於右乙次以副銀八百兩併銀一千六百七十兩得二千四百七十兩於左丙以銀價五十貫於右丙又以次行度牒一十五道併左度牒五十二道得六十七道於左丁以度牒價一千五百貫於右丁兩行對乘之



以右甲一百六十乘左甲七百七十五兩得一十二萬四千貫為甲原本以右乙二百五十貫乘左乙三百四錢得七萬六千貫為乙原本以右丙五十貫乘左丙二千四百七十兩得一十二萬三千五百貫為

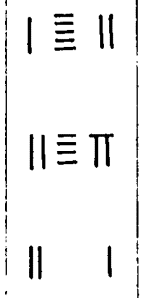
丙原本以右丁一千五百貫乘左丁六十七道得一十萬五百貫為丁原本列四人各得原本求等得五百貫皆以五百貫為法除之甲行二百四十八乙得一百五十二丙得二百四十七丁得二百一各為列哀於右行併右行列哀得八百四十八為總法次置博到沉香五千八十八兩遍乘列哀各為沉香寔次置胡椒一萬四百三十包亦遍乘列哀為椒寔次置象牙四百二十四條以大小各半之得二百一十二

合亦遍乘列衰為牙寔



甲得一百二十六萬一千八百二十四乙得七十七萬三千三百七十六丙得一百二十五萬六千七百二十六丁得一百二萬三千六百八十八各為沉香寔以總法八百四十八除之甲得沉香一千四百八

十八兩乙得沉香九百一十二兩丙得沉香一千四百八十二兩丁得沉香一千二百六兩



甲得二百五十八萬六千六百四十乙得一百五十八萬五千三百六十丙得二百五十七萬六千二百一十丁得二百九萬六千四百三十各為椒寔以總法八百四十八除之甲得三千五十包不盡二百四

十包以包率四十觔乘之得九千六百觔又以法除之得一十一觔不盡二百七十二觔以十六兩通之得四千三百五十二兩又以法除之得五兩不盡一百一十二求等得一十六約之得五十三分兩之七約甲得椒三千五十包一十一觔五兩五十三分兩之七乙得一千八百六十九包不盡四百四十八包以四十觔乘之得一萬七千九百二十又以法除之得二十一觔不盡一百一十二觔以十六兩通之得一千七百九十二兩又以法除得二兩不盡

九十六兩求等得十六約之得五十三分兩之六為乙合得椒一千八百六十九包二十一觔二兩五十三分兩之六丙得三千三十七包不盡八百三十四以四十觔通之得三萬三千三百六十觔又以法除之得三十九觔不盡二百八十八以十六兩通之得四千六百八兩又以法除之得五兩不盡三百六十八兩求等得十六約之得五十三分兩之二十三為丙合得椒三千三十七包三十九觔五兩五十三分兩之二十

三丁得二千四百七十二包不盡一百七十四以四十觔通之得六千九百六十觔又以法除之得八觔不盡一百七十六以十六兩通之得二千八百一十六又以法除之得三兩不盡二百七十二求等得十六約之得五十三分兩之一十七為丁合得椒二千四百七十二包八觔三兩五十三分兩之一十七



甲得五萬二千五百七十六合乙得三萬二千二百二十四合丙得五萬二千三百六十四合丁得四萬二千六百一十二合各為牙寔皆以總法八百四十八除之甲合得牙六十二合乙合得牙三十八合丙合得牙六十一合不盡六百三十六求等得二百一十二約之得四分合之三丁合得牙五十合不盡二百十二求等得二百一十二約之得四分合之一

按此條於方程正負之用通分乘除之變多所

發明步算雖繁寔有條而不紊也

推求物價

問推貨務三次支物準錢各一百四十七萬貫文先撥沉香三千五百裹琦瑁二千二百觔乳香三百七十五套次撥沉香二千九百七十裹琦瑁二千一百三十觔乳香三千五十六套四分套之一後撥沉香三千二百裹琦瑁一千五百觔乳香三千七百五十套欲求沉乳琦瑁裹觔套各價幾何

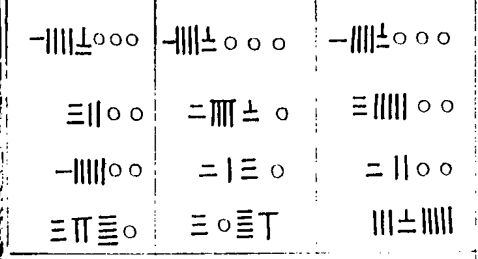
答曰沉香每裹三百四貫文　乳香每套六十四貫文　琉璃每斤一百八十貫文

術曰以方程求之正負入之列積及物數於下布行數各對本色有分者通之可約者約之為定率積列數每以下項互偏乘之每視其積以少減多其下物數各隨積正負之類如同名相減異名相加正無人負之負無人正之其如同名相加異名相減正無人正之負無人負之使其下項物數得一數者為法其積為寔寔如法

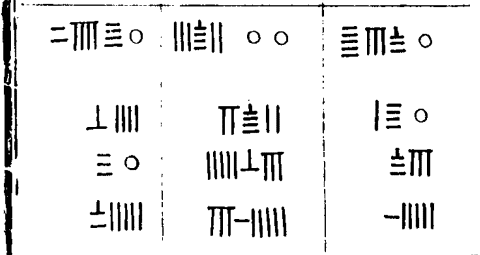
而一所得不計通損或益諸積各得法寔除之餘倣此

草曰置準錢一百四十七萬貫為三次撥錢為三行積數次置先撥沉香三千五百裹璹絹二千二百觔乳香三百七十五觔為右行物數又列次撥沉香二千九百七十裹璹絹二千一百三十觔乳香三千五十六套四分套之一為中行物次列沉香三千二百裹璹絹一千五百觔乳香三千七百五十套為左行之物各以本色相對列之

率圖



定率圖

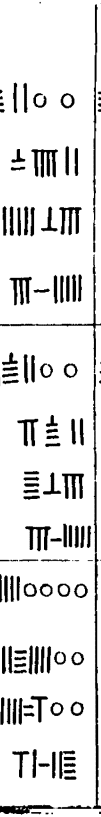


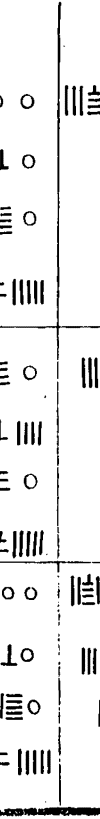
其中行乳香有四分套之一便以毋四通中行諸數只內子一入乳香段內積得五百八十八萬貫沉香得一萬一千八百八十裹琫琯得八千五百二十觔乳香得一萬二千二百二十五套　以右行求等得二十五俱約之積得五萬八千八百貫沉香得一百四十裹琫琯得八十八觔乳香得一十五套以中行求等得一十五約之積得三十九萬二千貫沉香得七百九十二裹琫琯得五百六十八觔乳香得八百

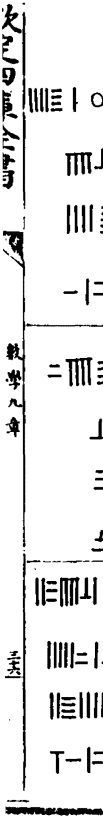
一十五套以左行求等得五約之積得二萬九千四百貫沉香得六十四裹璃瑁得三十觔乳香得七十五套列為定率圖三行副置求之今先欲去定圖下位乳香套數一十五與左下七十五互乘左右兩行右積得四百四十一萬貫沉香一萬五百裹璃瑁得六千六百觔乳香得一千一百二十五套左積得四十四萬一千貫沉香得九百六十一裹璃瑁得四百五十觔乳香得一千一百二十五套驗左積少右積

多當以左行直減右行畢仍置定圖左行數

維圖 按以上三圖名舊本未載今依前題補之以便檢閱



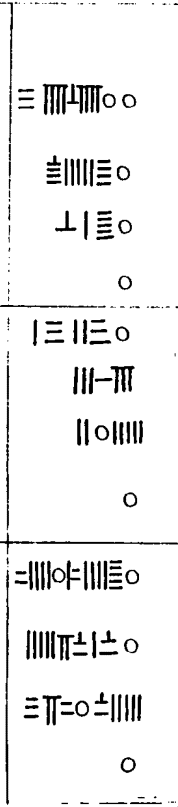




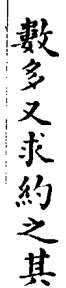
右積得三百九十六萬九千貫沉香得九千五百四十裹琱得六千一百五十觔次驗中左兩行各有下位段又以左下七十五互乘中行乃以中行下八百一十五互乘左行畢中積得二千九百四十萬貫沉香得五萬九千四百裹琱得四萬二千六百觔乳香得六萬一千一百二十五套左積得二千三百九十六萬一千貫沉香得五萬二千一百六十觔琱得二萬四千四百五十觔乳香得六萬一千一百

二十五套驗左積少中積多以左行同名直減中行畢仍置定圖左行數

卜圖



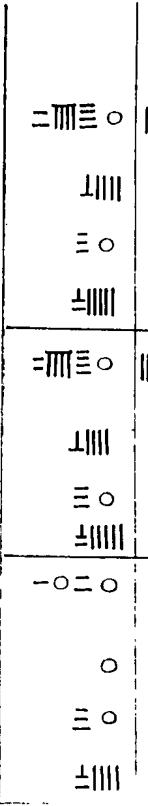
宮圖



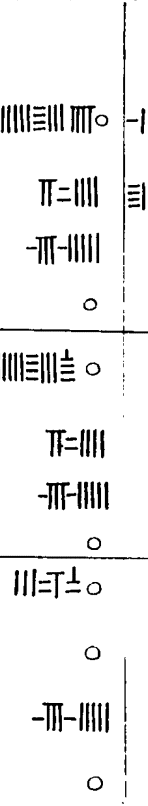
中積得五百四十三萬九千貫沉香得七千二百四十裹琱琱得一萬八千一百五十觔今驗右中兩行數多又求約之其右行求得三十約之右積得一十三萬二千三百貫沉香得三百一十八裹琱琱得二百五觔中行求得一十約之中積得五十四萬三千九百貫沉香得七百二十四裹琱琱得一千八百一

一十五觔今又欲去中左行之琇瑁乃以中行琇瑁一千八百一十五互乘右行右積得二億四千一十二萬四千五百貫沉香得五十七萬七千一百七十裹琇瑁得三十七萬二千七十五套以下右琇瑁二百五觔互乘中行中積一億一千一百四十九萬九千五百貫沉香得一十四萬八千四百二十裹琇瑁得三十七萬二千七十五觔今驗宮右積多中積少乃以中行直減右行畢仍置下圖中行數

干圖



支圖

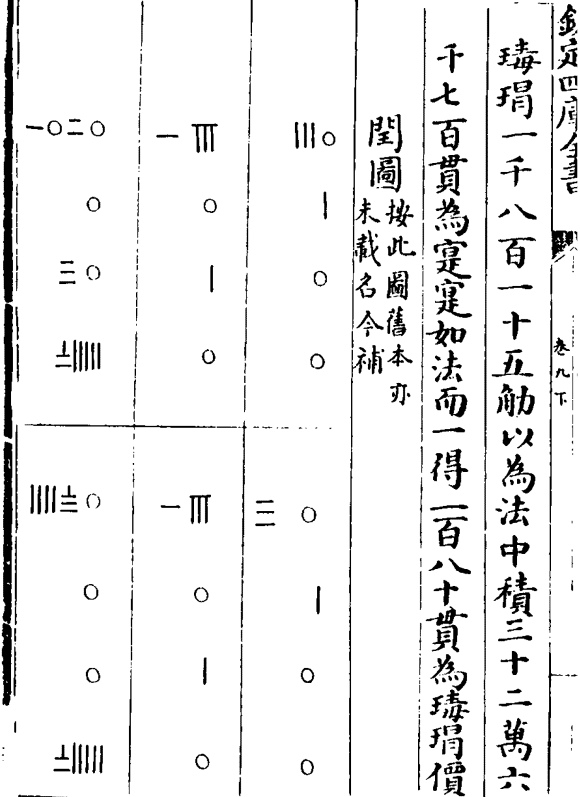


今驗干圖右行段數只有沉香四十二萬八千七百

五十裹以為法以右上積一億二千八百六十二萬五千貫為寔寔如法而一得三百貫為沉香一裹價便以中行沉香七百二十四乘三百貫得二十一萬七千二百貫減中行五十四萬三千九百貫餘三十二萬六千七百貫為中積便減去中行沉香段之數次以左上沉香六十四乘三百貫得一萬九千二百貫減左積二萬九千四百貫餘一萬二百貫為左積便減左上沉香裹數去之今驗支圖中行其下只有

璹瑁一千八百一十五觔以為法中積三十二萬六千七百貫為寔寔如法而一得一百八十貫為璹瑁價

閏圖按此圖舊本亦未載名今補



今驗閏圖左行有綃絹三十觔以乘價一百八十貫得五千四百貫減左積一萬二百貫餘四千八百貫為左積其下只有乳香七十五斤以為法以積四千八百貫為寔寔如法而一得六十四貫為乳香斤價此題並係俱正補草

數學九章卷九下